

سیمای فصل دوم

انبساط و انقباض اجسام

۲-۱- انبساط خطی، سطحی و

حجمی

۲-۲-۱- انبساط ظاهری و

حقیقی مایعات

۲-۲-۲- تعیین انبساط

سطوح سوراخ دار و

حجم‌های توخالی

۲-۳-۱- انقباض در حالت

مذاب

- انقباض حین انجماد

(خمیری)

۲-۳-۲- انقباض در حالت

جامد

۲-۳-۳- تغییرات چگالی

نسبت به انبساط و انقباض

اجسام

۲-۲- روابط انبساط خطی،

سطحی و حجمی

۲-۳- انقباض اجسام در اثر

کاهش درجه حرارت

۲ انبساط و انقباض

اجسام

انبساط و انقباض اجسام

تعریف انبساط : هنگامی که اجسام حرارت داده می‌شوند ابعاد و در نتیجه حجم آنها افزایش پیدا می‌کند، این افزایش در ابعاد و حجم اجسام را انبساط می‌گویند.

تعریف انقباض : هنگامی که اجسام تحت سرما یا برودت قرار می‌گیرند، ابعاد و در نتیجه حجم آنها کاهش پیدا می‌کند، این کاهش در ابعاد و حجم اجسام را انقباض می‌گویند.

مثال : اگر یک میله فلزی را از درجه حرارت محیط (25°C) حرارت دهیم، هرچقدر درجه حرارت افزایش می‌یابد، طول میله افزایش می‌یابد، برعکس اگر درجه حرارت میله مجدد تا درجه حرارت محیط کاهش داده شود، با کاهش درجه حرارت طول میله کوتاه‌تر می‌شود و به اندازه اولیه برمی‌گردد. البته این تغییر طول در انبساط و انقباض مقدار کمی می‌باشد.

مثال دیگر در هنگام سرد شدن مذاب در قالب می‌باشد، به این صورت که با کاهش درجه حرارت، مذاب منقبض شده تا درجه حرارت انجماد، همچنین در هنگام انجماد به علت تبدیل حالت مایع به جامد نیز مجدد انقباض حاصل شده که به انقباض حین انجماد معروف است. از طرف دیگر جامد ایجاد شده نیز با کاهش درجه حرارت تا رسیدن به درجه حرارت محیط (25°C) مجدد منقبض می‌شود. بنابراین در هنگام انجماد مذاب در قالب معمولاً سه نوع انقباض صورت می‌گیرد که این انقباضها معمولاً عیوبی را در قطعه ریختگی ایجاد می‌کنند. بنابراین باید در کلیه مراحل ریخته‌گری، مدلسازی، تکنولوژی قالب و انجماد و همچنین اثرات درجه حرارت فوق ذوب، ترکیب آلیاژ و نحوه انجماد آن و میزان انقباض ایجاد شده در نظر گرفته شود تا بتوان قطعه‌ای با کم‌ترین عیوب به دست آورد، لذا لازم است جهت طراحی، ابتدا بتوان مقادیر انبساط و انقباض محاسبه نمود.

۱-۲- انبساط خطی، سطحی و حجمی :

اگر تمام نقاط یک جسم را به‌طور یکنواخت حرارت دهیم نه تنها طول آن افزایش می‌یابد بلکه سطوح مختلف و حجم آن نیز افزایش می‌یابد که در مورد تمام حالات ماده (جامد، مایع، گاز) به غیر از چند مورد استثناء این پدیده اتفاق می‌افتد، اما در مورد جامدات این افزایش در طول، سطح و حجم مقدار کمی می‌باشد و بستگی به ابعاد اولیه، جنس و میزان درجه حرارت آنها دارد. در مورد مایعات و گازها افزایش طول، سطح و حجم یا به عبارت دیگر انبساط خطی یا طولی، انبساط سطحی و انبساط حجمی بیشتر می‌باشد. علت اصلی این پدیده این است که در اثر افزایش درجه حرارت جسم، انرژی اتم‌ها و مولکول‌های جسم افزایش یافته و در نتیجه دامنه حرکت و ارتعاشات آنها زیاد می‌شود، که این افزایش دامنه حرکت و ارتعاشات نیاز به فضای بیشتری دارد و در نتیجه ابعاد جسم بزرگ‌تر شده و به عبارت دیگر منبسط می‌شود.

انبساط خطی متناسب با طول اولیه جسم (L_0) و درجه حرارت آن ($^{\circ}\text{C}$) می‌باشد، علاوه بر این دو عامل،

انبساط خطی به ضریب انبساط خطی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی می‌باشد بستگی دارد. که به‌طور خلاصه ازدیاد واحد طول به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}\text{C}$ یا $^{\circ}\text{K}$) را ضریب انبساط خطی می‌نامند که آن را با α نشان می‌دهند.

به همین ترتیب انبساط سطحی جسم متناسب با سطح اولیه و درجه حرارت جسم می‌باشد. علاوه بر این دو عامل، انبساط سطحی به ضریب انبساط سطحی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی است بستگی دارد، که بنا به تعریف ازدیاد واحد سطح جسم به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}\text{C}$ یا $^{\circ}\text{K}$) را ضریب انبساط سطحی می‌نامند که آن را با β نشان می‌دهند. به همین ترتیب انبساط حجمی متناسب با حجم اولیه و درجه حرارت جسم می‌باشد علاوه بر این دو عامل، انبساط حجمی به ضریب انبساط حجمی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی می‌باشد، بستگی دارد و بنا به تعریف، ازدیاد حجم جسم به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ($^{\circ}\text{C}$ و $^{\circ}\text{K}$) را ضریب انبساط حجمی می‌گویند و آن را با γ نشان می‌دهند.

با توجه به این که این ضرایب متناسب با فاصله دمایی (از θ_1 تا θ_2) می‌باشند، معمولاً مقدار متوسط آنها را در آن فاصله دمایی در نظر می‌گیرند.

۲-۲- روابط انبساط خطی، سطحی و حجمی :

انبساط خطی : یک میله فلزی را در نظر می‌گیریم اگر فرض کنیم که در صفر درجه سانتی‌گراد، طول میله L_0 باشد، اگر میله را تا درجه حرارت θ حرارت دهیم، طول میله L خواهد بود در این صورت میزان انبساط خطی یا طولی میله برابر خواهد بود با $L - L_0$ که معمولاً آن را با ΔL نشان می‌دهند، که خواهیم داشت :

$$\Delta L = L - L_0$$

هرچقدر که طول اولیه یا L_0 بیشتر باشد، میزان انبساط نیز به همان اندازه بیشتر خواهد بود، بنابراین انبساط طولی میله متناسب با طول اولیه (L_0) خواهد بود به عبارت دیگر :

$$\Delta L \propto L$$

مثلاً اگر طول میله ۱cm باشد، انبساط طولی آن ۱mm خواهد شد. اما اگر طول میله ۱۰cm باشد انبساط طولی آن ۱۰mm خواهد شد.

