ابوریحان بیرونی

ابوریحان محمدبن‌احمد بیرونی، دانشمند برجستهٔ ایرانی، در نیمهٔ دوم قرن چهارم و اوایل قرن پنجم می‌زیست. وی در بیرونِ (حومهٔ) شهر کاث، پایتخت خوارزمشاهیان، به دنیا آمد. او تا سن بیست و پنج سالگی در زادگاه خود مشغول فراگیری علومی چون جغرافیا، ریاضیات، ستاره‌شناسی، پزشکی، فقه، کلام و ... بود. بیرونی اولین فعالیت‌های علمی خود را در حدود سال ۳۸۰ هجری در شهر کاث با رصد آسمان به کمک وسایل نه چندان دقیق آغاز کرد. در سال ۳۸۷ هجری بار دیگر در شهر کاث خسوفی را با هماهنگی انجام شده بین او و ابوالوفاءِ بوزجانی، از برجسته‌ترین منجمان آن دوره، رصد کرد. در واقع، ابوالوفاء نیز همین خسوف را در بغداد رصد کرده بود. با مقایسهٔ نتایج به دست آمده از این دو رصد، بیرونی اختلاف طول جغرافیایی بغداد و کاث را پیدا کرد.

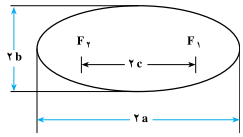
با توجه به اطلاعات به دست آمده، تعداد آثار ابوریحان بیرونی شامل تألیف‌ها، ترجمه‌ها و آثار نیمه تمام او به ۱۸۰ عنوان می‌رسد که دست کم ۱۱۵ عنوان از آنها به ریاضیات و نجوم اختصاص دارد و از این تعداد تنها ۲۸ عنوان به دست ما رسیده است.

بیرونی در کتاب «إفراد المقال فی امر الظلال»، یکی از نظریات مشهور ارسطو را با تکیه بر آزمایش رد می‌کند. نکتهٔ مهم و مورد توجه در آزمایش‌های بیرونی، شیوهٔ علمی او در انجام‌دادن آزمایش‌هاست. وی مانند یک محقق امروزی در آزمایش خود به نکاتی توجه می‌کند؛ از جمله: هنگام مقایسهٔ خاصیتی ویژه از دو ماده می‌کوشد تا سایر شرایط برای آنهایکسان باشد و نیز به تکرار در آزمایش تأکید می‌کند تا مطمئن شود که نتایج حاصل از فرایند اتفاقی نیست.

دیدگاه بیرونی دربارهٔ چیستی کهکشان راه شیری که در کتاب التفهیم آمده از اهمیتی بسزا برخوردار است؛ زیرا در میان طبیعی‌دانان مسلمان کمتر کسی به آن پرداخته است و همگی از نظریات ارسطو در این زمینه پیروی می‌کرده‌اند. تنها بیرونی و ابن هیثم نظریاتی نو دراین زمینه مطرح کرده‌اند. بیرونی چنین می‌گوید: «معجزه را پارسیان راه کاهکشان خوانند و هندوان راه بهشت و آن جمله‌شدن ستارگان است از جنس ستارگان ابری و ...»

$2a$ و قطر کوچک آن $2b$ باشد، نسبت c/a را **خروج از مرکز بیضی** می‌گویند و آن را با e نمایش می‌دهند.

به شکل **۲ــ۲۲** توجه کنید. هرقدر e کوچک‌تر باشد فاصلهٔ بین دو کانون در مقایسه با قطر بیضی کمتر است و شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر می‌شود. خروج از مرکز سیاره‌های منظومهٔ خورشیدی و میانگین فاصلهٔ آنها از خورشید در جدول **۲ــ۱** آورده شده است.



شکل ۲ــ۲۲

جدول ۲ــ۱

نام سیاره	خروج از مرکز $e=\frac{c}{a}$	میانگین فاصلهٔ سیاره از خورشید برحسب m
تیر (عطارد)	۰/۲۰۶	۵/۷۹×۱۰^۱۰
ناهید (زهره)	۰/۰۰۷	۱/۰۸×۱۰^۱۱
زمین	۰/۰۱۷	۱/۴۹×۱۰^۱۱
بهرام (مریخ)	۰/۰۹۳	۲/۲۸×۱۰^۱۱
برجیس (مشتری)	۰/۰۴۸	۷/۷۸×۱۰^۱۱
کیوان (زحل)	۰/۰۵۶	۱/۴۳×۱۰^۱۲
اورانوس	۰/۰۴۸	۲/۸۷×۱۰^۱۲
نپتون	۰/۰۰۹	۴/۵×۱۰^۱۲
پلوتو	۰/۲۴۹	۵/۹×۱۰^۱۲

بیرونی در بخشی از کتاب افراد المقال فی امر الظلال سخن احمد بن‌طیب سرخسی در کتاب «ارکان الفلسفه» دربارهٔ سیاهی هوا بر فراز نقاط مرتفع را نشانهٔ مبالغهٔ وی در پیروی از نظریه‌ای که از کتاب «الحس والمحسوس» ارسطو برمی‌آید، می‌داند. ابوریحان بر آن است که در این باره باید فقط با استناد به آزمایش و تجربه سخن گفت و می‌گوید که هیچ‌گاه از تغییر رنگ هوا در سرما یا نبود گرما سخنی نرفته است و قله کوه دماوند با بلندی بسیارش دیده می‌شود و هیچ نشانه‌ای از سیاهی در آن نیست.

مطالعهٔ آزاد

۲ــ۷ــ قانون‌های کپلر

نظریهٔ زمین مرکزی بطلمیوس تا قرن شانزدهم میلادی، نظریه‌ای قابل قبول برای توصیف حرکت سیاره‌ها بود، به‌گونه‌ای که دانشمندان ایرانی به‌ویژه خواجه‌نصیرالدین‌توسی، این نظریه را گسترش دادند و حرکت سیارات را با دقّت زیادی مورد بررسی قرار دادند.

در سال ۱۵۳۳ میلادی کوپرنیک، منجم لهستانی در کتاب خود به‌نام «دربارهٔ مدارهای گردش اجسام آسمانی» نظریهٔ خورشید مرکزی را ارایه کرد که تحول بسیار بزرگی در شناخت بشر از جهان به‌وجود آورد.

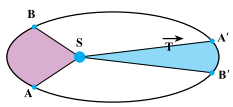
تیکوبراهه، اخترشناس دانمارکی، سال‌های زیادی را به رصد ستاره‌ها پرداخت و موقعیت سیاره‌ها را در میان ستاره‌های ثابت آسمان در زمان‌های مختلف ثبت کرد. کپلر پس از ۲۰ سال تحقیق و بررسی در سال ۹۸۸ هجری خورشیدی (۱۶۰۹ میلادی) دو قانون دربارهٔ حرکت سیاره‌ها به دور خورشید، بیان کرد. ۹ سال پس از آن نیز قانون دیگری دربارهٔ حرکت سیاره‌ها به‌دست آورد. اکنون به بیان این سه قانون می‌پردازیم:

قانون اوّل: «مسیر حرکت تمام سیاره‌ها به دور خورشید، بیضی است، که خورشید یکی از کانون‌های آن است.»

در درس ریاضی خوانده‌اید که اگر فاصلهٔ بین دو کانون بیضی $2c$، قطر بزرگ آن

با توجه به جدول بالا می‌بینیم که مسیر بیشتر سیاره‌های منظومهٔ خورشیدی، به دایره نزدیک است. پس می‌توان خورشید را مرکز دایره فرض کرد.

قانون دوم: «شعاع حامل هر سیاره (خطی که خورشید را به سیاره وصل می‌کند) در زمان‌های مساوی، مساحت‌های مساوی را جاروب می‌کند.» مسیر یک سیاره به دور خورشید، در شکل **۲ــ۲۳** نشان داده شده است. در این شکل، دو قسمت هاشور زده دارای مساحت برابرند. در نتیجه بنابر قانون دوّم کپلر، سیاره کمان‌های AB و $A'B'$ را در زمان‌های مساوی می‌پیماید. اما چون سیاره در مسیر AB به خورشید نزدیک‌تر است. در نتیجه طول کمان AB از طول کمان $A'B'$ بیشتر است، از این رو سیاره کمان AB را با سرعت بیشتری می‌پیماید تا کمان $A'B'$ را.



شکل ۲ــ۲۳

گفتیم اگر خروج از مرکز بیضیِ مسیر سیاره کوچک باشد، می‌توان آن را دایره فرض کرد که در این‌صورت قسمت‌های هاشور خورده به دو قطاع مساوی دایرهٔ روبه‌رو به کمان‌های مساوی تبدیل می‌شوند. درنتیجه سیاره تمام مسیر را با سرعت ثابت می‌پیماید که در این‌صورت حرکت سیاره به دور خورشید را می‌توان حرکت دایره‌ای یکنواخت فرض کرد. مسیر حرکت زمین به دور خورشید نیز بسیار نزدیک به دایره است و سرعت این حرکت حدود $30\ km/s$ محاسبه شده است.

قانون سوم: «مجذور دورهٔ حرکت هر سیاره به دور خورشید با مکعب فاصلهٔ میانگین آن از خورشید متناسب است. یعنی اگر T دورهٔ سیاره و r فاصلهٔ میانگین آن از خورشید باشد، نسبت $\frac{T^2}{r^3}$ برای تمام سیاره‌ها یکسان است.»