از طرف دیگر هرچقدر درجه حرارت (θ) بیشتر باشد، میزان انبساط نیز بیشتر خواهد شد یعنی : $\Delta L \propto \theta$ به عنوان مثال اگر یک میله ۱۰cm را تا 100°C حرارت دهیم، میزان انبساط آن حدود ۱mm خواهد شد. اما اگر آن را تا 1000°C حرارت دهیم، میزان انبساط آن حدود ۱۰mm خواهد شد.

$$\Delta L \propto L \theta$$

بنابراین با توجه به رابطه ۱ و ۲ می‌توان نوشت :

حال برای این که این تناسب را به تساوی تبدیل کنیم، نیاز به یک ضریب می‌باشد، که این ضریب را با α

نمایش می‌دهند، که قبلاً توضیح داده شد، در نتیجه میزان انبساط خطی برابر خواهد بود با :

$$\Delta L = \alpha L_0 \theta$$

از طرفی $L = L_0 + \Delta L$ می‌باشد بنابراین خواهیم داشت :

$$L = L_0 + \alpha L_0 \theta$$

$$L = \alpha L_0 \theta + L_0$$

$$L = L_0 (1 + \alpha \theta)$$

این رابطه در صورتی قابل استفاده است که اندازه θ کوچک باشد که به این ترتیب تقریباً می‌توان ضریب انبساط خطی را ثابت در نظر گرفت، اما در درجه حرارت‌های بالا یا در فاصله‌های دمایی زیاد، ضریب انبساط خطی (α) ثابت نیست و متناسب با درجه حرارت تغییر می‌کند. مثلاً ضریب انبساط خطی آهن در (200°C) برابر $\frac{1}{0.000016} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ و در صفر درجه سانتی‌گراد حدود $\frac{1}{0.000012} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ و در 600°C برابر $\frac{1}{0.000016} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ می‌باشد. در این حالت بهتر است از ضریب انبساطی خطی متوسط ($\bar{\alpha}$) استفاده شود.

رابطه به دست آمده برای زمانی است که درجه حرارت اولیه صفر می‌باشد اما در حالت کلی زمانی که درجه حرارت جسم از θ_1 به θ_2 افزایش می‌یابد، طول میله نیز از $L_1 \rightarrow L_2$ تغییر می‌کند بنابراین رابطه به صورت زیر خواهد بود :

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\Delta L = L_1 \bar{\alpha} (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Delta L = L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 - L_1 = L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 = L_1 + L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 = L_1 (1 + \bar{\alpha} \Delta \theta)$$

در این رابطه :

L_1 طول اولیه میله در دمای θ_1

L_2 طول بعد از انبساط میله در درجه حرارت θ_2

L_1 و L_2 : بر حسب cm ، mm یا m می‌باشد

$\Delta \theta$: بر حسب $^\circ\text{C}$ و $^\circ\text{K}$

$\bar{\alpha}$ بر حسب $\frac{1}{^\circ\text{C}}$ یا $\frac{1}{^\circ\text{K}}$ می‌باشد.

جدول ۱-۲- ضریب انبساط خطی بعضی از اجسام در °C :

جسم	$\frac{1}{\alpha}$ و °C
آلومینیم	24×10^{-6}
برنج	18×10^{-6}
مس	17×10^{-6}
اینوار (آلیاژ آهن و نیکل)	0.9×10^{-6}
آهن و فولاد	12×10^{-6}
سرب	29×10^{-6}
شیشه معمولی (تقریبی)	10×10^{-6}
چینی	3×10^{-6}
شیشه کوارتز	0.7×10^{-6}
اینوار مخصوص (آلیاژ آهن، نیکل و کرم)	0.03×10^{-6}
تنگستن	4×10^{-6}
چوب (عمود بر الیاف)	30×10^{-6}
چوب (به موازات الیاف)	6×10^{-6}
روی	30×10^{-6}
گرافیت	7.9×10^{-6}
چدن	10.2×10^{-6}

تمرین ۱-۲: طول یک قطعه فلزی در °C ۲۵ برابر ۱/۵m می‌باشد افزایش طول آن را در دمای °C ۳۵ برحسب mm به دست آورید. ضریب انبساط خطی فلز به طور متوسط در این فاصله دمایی $\frac{1}{12} \times 10^{-6}$ °C است.

حل (توسط هنرجو) :

مثال ۱-۲: طول یک میله آهنی در °C ۱۰۰ برابر ۱۰۰cm می‌باشد. افزایش طول آن را در دمای °C ۲۵ برحسب mm به دست آورید. ضریب انبساط خطی آهن به طور متوسط در این فاصله دمایی $\frac{1}{14} \times 10^{-6}$ °C است.

حل :

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحد مربوطه می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
θ_1 0°C	L_p ? cm
L_1 100°C	ΔL ? mm
θ_p 250°C	
$\bar{\alpha}$ $14 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) رابطه مربوط به مسأله نوشته می‌شود.

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

و همچنین می‌دانیم. $\theta_p - \theta_1 = \Delta\theta$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$L_p = 100(1 + 14 \times 10^{-6}(250 - 0))$$

$$L_p = 100(1 + 14 \times 10^{-6} \times 250)$$

$$L_p = 100(1/0035)$$

$$L_p = 100/35\text{cm}$$

$$\Delta L = L_p - L_1$$

$$\Delta L = 100/35 - 100$$

$$\Delta L = 0/35\text{cm}$$

چون ΔL را برحسب mm خواسته است لذا تبدیل

واحد از cm به mm انجام می‌دهیم :

$$\Delta L = 0/35 \times 10\text{mm}$$

$$\Delta L = 3/5\text{mm}$$

تمرین ۲-۲: طول یک میله گرافیتی پس از رسیدن به 600°C برابر 1350.0mm می باشد. طول اولیه میله در 120°C چقدر است. ضریب انبساط خطی میله در این فاصله دمایی برابر $\frac{1}{10^6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می باشد. حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۲: طول یک میله مسی پس از رسیدن به 500°C برابر 25.0cm می باشد، طول اولیه این میله در 100°C چقدر است، ضریب انبساط خطی مس در این فاصله دمایی $\frac{1}{10^6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می باشد. حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می شود.

داده ها	خواسته ها
$\theta_1 \quad 100^{\circ}\text{C}$	$L_1 \quad ? \quad \text{cm}$
$\theta_p \quad 500^{\circ}\text{C}$	
$L_p \quad 25.0\text{cm}$	
$\alpha \quad 20 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	

مرحله (۲) رابطه مربوط به مسأله نوشته می شود
 $L_p = L_1(1 + \alpha\Delta\theta)$

در این رابطه

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

$$L_p = L_1(1 + \alpha(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده ها

$$25.0 = L_1(1 + 20 \times 10^{-6} (500 - 100))$$

$$25.0 = L_1(1 + 20 \times 10^{-6} \times 400)$$

$$25.0 = L_1 \times 1.008$$

طرفین تساوی را بر ضریب L_1 تقسیم می کنیم

$$\frac{25.0}{1.008} = \frac{L_1 \times 1.008}{1.008}$$

$$L_1 = 248.02\text{cm}$$

تمرین ۲-۳: قطر یک استوانه فلزی در 120°C برابر 18dm و در 65°C برابر 1850mm می باشد. ضریب انبساط خطی متوسط فلز را به دست آورید.
حل (توسط هنجو):

مثال ۲-۳: طول یک میله فلزی در 100°C برابر 1500mm و در 500°C برابر 155cm می باشد، ضریب انبساط خطی متوسط این میله فلزی را به دست آورید.
حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

داده ها	خواسته ها
θ_1 100°C	$\bar{\alpha}$?
L_1 1500mm	
θ_p 500°C	
L_p 155cm	

مرحله (۲) تبدیل واحد طول از mm به cm تبدیل می شود.

$$L_1 = 1500\text{mm}$$

$$1\text{mm} = 0.1\text{cm}$$

داریم

$$L_1 = 1500 \times \frac{1}{10}\text{cm}$$

$$L_1 = 150\text{cm}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه :

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$155 = 150(1 + \bar{\alpha}(500 - 100))$$

$$155 = 150(1 + \bar{\alpha} \times 400)$$

عدد 150 در عددهای داخل پرانتز ضرب می شود.

$$155 = 150 \times 1 + \bar{\alpha} \times 400 \times 150$$

$$155 = 150 + 60000\bar{\alpha}$$

معلومها یک طرف تساوی.

$$155 \quad 150 \quad 60000\bar{\alpha}$$

$$5 \quad 60000\bar{\alpha}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می شود

$$\frac{6\phi\phi\phi\phi\bar{\alpha}}{6\phi\phi\phi\phi} = \frac{5}{60000}$$

$$\bar{\alpha} = 8/3 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۴-۲: قطر یک بوش فلزی در 20°C $2/5\text{cm}$ و بعد از حرارت دادن به $25/5\text{mm}$ افزایش می یابد. در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط آن برابر $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-5} / 5$ باشد، درجه حرارت نهایی بوش فلزی را به دست آورید.