تمرین‌های فصل دوم

۱ــ براساس قانون سوم نیوتون، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :

الف) نیروهای وارد بر یک شخص، هنگامی که جسمی را هُل می‌دهد، و همچنین نیروهای وارد بر جسم چگونه است؟

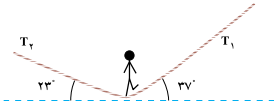
ب) نقش نیروهای مختلف در هنگام راه رفتن ما بر روی زمین چگونه است؟

۲ــ به جسمی به جرم $۱۰۰\,kg$ نیروی ثابت F در راستای قائم به‌طرف بالا وارد می‌شود. جسم از حال سکون با شتاب $۵\,m/s^۲$ به‌طرف بالا حرکت می‌کند و پس از $۲۰\,s$ نیروی F حذف می‌شود.

الف) مقدار نیروی F را تعیین کنید.

ب) جسم تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ $g=۱۰\,m/s^۲$ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)

۳ــ یک بازیگر سیرک به وزن $۶۰۰\,N$ روی طنابی مطابق شکل ۲ــ۲۴، درحال تعادل است. نیروهای کشش طناب را محاسبه کنید.

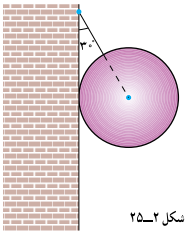


شکل ۲ــ۲۴

۴ــ جسمی را با سرعت اولیهٔ $v_۰$ در امتداد سطح شیب‌داری که با افق زاویهٔ α می‌سازد به بالا پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی جسم و سطح را μ_k بگیرید :

الف) این جسم تا چه مسافتی روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود؟ (برحسب $v_۰$، α و μ_k)

ب) اگر جسم دوباره به پایین حرکت کند، سرعت آن را هنگام رسیدن به پایین سطح شیب‌دار برحسب $v_۰$، α و μ_k محاسبه کنید.



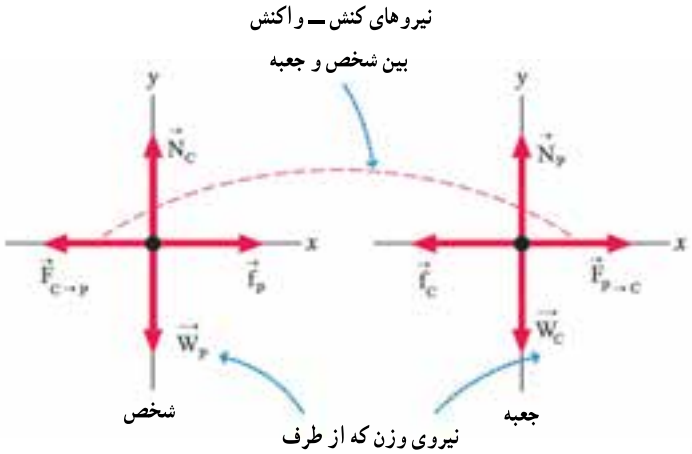
شکل ۲ــ۲۵

۵ــ کره‌ای به جرم $۲۰\,kg$را، مطابق شکل ۲ــ۲۵، به‌وسیلهٔ کابلی به دیوار قائم و بدون اصطکاک آویزان می‌کنیم. نیروی کشش کابل و واکنش دیوار را محاسبه کنید.

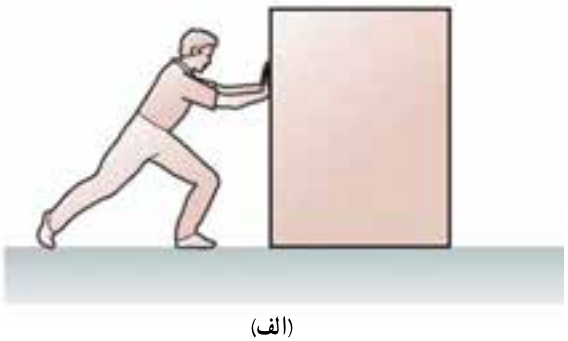
راهنمای پاسخ‌یابی تمرین‌های فصل دوم

۱ــ الف) شکل ۸۲ ــ الف شخصی را در حال هل دادن جعبه‌ای نشان می‌دهد.

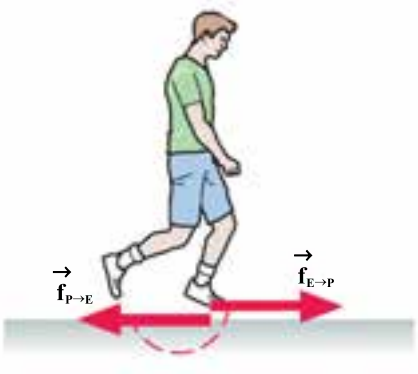
شکل ۸۲ ــ ب نمودار آزاد نیروهای وارد بر شخص و جعبه را به‌طور جداگانه نشان می‌دهد. در این شکل زیرنویس P برای شخص و زیرنویس C برای جعبه به کار رفته است.