حل (توسط هنجو):

مثال ۴-۲: طول یک میله فلزی در صفر درجه سانتی گراد 2000mm و بعد از حرارت دادن به 2003mm افزایش می یابد. در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط آن برابر $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-5} / 5$ باشد درجه حرارت نهایی میله فلزی را به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می شود

داده ها	خواسته ها
$\theta_1 \quad ^{\circ}\text{C}$	
$L_1 \quad 2000\text{mm}$	$\theta_p \quad ? \quad ^{\circ}\text{C}$
$L_p \quad 2003\text{mm}$	
$\bar{\alpha} \quad 12/5 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه :

$$2003 \quad 2000(1+12/5 \times 10^{-6}(\theta_p - 0))$$

$$2003 \quad 2000(1+12/5 \times 10^{-6}\theta_p)$$

$$2003 \quad 2000 + 2000 \times 12/5 \times 10^{-6}\theta_p$$

$$2003 \quad 2000 \quad 0/025\theta_p$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{3}{0/025} \quad \frac{0/025\theta_p}{0/025}$$

$$\theta_p \quad \frac{3}{0/025}$$

$$\theta_p \quad 120^{\circ}\text{C}$$

تمرین ۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به قطر $65/4\text{mm}$ درون یک بوش، لازم است میله را سرد کنیم، اگر قطر داخلی بوش $6/5\text{cm}$ باشد ضخامت بوش در مقابل قطر آن ناچیز باشد، دمای لازم برای سرد کردن میله حداقل چند درجه سانتی‌گراد باید باشد (دمای محیط 25°C و ضریب انبساط خطی متوسط برابر $\frac{1}{10^6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می‌باشد).
حل (توسط هنجو):

مثال ۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به قطر $50/4\text{mm}$ به درون یک بوش لازم است بوش را گرم کنیم. اگر قطر داخلی بوش 50mm بوده و ضخامت بوش در مقابل قطر آن ناچیز باشد. دمای لازم برای گرم کردن بوش حداقل چند درجه سانتی‌گراد باید باشد؟ (دمای محیط 25°C و $\bar{\alpha} = \frac{1}{10^6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$).

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$D_1 \quad 50\text{mm}$	$\theta_p \quad ? \quad ^{\circ}\text{C}$
$D_p \quad 50/4\text{mm}$	
$\theta_1 \quad 25^{\circ}\text{C}$	
$\bar{\alpha} \quad 10 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه</p> $D_p = D_1(1 + \alpha \Delta\theta)$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها</p> $50/4 = 50(1 + 10 \times 10^{-6} \times \Delta\theta)$ $50/4 = 50 \times 1 + 50 \times 10 \times 10^{-6} \times \Delta\theta$ $50/4 = 50 + 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ $50/4 - 50 = 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ $0/4 = 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول</p> $\frac{0/4}{5 \times 10^{-4}} = \frac{5 \times 10^{-4} \Delta\theta}{5 \times 10^{-4}}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\Delta\theta = 800^\circ\text{C}$ </div> $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $800 = \theta_p - 25$ $800 + 25 = \theta_p$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\theta_p = 825^\circ\text{C}$ </div>
	<p>تمرین ۶-۲: طول یک میله آلومینیمی در 5°C برابر 85cm است. افزایش طول آن برحسب mm در 155°C چقدر می‌شود، ضریب انبساط خطی آلومینیم به‌طور متوسط در این فاصله دمایی $\frac{1}{5 \times 10^6} / ^\circ\text{C}$ است</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۲-۷: طول یک میله مسی در 15°C برابر 115cm است، افزایش طول آن برحسب mm در 185°C حساب کنید، ضریب انبساط خطی میله مسی به طور متوسط در این فاصله دمایی $\frac{1}{10^4} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}$ می باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

* برای به دست آوردن میزان انبساط قطعات و اجسام می توان مقدار انبساط ابعاد مختلف آنها را به دست آورد سپس به کمک آنها می توان اندازه سطح و حجم انبساط یافته را به دست آورد. به طور مثال اگر یک جسم استوانه ای شکل داشته باشید می توانیم ابتدا میزان انبساط قطر و ارتفاع آن را به دست آوریم و سپس با استفاده از آنها سطح و حجم انبساط یافته را محاسبه نماییم. اما این کار زمان بر است و حجم محاسبات را افزایش می دهد. به همین منظور باید بتوانیم میزان انبساط سطحی و حجمی را مستقیماً به دست آوریم. برای این منظور روابطی مانند رابطه انبساط خطی برای محاسبه میزان انبساط سطح و حجم وجود دارد. در مورد انبساط سطحی رابطه

$$A = A_0(1 + \beta\theta)$$

به صورت زیر است :

که در آن :

A = میزان سطح انبساط یافته در درجه حرارت θ بر حسب مترمربع، سانتی مترمربع و میلی مترمربع

A_0 = میزان سطح اولیه در درجه حرارت صفر درجه سانتی گراد بر حسب مترمربع، سانتی مترمربع،

میلی مترمربع

$$\beta = \text{ضریب انبساط سطحی بر حسب } \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

$$\theta = \text{درجه حرارت نهایی بر حسب } ^\circ\text{C} \text{ یا } ^\circ\text{K}$$

با توجه به تجربیات به دست آمده معمولاً ضریب انبساط سطحی (β) را دو برابر ضریب انبساط خطی (α) در

نظر می گیرند یعنی

$$\beta = 2\alpha$$

رابطه انبساط سطحی را می توان برای به دست آوردن، میزان انبساط سطحی ایجاد شده هنگامی که از درجه

حرارت θ_1 به θ_2 می رسیم به صورت زیر نوشت :

$$A_2 = A_1(1 + \beta\Delta\theta)$$

که در آن :

$$A_2 = \text{سطح انبساط یافته در درجه حرارت } \theta_2$$

$$A_1 = \text{سطح اولیه در درجه حرارت } \theta_1$$

$\bar{\beta}$ = ضریب انبساط سطحی متوسط در فاصله دمایی θ_1 و θ_2 (لازم به توضیح است که با تغییر

درجه حرارت میزان انبساط خطی و در نتیجه ضریب انبساط سطحی تغییر می کند بنابراین در یک

فاصله دمایی ضریب انبساط سطحی متوسط در نظر می گیرند).