(ب)


(الف)

شکل ۸۲



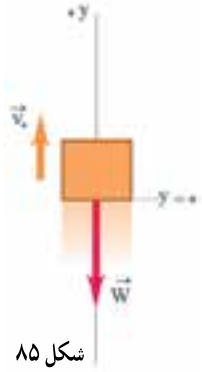
شکل ۸۳

ب) عمل سادهٔ قدم زدن یا راه رفتن به گونه‌ای اساسی به قانون سوم نیوتون بستگی دارد. برای آنکه قدم زدن به جلو را آغاز کنیم، با پای خود زمین را به عقب هل می‌دهیم (نیروی $\vec{f}_{P\to E}$ در شکل ۸۱). زمین به عنوان یک واکنش پای ما را (و در نتیجه همهٔ بدن ما را به صورت یک‌جا) با نیرویی به همان بزرگی به جلو هل می‌دهد (نیروی $\vec{f}_{E\to P}$ در شکل ۸۳). این نیروی خارجی که توسط زمین وارد می‌شود همان چیزی است که بدن ما را به جلو شتاب می‌دهد و عمل سادهٔ قدم زدن را موجب می‌شود.

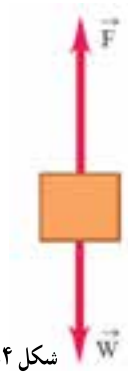
۲ــ الف) نیروهای وارد بر جسم در شکل ۸۴ نشان داده شده است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم :

$$F-W=ma \Rightarrow F=m(a+g)$$

$$F=(۱۰۰kg)(۱۴/۸\ N/kg)=۱۴۸۰\ N$$



شکل ۸۵



شکل ۸۴

ب) پس از ۲۰ ثانیه نیروی $\vec{F}$ حذف و تنها نیروی $\vec{W}$ به جسم وارد می‌شود (شکل ۸۵). بزرگی سرعت جسم درست در لحظه‌ای که نیروی $\vec{F}$ حذف می‌شود برابر است با

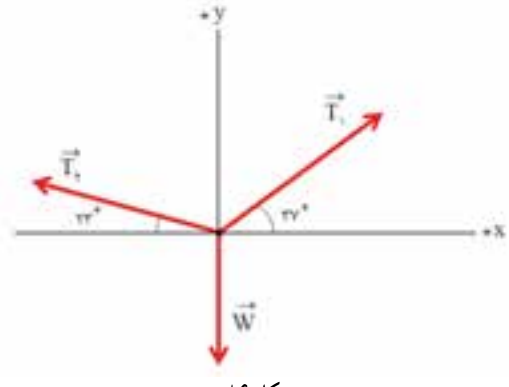
$$v=at+v_0=(۵m/s^2)(۲۰s)+0=۱۰۰m/s$$

اکنون مسئلهٔ ما مشابه آن است که جسمی را با سرعت ۱۰۰ m/s به طرف بالا پرتاب کرده‌ایم. در این صورت اگر مبدأ مکان را در لحظه‌ای بگیریم که نیروی $\vec{F}$ حذف می‌شود، ارتفاعی که جسم بالا می‌رود برابر است با

$$v^2-v_0^2=-2g(y-y_0)$$

$$0-(۱۰۰m/s)^2=-2(۹/۸\ m/s^2)(y-0) \Rightarrow y\simeq ۵۱۰m$$

۳ــ نیروهای وارد بر طناب درست در محلی که بازیگر سیرک در حال تعادل روی طناب ایستاده است، در شکل ۸۶ نشان داده شده است. مؤلفه‌های نیرو در امتداد محور x و محور y عبارت‌اند از :



شکل ۸۶

$$\begin{cases} T_1\cos ۳۷^\circ - T_2\cos ۲۳^\circ = 0 \\ T_1\sin ۳۷^\circ + T_2\sin ۲۳^\circ - W = 0 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $\cos ۳۷^\circ=۰/۶$، $\cos ۲۳^\circ=۰/۹۲$، $\sin ۲۳^\circ=۰/۳۹$ و $\sin ۳۷^\circ=۰/۷۹$ داریم : $T_1\simeq ۶۴۲N$ و $T_2=۵۵۱N$.

دانش‌آموزان باید توجه کنند که چون بازیگر روی طناب در حال تعادل است، بزرگی نیرویی که به طناب وارد می‌کند با بزرگی نیروی وزن او یکسان است.

۴ــ الف) در شکل ۸۷ نمودار جسم آزاد و جهت حرکت جسم در امتداد سطح شیبدار نشان داده شده است. مؤلفه‌های نیرو در امتداد محور x و محور y عبارت‌اند از :

$$\begin{cases} f_k + mg\sin\alpha = -ma \\ N - mg\cos\alpha = ۰ \end{cases}$$

با توجه به رابطهٔ $f_k=\mu_k N$ داریم :

$$mg(\sin\alpha+\mu_k\cos\alpha)=-ma$$

$$(a=-g(\sin\alpha+\mu_k\cos\alpha$$

از سوی دیگر چون برایند نیروها در امتداد محور x ثابت است، شتاب a ثابت و برابر است با :

$$a=\frac{v^۲-v_۰^۲}{۲\Delta x}$$

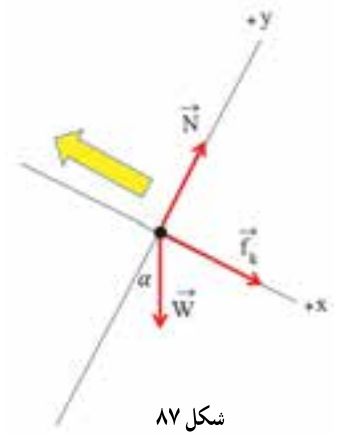
بر اثر اصطکاک، جسم پس از طی مسافتی متوقف می‌شود. پس $v=۰$ و داریم :

$$a=\frac{-v_۰^۲}{۲\Delta x}$$

به این ترتیب :

$$-\frac{v_۰^۲}{\Delta x}=-g(\sin\alpha+\mu_k\cos\alpha)$$

$$E=nhf \qquad n=۰,۱,۲,۳,\cdots$$



شکل ۸۷

ب) شکل ۸۸ نمودار جسم آزاد و جهت حرکت جسم پس از حرکت رو به پایین نشان داده شده است. در این وضعیت داریم :

$$a=g(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)$$

اگر سرعت جسم پس از طی مسافت Δx روی سطح شیبدار را v بگیریم، در این صورت داریم :

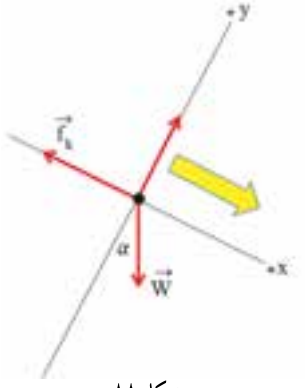
$$a=\frac{v^۲}{۲\Delta x}$$

به این ترتیب می‌توان نوشت :

$$\frac{v^۲}{۲\Delta x}=g(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)$$

با جای‌گذاری Δx از قسمت (الف) داریم :

$$v=v_۰\sqrt{\frac{۲(\sin\alpha-\mu_k\cos\alpha)}{(\sin\alpha+\mu_k\cos\alpha)}}$$



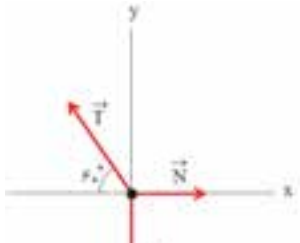
شکل ۸۸

توجه کنید که علامت مثبت را برای v اختیار کرده‌ایم زیرا جهت رو به پایین را مثبت گرفته‌ایم.

۵ــ در شکل ۸۹ نمودار جسم آزاد نیروهای وارد بر کره نشان داده شده است. چون کره در حال تعادل است، برایند نیروها در امتداد محورهای x و y باید برابر صفر باشد. به این ترتیب داریم :

$$\begin{cases} T\sin ۶۰^\circ - W = ۰ \\ N - T\cos ۶۰^\circ = ۰ \end{cases}$$

از حل این معادله‌ها داریم : N=۱۱۳N و T=۲۲۶N .

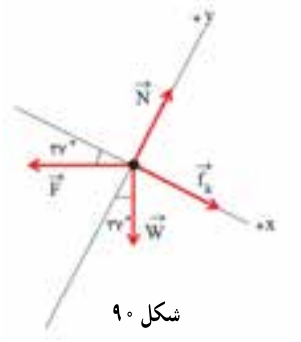


شکل ۸۹

۶ــ در شکل ۹۰ نمودار جسم آزاد نیروهای وارد بر جسم رسم شده‌اند. با توجه به جهت مثبت محورها و قانون دوم نیوتون داریم :

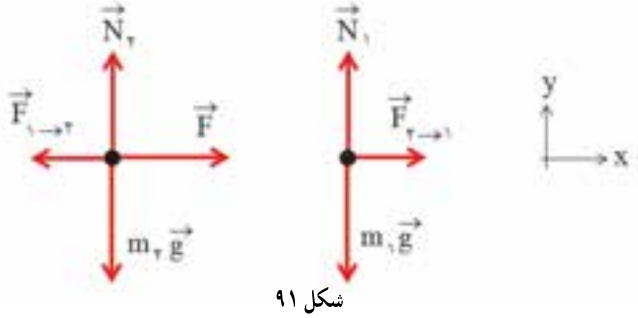
$$\begin{cases} mg\sin ۳۷^\circ + f_k - F\cos ۳۷^\circ = -ma \\ N - mg\cos ۳۷^\circ - F\sin ۳۷^\circ = ۰ \end{cases}$$

با حل دستگاه دو معادله‌ای و قرار دادن مقادیر داده شده و همچنین با توجه به اینکه $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$ و $\cos ۳۷^\circ = ۰/۸$ داریم : $a = ۱/۰۵۲\ m/s^۲$. در حل این مسئله g را برابر $۹/۸\ m/s^۲$ گرفته‌ایم.