* در مورد انبساط حجمی رابطه به صورت زیر است :

$$V = V_0(1 + \gamma\theta)$$

که در آن :

$V =$ حجم انبساط یافته در درجه حرارت θ بر حسب مترمکعب، سانتی متر مکعب و میلی متر مکعب
 $V_0 =$ حجم انبساط یافته در درجه حرارت صفر درجه سانتی گراد بر حسب مترمکعب، سانتی متر مکعب
 و میلی متر مکعب

$$\gamma = \text{ضریب انبساط حجمی بر حسب } \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

$$\theta = \text{درجه حرارت نهایی بر حسب } ^\circ\text{C} \text{ یا } ^\circ\text{K}$$

با توجه به تجربیات به دست آمده معمولاً ضریب انبساط حجمی (γ) را سه برابر ضریب انبساط خطی (α) در

نظر می گیرند یعنی

$$\gamma = 3\alpha$$

همچنین رابطه انبساط حجمی را می توان برای به دست آوردن میزان انبساط حجمی ایجاد شده هنگامی که از

درجه حرارت θ_1 به θ_2 می رسیم به صورت زیر نوشت :

$$V_2 = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

که در آن :

$$V_2 = \text{حجم انبساط یافته در درجه حرارت } \theta_2$$

$$V_1 = \text{حجم اولیه در درجه حرارت } \theta_1$$

$$\bar{\gamma} = \text{ضریب انبساط حجمی متوسط در فاصله دمایی } \theta_1 \text{ و } \theta_2$$

$$\Delta\theta = \text{اختلاف درجه حرارت بین } \theta_1 \text{ و } \theta_2$$

تمرین ۸-۲: یک ورق فلزی به مساحت 650 cm^2 در 35°C را تا 30°C حرارت داده ایم با فرض این که ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6}$ باشد، مساحت نهایی ورق را بعد از انبساط بر حسب مترمربع به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۶-۲: یک ورق فلزی با مساحت 0.5 مترمربع در 25°C را تا 200°C حرارت داده ایم با فرض این که ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6}$ باشد مساحت نهایی ورق را بعد از انبساط بر حسب سانتی متر مربع به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحد مربوطه نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
A_p ? cm^2	A_1 $0/5m^2$
	θ_1 $25^\circ C$
	θ_p $200^\circ C$
	$\bar{\alpha}$ $28 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ C}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

در این رابطه

$$\begin{cases} \bar{\beta} = 2\alpha \\ \Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \end{cases}$$

پس خواهیم داشت :

$$A_p = A_1(1 + 2\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = 0/5(1 + 2 \times 28 \times 10^{-6} (200 - 25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$$A_p = 0/5(1 + 56 \times 10^{-6} \times 175)$$

$$A_p = 0/5(1 + 0/0098)$$

$$A_p = 0/5(1/0098)$$

$$A_p = 0/5049m^2$$

چون واحد را به cm^2 خواسته است لذا m^2 را به

cm^2 تبدیل می‌کنیم :

$$1m^2 = 10000cm^2$$

$$A_p = 0/5049 \times 10000cm^2$$

$$A_p = 5049cm^2$$

تمرین ۹-۲: یک ورق فلزی به ابعاد $1 \times 5/1$ متر در درجه حرارت 35°C را تا 28°C حرارت داده‌ایم. سطح ورق را برحسب سانتی‌متر مربع پس از انبساط به دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط $\frac{1}{18 \times 10^6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۲: یک ورق فلزی به شکل مستطیل با طول و عرض 100 و 50 سانتی‌متر در درجه حرارت 25°C را تا 250°C حرارت داده‌ایم. سطح ورق را برحسب مترمربع پس از انبساط به دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط فلز $\frac{1}{15 \times 10^6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_p \text{ ? m}^2$	طول ورق 100 cm
	عرض ورق 50 cm
	$\theta_1 \text{ } 25^\circ\text{C}$
	$\theta_p \text{ } 250^\circ\text{C}$
	$\bar{\alpha} \text{ } 15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

مرحله (۲) به دست آوردن سطح اولیه :

عرض \times طول = A_1 مساحت مستطیل

$$A_1 = 100 \times 50$$

$$A_1 = 5000 \text{ cm}^2$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

همان طوری که قبلاً گفته شد می‌دانیم که :

$$\bar{\beta} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

لذا خواهیم داشت :

$$A_p = A_1(1 + \frac{1}{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$A_p = 5000(1 + \frac{1}{15 \times 10^{-6}}(250 - 25))$$

$$A_p = 5000(1 + 30 \times 10^{-6} \times 225)$$

$$A_p = 5000(1 + 0.00675)$$

$$A_p = 5000(1.00675)$$

$$A_p = 5033.75 \text{ cm}^2$$

چون جواب را بر حسب m^2 خواسته لذا cm^2 را به m^2 تبدیل می‌کنیم.

$$1m^2 = 10000cm^2$$

$$A_p = 5033.75 / 75 \times \left(\frac{1}{10000} m^2 \right)$$

$$A_p = \frac{5033.75 / 75}{10000} m^2$$

$$A_p = 0.0503375 m^2$$

تمرین ۱۰-۲: یک ورق مسی به شکل دایره به قطر 120 cm در دمای 80°C را تا 600°C حرارت می‌دهیم. مطلوب است سطح نهایی فلز پس از انبساط بر حسب مترمربع، ضریب انبساط خطی متوسط $\frac{1}{19 \times 10^6} \text{ } ^\circ \text{C}^{-1}$ و $\pi \approx 3.14$ می‌باشد.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۸-۲: یک ورق آلومینیمی به شکل دایره به شعاع 0.8 m در دمای 50°C را تا 500°C حرارت می‌دهیم. مطلوب است سطح نهایی فلز پس از انبساط بر حسب سانتی متر مربع، ضریب انبساط خطی متوسط $\frac{1}{26 \times 10^6} \text{ } ^\circ \text{C}^{-1}$ و $\pi \approx 3.14$ می‌باشد.
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
R 0.8 m	$A_p \text{ ? cm}^2$
θ_1 50°C	
θ_2 500°C	
$\bar{\alpha}$ $\frac{1}{26 \times 10^6} \text{ } ^\circ \text{C}^{-1}$	

مرحله (۲) مساحت دایره را حساب می‌کنیم.

$$\text{مساحت دایره} = \pi \times (R)^2$$

	$A_1 = 3 \times (0.8)^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$A_1 = 1.92 \text{ m}^2$</div> <p>مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :</p> $A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$ <p>می دانیم که : $\bar{\beta}$ ، θ_1 ، θ_p و $\Delta\theta$ لذا خواهیم داشت :</p> $A_p = A_1(1 + \alpha(\theta_p - \theta_1))$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول فوق</p> $A_p = 1.92(1 + 2 \times 26 \times 10^{-6} (500 - 50))$ <p>مرحله ۵) محاسبات ریاضی :</p> $A_p = 1.92(1 + 52 \times 10^{-6} \times 450)$ $A_p = 1.92(1 + 0.0234)$ $A_p = 1.92(1.0234)$ $A_p = 1.964928 \text{ m}^2$ <p>چون بر حسب cm^2 خواسته شده، m^2 را به cm^2 تبدیل می کنیم</p> $A_p = 1.964928 \div 10000 \text{ cm}^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$A_p = 19649/28 \text{ cm}^2$</div>
<p>تمرین ۱۱-۲: یک ورق فولادی را از 0°C تا 950°C حرارت داده ایم اگر بعد از حرارت دادن مساحت آن به 7000 cm^2 برسد مساحت اولیه ورق را در 0°C بر حسب مترمربع حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی برابر $\frac{1}{13} \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ است.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۹-۲: یک ورق آلومینیم از 25°C تا 500°C حرارت داده می شود اگر بعد از حرارت دادن مساحت آن به 0.54 m^2 برسد مساحت اولیه ورق در 25°C بر حسب سانتی متر مربع چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم در این فاصله دمایی برابر $\frac{1}{24} \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ است.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته شود.</p>

داده‌ها	خواسته‌ها
θ_1 ۲۵ °C	A_1 ? cm ^۲
θ_p ۵۰ °C	
A_p ۰/۵۴m ^۲	
$\bar{\alpha}$ ۲۴×۱۰ ^{-۶} $\frac{1}{\text{°C}}$	

مرحله ۲) رابطه مربوطه نوشته می‌شود

داریم: $\Delta\theta$ θ_p θ_1 و $\bar{\beta}$ $\bar{\alpha}$:

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$A_p = A_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