شکل ۹۰

۷ــ به نظر می‌رسد که در این مسئله منظور از سطح افقی صاف، سطح افقی بدون اصطکاک است. با این فرض نمودار جسم آزاد نیروهای وارد بر جرم‌های $m_۱$ و $m_۲$ در حالت (الف) در شکل ۹۱ نشان داده شده است.



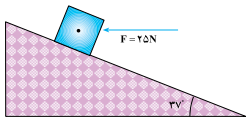
شکل ۹۱

نیروهای $\vec{F}_{۱\to۲}$ و $\vec{F}_{۲\to۱}$ کنش و واکنش یکدیگرند و بزرگی آنها با یکدیگر برابر است. به این ترتیب داریم :

$$F_{۲\to۱} = F_{۱\to۲} = m_۱a = (۱kg)(۳\ m/s^۲) = ۳\ N$$

$$F - F_{۱\to۲} = m_۲a \Rightarrow F = (۲kg)(۳m/s^۲) + ۳N = ۹N$$

۶ــ جسمی به جرم ۲kg روی سطح شیب‌داری با زاویهٔ ۳۷° نسبت به افق، توسط نیروی افقی F = ۲۵N مطابق شکل ۲ــ۲۶ به بالا رانده می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح ۰/۲ است. شتاب حرکت جسم را محاسبه کنید.



شکل ۲ــ۲۶

۷ــ دو جسم به جرم‌های $m_۱ = ۱kg$ و $m_۲ = ۲kg$ مطابق شکل ۲ــ۲۷ روی سطح افقی صافی قراردارند. نیروی افقی $\vec{F}$ باعث می‌شود که دو جسم با شتاب $۳\ m/s^۲$ به حرکت درآیند. اندازهٔ نیروی F و نیروی تماسی‌ای که دو جسم بریکدیگر وارد می‌کنند را در هر یک از دو شکل «الف» و «ب» محاسبه کنید.

شکل ۲ــ۲۷

۸ــ پاسخ مسئلهٔ ۷ را برای حالتی که ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح ۰/۱ باشد، بنویسید.

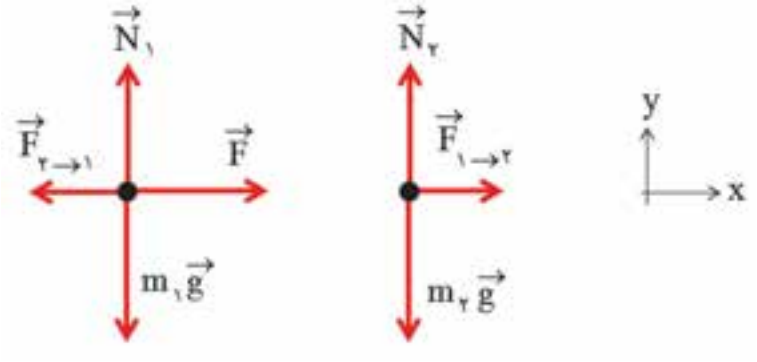
۹ــ کتابی را مانند شکل ۲ــ۲۸ به دیوار فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف) آیا نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است؟ چرا؟

ب) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیرویی افزایش می‌یابد؟

شکل ۲ــ۲۸

در شکل ۹۲ نمودار جسم آزاد نیروهای وارد بر جرم‌های m_1 و m_2 در حالت (ب) نشان داده شده است.



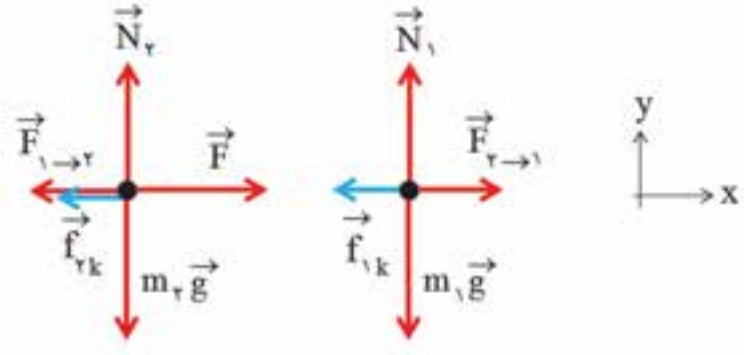
شکل ۹۲

در این حالت نیز داریم :

$$F_{2\to1} = F_{1\to2} = m_2a=(2kg)(3\ m/s^2)= 6\ N$$

$$F-F_{2\to1}=m_1a\Rightarrow F=(1kg)(3m/s^2)+6N= 9N$$

۸ــ نمودار جسم آزاد برای وقتی‌که نیروی $\vec{F}$ به جرم m_2 وارد می‌شود در شکل ۹۳ نشان داده شده است.



شکل ۹۳

برای جسم m_1 داریم :

$$\begin{cases} F_{2\to1} - f_{1k} = m_1a \\ N_1 - m_1g = 0 \end{cases}$$

به این ترتیب :

$$F_{2\to1}-\mu_k m_1g = m_1a$$

$$F_{1\to2} = F_{2\to1} = m_1(a + \mu_k g) = (1kg)\ (3\ m/s^2+0/1\times9/8\ m/s^2)= 3/98\ N$$

همان‌طور که دیده می‌شود با وجود اصطکاک، نیروی تماس افزایش یافته است.

برای جسم m_2 داریم :

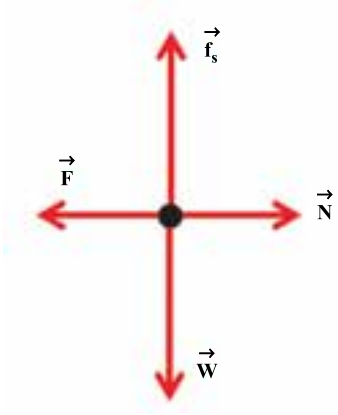
$$\begin{cases} F - F_{1\to2} - f_{2k} = m_2a \\ N_2 - m_2g = 0 \end{cases}$$

به این ترتیب :

$$F = F_{1\to2} + m_2(a + \mu_k g) = 3/98N + (2kg)(3m/s^2+0/1\times9/8m/s^2) = 11/94\ N$$

همان‌طور که دیده می‌شود برای آن شتاب حرکت دو جسم با وجود اصطکاک ثابت بماند، باید نیروی بزرگ‌تری اعمال کرد.

۹ــ در شکل ۹۴ نمودار جسم آزاد نیروهای وارده به کتاب رسم شده است که در آن $\vec{F}$ نیرویی است که از طرف دست شخص به کتاب وارد می‌شود.



شکل ۹۴

الف) آری. زیرا کتاب در امتداد قائم حرکتی ندارد و بنابر قانون دوم نیوتون باید برایند نیروهای وارد بر آن در این امتداد صفر باشد. به این ترتیب $\vec{f_s}-\vec{W}=0$ یا $f_s=W$.

ب) همان‌طور که گفته شد در امتداد قائم کتاب حرکت نمی‌کند و $f_s=W$. بنابراین افزایش نیروی $\vec{F}$ تنها بزرگی نیروی $\vec{N}$ افزایش می‌یابد. با افزایش N، در واقع $f_{s,max}$ که برابر $\mu_s N$ است، نیز افزایش می‌یابد. توجه کنید که

$$f_s < f_{s,max} = \mu_s N$$

۱۰ــ با توجه به فرض‌های مسئله داریم :

$$\frac{m}{\Delta t} = 5\,kg/s \ , v_1 = 5\ m/s \ , v_2 = 0$$

از رابطهٔ $\bar{F} = m\Delta v/\Delta t$ داریم :

$$\bar{F} = (5\,kg/s)(0-5\,m/s) = -25\,N$$

۱۱ــ الف)

$$T = \frac{60}{900} = \frac{1}{15}$$

$$f = \frac{1}{T} = 15\,Hz$$

$$\omega = 2\pi f = 94/2\ rad/s$$

ب)

$$v = r\omega = (3m)(94/2\ rad/s) = 282/6\,m/s$$

$$a = r\omega^2 = (3m)(94/2\,rad/s)^2 = 26621\ m/s^2$$

۱۲ــ

$$r = 120\ m \ , v = 54\ km/h = 15\,m/s$$

$$\tan\alpha = \frac{v^2}{rg} = \frac{(15\,m/s)^2}{(120\,m)(9/8\,m/s^2)} = 0/191$$

۱۰ــ از یک لولهٔ آتش‌نشانی آب با آهنگ 5kg/s با سرعت 5m/s به دیوار مقابل برخورد می‌کند (شکل ۲ــ۲۹). نیروی متوسط وارد بر دیوار توسط آب را حساب کنید. (از برگشت آب از روی دیوار چشم‌پوشی کنید.)