محاسبات ریاضی :

$$0/54 = A_1(1 + 2 \times 24 \times 10^{-6} (50 - 25))$$

$$0/54 = A_1(1 + 48 \times 10^{-6} \times 25)$$

$$0/54 = A_1 \times 1/0228$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{0/54}{1/0228} = \frac{A_1 \times 1/0228}{1/0228}$$

$$A_1 = 0/528 \text{ m}^2$$

چون جواب را بر حسب cm^۲ خواسته است لذا m^۲

را به cm^۲ تبدیل می‌کنیم

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_1 = 0/528 \text{ m}^2$$

$$A_1 = 0/528 \times 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_1 = 5280 \text{ cm}^2$$

تمرین ۱۲-۲: سطح یک فلز در ۲۰°C و ۶۰۰°C به ترتیب $۰/۹\text{m}^2$ و $۰/۹۰۵\text{m}^2$ است. ضریب انبساط سطحی و خطی این فلز را در محدود دمایی فوق حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۰-۲: سطح یک فلز در صفر درجه سانتی گراد و ۵۰۰°C به ترتیب ۵۸۰cm^2 و ۵۹۵cm^2 است، ضریب انبساط سطحی و خطی این فلز را در محدوده دمایی فوق حساب کنید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه

با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 \quad ۰^{\circ}\text{C}$	
$\theta_p \quad ۵۰۰^{\circ}\text{C}$	$\bar{\alpha} \quad ?$
$A_1 \quad ۵۸۰\text{cm}^2$	$\bar{\beta} \quad ?$
$A_p \quad ۵۹۵\text{cm}^2$	

مرحله (۲) رابطه مربوطه نوشته می‌شود.

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۵۹۵ = ۵۸۰(1 + \bar{\beta}(۵۰۰ - ۰))$$

$$۵۹۵ = ۵۸۰(1 + ۵۰۰\bar{\beta})$$

$$۵۹۵ = ۵۸۰ \times 1 + ۵۸۰ \times ۵۰۰\bar{\beta}$$

$$۵۹۵ = ۵۸۰ + ۲۹۰۰۰۰\bar{\beta}$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$۵۹۵ - ۵۸۰ = ۲۹۰۰۰۰\bar{\beta}$$

$$۱۵ = ۲۹۰۰۰۰\bar{\beta}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند

$$\frac{۱۵}{۲۹۰۰۰۰} = \frac{۲۹۰۰۰۰\bar{\beta}}{۲۹۰۰۰۰}$$

$$\bar{\beta} = ۵/۱۷ \times ۱۰^{-۵} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

مرحله ۳) محاسبه مقدار α :

$$\bar{\beta} \quad 2\bar{\alpha}$$

$$5/17 \times 10^{-5} \quad 2 \times \bar{\alpha}$$

طرفین بر ضرب مجهول تقسیم می‌شود

$$\frac{5/17 \times 10^{-5}}{2} \quad \frac{2 \times \bar{\alpha}}{2}$$

$$\bar{\alpha} \quad 2/586 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۱۳-۲: یک ورق عایق که در 15°C دارای ابعاد 100 و 120 سانتی‌متر می‌باشد را حرارت می‌دهیم تا مساحت آن به $1/2004 \text{m}^2$ برسد مطلوب است تعیین درجه حرارت این ورق در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط این ماده در این فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-5} \times 0.5$ می‌باشد.
حل (توسط هنجو):

مثال ۱۱-۲: یک ورق از ماده دیرگداز به شکل مستطیل که در 20°C دارای طول و عرض 0.6 و 0.5 متر می‌باشد را حرارت می‌دهیم تا مساحت آن به 0.333m^2 برسد. مطلوب است تعیین درجه حرارت این ورق در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط این ماده در این فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-5} \times 15$ $\bar{\alpha}$ باشد.
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 \quad 20^{\circ}\text{C}$	$\theta_2 \quad ? \quad ^{\circ}\text{C}$
طول 0.6m	
عرض 0.5m	
$A_1 \quad 0.333 \text{m}^2$	
$\bar{\alpha} \quad 15 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	

مرحله ۲) نوشتن روابط مربوطه :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \quad \text{عرض} \times \text{طول} \\ \bar{\beta} \quad 2\bar{\alpha} \end{array} \right.$$

	<p>$A_p = A_1(1 + \beta \Delta\theta)$</p> <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $A_1 = 0.6 \times 0.5 = 0.3 \text{ m}^2$ $\bar{\beta} = 2 \times 15 \times 10^{-6} + 30 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ <p>مرحله ۴) محاسبات ریاضی:</p> $0.33 = 0.3(1 + 30 \times 10^{-6} \times \Delta\theta)$ $0.33 = 0.3 \times 1 + 0.3 \times 30 \times 10^{-6} \times \Delta\theta$ $0.33 = 0.3 + 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ <p>معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند.</p> $0.33 = 0.3 + 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ $0.03 = 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ <p>طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند</p> $\frac{0.03}{9 \times 10^{-6}} = \frac{9 \times 10^{-6} \Delta\theta}{9 \times 10^{-6}}$ $\Delta\theta = 3333.3 / 9$ <p>مرحله ۵) به دست آوردن θ_p.</p> $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $3333.3 / 9 = \theta_p - 20$ $3333.3 / 9 + 20 = \theta_p$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\theta_p = 3353 / 9 \text{ } ^\circ\text{C}$ </div>
<p>تمرین ۱۴-۲: حجم یک قطعه شیشه‌ای در دمای 25°C برابر 350 cm^3 است، حجم آن را در 250°C به دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط چدن در این فاصله دمایی برابر $1 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد. حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۱۲-۲: حجم یک قطعه چدنی در دمای 25°C برابر 450 cm^3 است، حجم آن را در 600°C به دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط چدن در این فاصله دمایی $9 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.</p>

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحد‌ها نوشته می‌شوند

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 \quad ۲۵^\circ\text{C}$	$\bar{\gamma} \quad ? \quad \frac{1}{^\circ\text{C}}$
$V_1 \quad ۴۵۰^\circ\text{C}$	$V_p \quad ? \quad \text{cm}^3$
$\theta_p \quad ۶۰۰^\circ\text{C}$	
$\bar{\alpha} \quad ۹ \times ۱۰^{-۶} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه:

$$\Delta\theta \quad \theta_p \quad \theta_1$$

$$\bar{\gamma} \quad ۳\bar{\alpha}$$

$$V_p \quad V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها:

$$\Delta\theta \quad ۶۰۰ \quad ۲۵ \quad ۵۷۵^\circ\text{C}$$

$$\bar{\gamma} \quad ۳ \times ۹ \times ۱۰^{-۶} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$V_p \quad ۴۵۰(1 + ۳ \times ۹ \times ۱۰^{-۶} \times ۵۷۵)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی:

$$V_p \quad ۴۵۰(1 + ۰/۰۱۵۵)$$

$$V_p \quad ۴۵۰ \times ۱/۰۱۵۵$$

$$V_p \quad ۴۵۶/۹۷۶ \text{cm}^3$$

تمرین ۱۵-۲: قطر یک کره فولادی در ۳۰°C برابر $۱/۲\text{m}$ است. حجم آن را در ۶۵°C به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی برابر $۱۲/۵ \times ۱۰^{-۶} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد. حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۳-۲: شعاع یک کره فولادی در ۲۵°C ، ۵۰cm است حجم آن در ۷۰۰°C چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی $۱/۲۵ \times ۱۰^{-۵} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد. حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه

با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 \quad ۲۵^\circ\text{C}$	$V_1 \quad ? \quad \text{cm}^3$
$r \quad ۵۰\text{cm}$	
$\theta_p \quad ۷۰۰^\circ\text{C}$	$V_p \quad ? \quad \text{cm}^3$
$\bar{\alpha} \quad 1/۲۵ \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله ۲) محاسبه حجم کره:

$$\text{حجم کره } V_1 = \frac{۴}{۳} \pi r^3$$

$$V_1 = \frac{۴}{۳} \times ۳/۱۴ \times (۵۰)^3$$

$$V_1 = \frac{۴}{۳} \times ۳/۱۴ \times ۵۰ \times ۵۰ \times ۵۰$$

$$V_1 = \frac{۱۵۷۰۰۰۰}{۳}$$

$$V_1 = ۵۲۳۳۳۳ / ۳ \text{cm}^3$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوطه

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma} \Delta\theta)$$

اگر θ_1 ، θ_p و $\Delta\theta$ و $\bar{\alpha}$ و $\bar{\gamma}$ باشد داریم:

$$V_p = V_1(1 + ۳\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_p = ۵۲۳۳۳۳ / ۳(1 + ۳ \times 1/۲۵ \times 10^{-5} (۷۰۰ - ۲۵))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$V_p = ۵۲۳۳۳۳ / ۳(1 + ۳ / ۷۵ \times 10^{-5} \times ۶۷۵)$$

$$V_p = ۵۲۳۳۳۳ / ۳(1 / ۰۲۵)$$

$$V_p = ۵۳۶۴۱۶ / ۶۳ \text{cm}^3$$

تمرین ۱۶-۲: یک قطعه آلومینیمی از ۲۵°C تا ۴۵°C حرارت داده می‌شود. اگر حجم آن بعد از حرارت دادن $۷ \times ۱۰^{-۶} \text{m}^3$ شود. حجم قطعه را در ۲۵°C برحسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید، ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم در فاصله دمایی

$$\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times ۱۰^{-۶} \text{ می‌باشد.}$$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۴-۲: یک قطعه مسی از ۲۰°C تا ۴۰۰°C حرارت داده می‌شود. اگر حجم آن بعد از حرارت دادن ۹۰۰cm^3 شود. حجم قطعه در ۲۰°C برحسب مترمکعب چقدر برده است. ضریب انبساط خطی متوسط مس در این فاصله دمایی $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times ۱۶ \times ۱۰^{-۶}$ می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 \quad ۲۰^{\circ}\text{C}$	$V_1 \quad ? \quad \text{m}^3$
$\theta_p \quad ۴۰۰^{\circ}\text{C}$	
$V_p \quad ۹۰۰ \text{cm}^3$	
$\bar{\alpha} \quad ۱۶ \times ۱۰^{-۶} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر θ_1 ، θ_p ، $\Delta\theta$ و $\bar{\alpha}$ باشد داریم :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۹۰۰ = V_1(1 + ۳ \times ۱۶ \times ۱۰^{-۶} (۴۰۰ - ۲۰))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$۹۰۰ = V_1(1 + ۴۸ \times ۱۰^{-۶} \times ۳۸۰)$$

$$۹۰۰ = V_1(1 + ۰/۰۱۸)$$

$$۹۰۰ = V_1 \times ۱/۰۱۸$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۹۰۰}{۱/۰۱۸} = \frac{V_1 \times ۱/۰۱۸}{۱/۰۱۸}$$

$$V_1 \quad 884/09 \text{ cm}^3$$

مرحله ۵) تبدیل واحد. چون جواب را بر حسب m^3 خواسته لذا cm^3 را به m^3 تبدیل می‌کنیم

$$1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

طرفین تساوی بر ۱۰۰۰۰۰۰ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1}{1000000} \text{ m}^3 = \frac{1000000}{1000000} \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1000000} \text{ m}^3$$

$$V_1 \quad 884/09 \text{ cm}^3$$

$$V_1 \quad 884/09 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^3$$

$$V_1 \quad 0/00088409 \text{ m}^3$$

$$V_1 \quad 8/8409 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

تمرین ۱۷-۲: حجم یک قطعه در درجه حرارت‌های 35°C و 35°C به ترتیب $0/8 \text{ m}^3$ و $0/804 \text{ m}^3$ می‌باشد ضریب انبساط حجمی و خطی متوسط آن را به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۵-۲: حجم یک قطعه فلزی در درجه حرارت‌های 25°C و 400°C به ترتیب $0/7 \text{ m}^3$ و $0/73 \text{ m}^3$ می‌باشد، مطلوب است تعیین ضریب انبساط حجمی و خطی متوسط آن.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 \quad 25^\circ\text{C}$	$\bar{\gamma} \quad ?$
$\theta_2 \quad 400^\circ\text{C}$	$\bar{\alpha} \quad ?$
$V_1 \quad 0/7 \text{ m}^3$	
$V_2 \quad 0/73 \text{ m}^3$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر (θ_p, θ_1) باشد داریم :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$0.073 = 0.07(1 + \bar{\gamma}(400 - 25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$$0.073 = 0.07(1 + \bar{\gamma} \times 375)$$

$$0.073 = 0.07 + 0.07 \times 375 \times \bar{\gamma}$$

$$0.073 = 0.07 + 262.5\bar{\gamma}$$

اگر عددی از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی

برده شود علامت آن تغییر می‌کند

$$0.073 - 0.07 = 262.5\bar{\gamma}$$

$$0.003 = 262.5\bar{\gamma}$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{0.003}{262.5} = \frac{262.5\bar{\gamma}}{262.5}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{14} \times 10^{-4} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

مرحله ۵) محاسبه ضریب انبساط حرارتی خطی

متوسط

$$\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$$

$$\frac{1}{14} \times 10^{-4} = 3\bar{\alpha}$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1/14 \times 10^{-4}}{3} = \frac{3\bar{\alpha}}{3}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{3}{8} \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۱۸-۲: حجم یک استوانه فولادی در دمای 25°C برابر $6/5 \times 10^4 \text{ m}^3$ می‌باشد. پس از حرارت دادن حجم آن به 660 cm^3 می‌رسد. درجه حرارت قطعه را پس از حرارت دادن به دست آورید. ضریب انبساط خطی فولاد برابر $1/10^6 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می‌باشد.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۶-۲: حجم یک استوانه برنجی در دمای 30°C برابر با 750 cm^3 می‌باشد، پس از حرارت دادن حجم آن به 762 cm^3 می‌رسد. مطلوب است درجه حرارت قطعه پس از حرارت دادن. ضریب انبساط خطی متوسط برنج برابر $1/10^6 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می‌باشد.
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدهای مربوطه نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 \quad 30^{\circ}\text{C}$	$\gamma \quad ? \quad \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
$V_1 \quad 750^{\circ}\text{C}$	
$V_2 \quad 762^{\circ}\text{C}$	$\theta_2 \quad ? \quad ^{\circ}\text{C}$
$\bar{\alpha} \quad 17 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :

$$V_2 = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر $\bar{\alpha} = 3 \times 10^{-6}$ باشد داریم :

$$V_2 = V_1(1 + 3\bar{\alpha}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$762 = 750(1 + 3 \times 17 \times 10^{-6} \Delta\theta)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$762 = 750 + 750 \times 3 \times 17 \times 10^{-6} \Delta\theta$$

$$762 = 750 + 0.038\Delta\theta$$

عددهای معلوم در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$762 - 750 = 0.038\Delta\theta$$

$$12 = 0.038\Delta\theta$$

	<p>طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود</p> $\frac{12}{0/038} = \frac{0/038 \Delta\theta}{0/038}$ $\Delta\theta = 315/79^{\circ}\text{C}$ <p>مرحله ۵) محاسبه θ_p:</p> $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $315/79 = \theta_p - 30$ $315/79 + 30 = \theta_p$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\theta_p = 345/79^{\circ}\text{C}$ </div>
	<p>تمرین ۱۹-۲: حجم یک گلوله فولادی در 10°C برابر $283/5\text{cm}^3$ است. حجم آن در 482°C چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی فولاد در این فاصله دمایی به‌طور متوسط $\frac{1}{10^{\circ}\text{C}} \times 12$ می‌باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