شکل ۲ــ۲۹

۱۱ــ پره‌های یک بالگرد (هلیکوپتر) در هر دقیقه ۹۰۰ دور می‌گردد. کمیّت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

الف) دوره، بسامد و سرعت زاویه‌ای؛

ب) سرعت خطی و شتاب مرکزگرای نقطه‌ای که فاصلهٔ آن از محور دوران 3m است.

۱۲ــ برای اینکه خودرویی بتواند در پیچ جاده‌ای به شعاع 120m در شرایطی که اصطکاک در عرض جاده ناچیز است با سرعت 54km/h حرکت کند، شیب عرضی جاده چقدر باید باشد؟

۱۳ــ ماهواره‌ای در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. اگر جرم ماهواره $m = 250\,kg$، جرم زمین $M_E = 5/98 \times 10^{24}\,kg$، ثابت جهانی گرانش $G = 6/67\times10^{-11}\,N.m^2/kg^2$، فاصلهٔ ماهواره از سطح زمین 2600km و شعاع زمین 6400km باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید :

الف) نیروی گرانش بین ماهواره و زمین

ب) سرعت ماهواره

پ) دورهٔ گردش ماهواره

۱۴ــ یک ماهواره در چه فاصله‌ای از مرکز زمین باید قرار گیرد تا همواره در یک نقطه در بالای خط استوا باشد؟ جرم زمین $5/98\times10^{24}\,kg$ و $G = 6/67\times10^{-11}\,N.m^2/kg^2$.

۱۵ــ جرم ماهوارهٔ امید (شکل ۲ــ۳۰) تقریباً ۲۷ کیلوگرم و فاصلهٔ آن از سطح زمین حدوداً ۲۵۰ کیلومتر است. با توجه به داده‌های مسئلهٔ ۱۳، دوره، سرعت و نیروی گرانش بین این ماهواره و زمین را به دست آورید.

شکل ۲ــ۳۰ــ ماهوارهٔ امید

$\alpha \simeq ۱۱^\circ$

۱۳ــ الف)

$$F = G\frac{M_E m}{(R_E + r)^۲}$$

$$= (۶/۶۷\times ۱۰^{-۱۱}\,N.m^۲/kg)\ \frac{(۵/۹۸\times ۱۰^{۲۴}\,kg)(۲۵۰kg)}{(۶/۴\times ۱۰^۶\,m + ۲/۶\times ۱۰^۶\,m)^۲} = ۱۲۳۱N$$

ب) نیروی F در واقع نیروی لازم برای شتاب مرکزگرای ماهواره را فراهم می‌کند. به این ترتیب داریم

$$F = m\frac{v^۲}{(R_E + r)}$$

$$۱۲۳۱N = (۲۵۰kg)\frac{v^۲}{۹\times ۱۰^۶\,m} \Rightarrow v = ۶۶۵۷m/s$$

پ) $v = r\omega \Rightarrow ۶۶۵۷m/s = (۹\times ۱۰^۶ m)\omega$

$$\Rightarrow \omega = ۷/۴ \times ۱۰^{-۴}\ rad/s$$

$$T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\times ۳/۱۴rad}{۷/۴\times ۱۰^{-۴}\,rad/s} = ۸۴۸۶s = ۲/۳۶h$$

۱۴ــ دورهٔ چنین ماهواره‌ای باید $T=۲۴h$ باشد تا همواره در یک نقطه بالای خط استوا باشد. اگر r را فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین بگیریم، داریم

$$F = mv^۲/r \Rightarrow G\frac{M_E m}{r^۲} = m\frac{v^۲}{r}$$

از روابط $v=r\omega$ و $\omega=۲\pi/T$ داریم :

$$r^۳ = (\frac{T}{۲\pi})^۲ GM_E$$

با جای‌گذاری مقادیر داده شده داریم :

$$r = ۴۲۲۶۴۶۴۷\,m \simeq ۴۲۲۶۵km$$

۱۵ــ همان طور که در مسئلهٔ ۱۴ دیدیم می‌توان نوشت :

$$T^۲ = \frac{۴\pi^۲ r^۳}{GM_E}$$

با جای‌گذاری مقادیر داده شده، داریم :

$$T = ۵۳۹۲s \simeq ۹۰min$$

$$v = r\omega = r(\frac{۲\pi}{T})$$

با جای‌گذاری مقادیر داده شده، داریم :

$$v = ۷۷۴۵\ m/s$$

نیروی گرانش بین ماهواره و زمین که شتاب مرکز گرا را برای حرکت چرخشی ماهواره به دور زمین فراهم می‌کند برابر است با :

$$F = G\frac{M_E m}{r^۲}$$

با جای‌گذاری مقادیر داده شده داریم :

$$F = ۲۴۴N$$

برای دیدن نمونه آزمون تشریحی و چهارگزینه‌ای فصل به CD ضمیمه‌ی کتاب راهنمای معلم یا وب‌سایت گروه فیزیک مراجعه کنید.