تمرین ۲۰-۲: یک ورق آهنی به شکل مستطیل که طول و عرض آن در 30°C به ترتیب $0/3$ و $0/5$ متر است تا 135°C گرم می‌کنیم سطح ورق را بعد از انبساط برحسب cm^2 حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط آهن در این فاصله دمایی $\frac{1}{10^6} \times 14/5$ می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

۲-۲-۱- انبساط ظاهری و حقیقی مایعات :

در صورتی که یک مقدار معین مایع یا مذاب که درون یک ظرف قرار دارد حرارت داده شود، علاوه بر مایع، ظرف حاوی مایع نیز منبسط می‌شود. در این حالت انبساط حجمی مایع به علت انبساط ظرف حاوی مایع کمتر از انبساط حقیقی مایع به نظر می‌رسد که به آن انبساط ظاهری مایع می‌گویند. بنابراین در محاسبات باید دقت شود که انبساط ظاهری مایعات در اثر حرارت دادن کمتر از انبساط حقیقی آنها است. به همین منظور برای به دست آوردن میزان انبساط واقعی مایعات باید انبساط ظاهری مایع را با انبساط ظرف جمع نمود، یا به عبارت دیگر :

$$\gamma_L = \gamma + \gamma_{\beta}$$

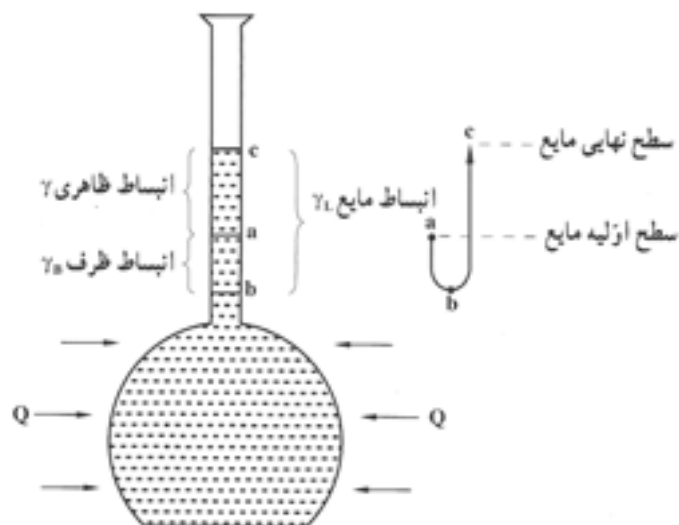
که در آن :

γ_L : انبساط حقیقی مایع

γ : میزان انبساط ظاهری مایع

γ_{β} : میزان انبساط حجمی ظرف

این موضوع در شکل ۲-۱ نشان داده شده است.



شکل ۱-۲- تعیین انبساط حقیقی مایع

۲-۳- انقباض اجسام در اثر کاهش درجه حرارت :

اجسام همان‌طور که در اثر حرارت دادن انبساط پیدامی کنند و ابعادشان بزرگ‌تر می‌شود. هنگامی که سرد می‌شوند و حرارت خود را از دست می‌دهند ابعاد، سطوح و حجم آنها کاهش می‌یابد که این کاهش ابعاد، سطوح و حجم آنها در اثر کاهش درجه حرارت را انقباض می‌نامند. به‌طور مثال هنگامی که مذاب فلز در قالب ریخته‌گری می‌شود پس از گذشت زمان و از دست دادن درجه حرارت به تدریج کاهش حجم پیدا کرده و منقبض می‌شود که این مسأله با پایین رفتن سطح مذاب از راهگاه کاملاً مشهود است.

براساس تجربیات گذشته و آزمایشات صورت گرفته میزان انقباض در اثر کاهش حرارت برابر با میزان انبساط در اثر حرارت دادن است. بنابراین تمام روابطی که برای انبساط طولی، سطحی و حجمی اجسام ذکر شده است، در مورد انقباض اجسام نیز صادق است. به عنوان مثال در مورد انقباض خطی رابطه به‌صورت زیر است :

$$L_p = L_1(1 + \alpha \Delta\theta)$$

که در آن :

L_p : طول جسم منقبض شده در درجه حرارت θ_p

L_1 : طول جسم اولیه (قبل از انقباض) در درجه حرارت θ_1

α : ضریب انبساط خطی

θ_p : درجه حرارت نهایی

θ_1 : درجه حرارت اولیه

که $\theta_p < \theta_1$ است.

به همین ترتیب رابطه برای انقباض سطحی و حجمی به ترتیب به صورت زیر است :

$$A_p = A_1(1 + \beta\Delta\theta)$$

$$V_p = V_1(1 + \gamma\Delta\theta)$$

که در آنها θ_1 ، θ_p و $\Delta\theta$ و $\theta_p < \theta_1$ می باشد.

همان طوری که در مثال ذکر شد ریخته گری فلزات و آلیاژها به علت کاهش درجه حرارت مذاب در قالب، انقباض در حالت مذاب از درجه حرارت مذاب تا رسیدن به درجه حرارت انجماد، انقباض حین انجماد در درجه حرارت انجماد و انقباض بعد از انجماد در حالت جامد تا رسیدن به درجه حرارت محیط در قطعه اتفاق می افتد، که اهمیت زیادی دارد.

۱-۳-۲- انقباض در حالت مذاب :

مذاب برای ریخته گری در قالب معمولاً تا 100°C الی 200°C بالاتر از نقطه ذوب حرارت داده می شود، سپس به داخل قالب ریخته می شود. این درجه حرارت فوق ذوب یا فوق گداز نام دارد. هنگامی که مذاب به داخل قالب ریخته می شود با گذشت زمان، درجه حرارت تا رسیدن به نقطه انجماد فلز کاهش می یابد که در اثر آن حجم مذاب کاهش می یابد که آن را انقباض در حالت مذاب می نامند، که برای جبران این انقباض، کافی است که مقداری مذاب به داخل قالب اضافه شود که مقدار این انقباض از رابطه زیر به دست می آید.

$$\Delta V = V_m \cdot \bar{\gamma} (\theta_p - \theta_m)$$

که در آن :

ΔV : انقباض حجمی مذاب بر حسب cm^3

V_m : حجم محفظه قالب بر حسب cm^3

$\bar{\gamma}$: ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه ذوب بر حسب $\frac{1}{^\circ\text{C}}$

θ_p : درجه حرارت ریختن مذاب (فوق ذوب) بر حسب $^\circ\text{C}$

θ_m : درجه حرارت انجماد بر حسب $^\circ\text{C}$

<p>تمرین ۲۱-۲: یک قطعه مسی به طول $1/2\text{m}$ در درجه حرارت 600°C را با هوای سرد خنک می کنیم. مطلوب است طول نهایی این قطعه مسی در درجه حرارت 5°C، ضریب انبساط خطی متوسط در این فاصله دمایی برابر است با $\frac{1}{10} \times 10^{-6}$</p>	<p>مثال ۱۷-۲: یک میله آهنی به طول 100cm در درجه حرارت 800°C را با هوای سرد خنک می کنیم. مطلوب است طول نهایی این میله آهنی در درجه حرارت 25°C. ضریب انبساط خطی متوسط در این فاصله دمایی برابر است با $\frac{1}{5} \times 10^{-6}$</p>
---	---

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
L_1 ۱۰۰cm	L_p ? cm
θ_1 ۸۰°C	
θ_p ۲۵°C	
$\bar{\alpha}$ $11/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله:

$$L_p = L_1(1 + \alpha \Delta\theta)$$

می‌دانیم که θ_1 θ_p $\Delta\theta$

$$L_p = L_1(1 + \alpha(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$$L_p = 100(1 + 11/5 \times 10^{-6} (25 - 80))$$

$$L_p = 100(1 + 11/5 \times 10^{-6} (-55))$$

$$L_p = 100(1 + (-8/9 \times 10^{-3}))$$

$$L_p = 100(0/99)$$

$$L_p = 99\text{cm}$$

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۲۲-۲: یک ورق برنجی به ابعاد ۱۸۵/۱۰× متر در دمای ۳۰۰°C را خنک می‌کنیم. مطلوب است سطح نهایی آن در درجه حرارت ۲۰°C. ضریب انبساط خطی متوسط برنج $19 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۸-۲: یک ورق آلومینیومی مستطیل شکل به طول و عرض ۸۰cm و ۴۰cm در دمای ۴۵°C را خنک می‌کنیم. مطلوب است سطح نهایی آن در درجه حرارت ۳۰°C. ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیوم $22 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
طول ۸۰cm	
عرض ۴۰cm	$\bar{\beta} ? \frac{1}{^\circ\text{C}}$
$\theta_1 45^\circ\text{C}$	$A_1 ? \text{cm}^2$
$\theta_p 30^\circ\text{C}$	$A_p ? \text{cm}^2$
$\bar{\alpha} 22 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه‌های مربوطه :

می‌دانیم که :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \text{ عرض} \times \text{طول} \\ A_1 \quad 80 \times 40 \\ A_1 \quad 3200 \text{cm}^2 \\ \bar{\beta} \quad 2\bar{\alpha} \\ \Delta\theta \quad \theta_p \quad \theta_1 \end{array} \right.$$

$$A_p = A_1(1 + 2\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = 3200 \times (1 + 2 \times 22 \times 10^{-6} (30 - 45))$$

$$A_p = 3200 \times (1 + 44 \times 10^{-6} \times (-15))$$

$$A_p = 3200 \times (1 + (-0.0066))$$

$$A_p = 3200 \times 0.9934$$

$$A_p = 3179.04 \text{cm}^2$$

تمرین ۲۳-۲: حجم یک قطعه شیشه‌ای در دمای 500°C برابر 100cm^3 است، حجم قطعه در 200°C چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط شیشه برابر $17 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ است.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۹-۲: حجم یک قطعه برنجی در 500°C برابر 100cm^3 است حجم قطعه در 200°C چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط برنج برابر $17 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ است.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
V_1 100cm^3	V_p ? cm^3
θ_1 500°C	
θ_p 200°C	
$\bar{\alpha}$ $17 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

با توجه به این‌که θ_1 ، θ_p و $\Delta\theta$ و $\bar{\alpha}$ داریم :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_p = 100(1 + 17 \times 10^{-6}(200 - 500))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$V_p = 100(1 + 17 \times 10^{-6}(-300))$$

$$V_p = 100(1 - 0.0051)$$

$$V_p = 100 \times 0.9949$$

$$V_p = 99.49\text{cm}^3$$

تمرین ۲۴-۲: حجم محفظه یک قالب ریخته‌گری برای تولید یک قطعه چدن ۴۵۰cm^3 است. در صورتی که دمای مذاب چدن در هنگام ریختن ۱۶۰۰°C و نقطه ذوب ۱۴۵۰°C باشد. انقباض حجمی مذاب را بر حسب مترمکعب حساب کنید. ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه فوق ذوب $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-5} \times ۴۵$ می‌باشد.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۰-۲: حجم محفظه یک قالب ریخته‌گری برای تولید یک قطعه آلومینیومی ۵۰۰cm^3 است. در صورتی که دمای مذاب آلومینیوم در هنگام ریختن ۷۲۰°C و نقطه ذوب آلومینیوم ۶۶۰°C باشد. انقباض حجمی مذاب را بر حسب سانتی مترمکعب حساب کنید. ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه فوق ذوب $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times ۹۰$ می‌باشد.
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه و همراه با واحدهای خواسته شده نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$V_m \quad ۵۰۰\text{cm}^3$	$\Delta V \quad ? \quad \text{cm}^3$
$\theta_p \quad ۷۲۰^\circ\text{C}$	
$\theta_m \quad ۶۶۰^\circ\text{C}$	
$\bar{\gamma} \quad ۹۰ \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$\Delta V = V_m \cdot \bar{\gamma} (\theta_p - \theta_m)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه فوق

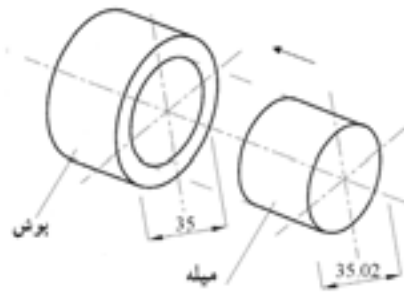
$$\Delta V = ۵۰۰ \times ۹۰ \times 10^{-6} (۷۲۰ - ۶۶۰)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$\Delta V = ۵۰۰ \times ۹۰ \times 10^{-6} \times ۶۰$$

$$\Delta V = ۲ \text{ / } \text{vcm}^3$$

تمرین ۲۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به درون یک بوش مطابق شکل زیر لازم است که آن را سرد کنیم. اگر ضریب انبساط خطی این فولاد به طور متوسط $\frac{1}{10} \times 10^{-6}$ و درجه حرارت محیط 30°C باشد دمای میله چند درجه سانتی گراد خواهد بود.
حل (توسط هنرجو):



شکل ۲-۲- نحوه جا زدن میله درون یک بوش بر اثر برودت و سرما

انقباض حین انجماد (خمیری):

پس از این که مذاب به درجه حرارت انجماد رسید مذاب شروع به انجماد می کند. در حین انجماد نیز حجم مذاب و جامد به وجود آمده کاهش یافته و مجدداً منقبض می شود. این انقباض و کاهش حجم اگر جبران نشود قطعه معیوب خواهد شد. برای این منظور معمولاً این انقباض و کاهش حجم را با طراحی صحیح سیستم های تغذیه گذاری جبران می کنند تا از ایجاد عیوب انقباض در حین انجماد مذاب در محفظه قالب جلوگیری کند. انقباض یا انبساط در طول مدت انجماد یا ذوب در منطقه جامد و مایع به شکل ساختمانی و ماهیت مایع و جامد بستگی دارد. معمولاً فلزات و آلیاژها در این منطقه ۲ تا ۸ درصد حجمی انقباض یا انبساط پیدا می کنند. بعضی فلزات و آلیاژها در جریان انجماد از منطقه جامد و مایع به جای انقباض، منبسط می شوند. بیسموت و آنتیموان و بعضی از آلیاژها نظیر چدن های خاکستری و انواع چدن با گرافیت کروی در حین انجماد منبسط می شوند. با شروع انجماد و هنگامی که ذرات جامد و مذاب با هم در حال تعادل هستند نمی توان مذاب اضافی را وارد

قالب نمود زیرا کاهش و کمبودهای حجم در این منطقه در تمام قطعه پراکنده می‌شوند، اما در یک نقطه متمرکز نمی‌شوند.

۲-۳-۲- انقباض در حالت جامد :

پس از آن که مذاب به‌طور کامل منجمد شد، تا رسیدن فلز به درجه حرارت محیط، حجم قطعه کاهش می‌یابد، این کاهش حجم را انقباض در حالت جامد می‌نامند. انقباض در حالت جامد را با بزرگ‌تر در نظر گرفتن مدل، می‌توان جبران نمود. برای این منظور طراح و مدلساز اضافه مجاز انقباض را در مدل منظور می‌نماید. این اضافه مجاز که به‌صورت درصد بیان می‌شود به ابعاد مدل افزوده می‌شود تا پس از انقباض قطعه در حالت جامد به اندازه مورد نظر برسد.

درصد اضافه مجاز انقباض در ریخته‌گری به عوامل زیر بستگی دارد :

- جنس و نوع آلیاژ

- ابعاد و اندازه مدل

- نوع و جنس قالب

فلزات مختلف دارای نقاط ذوب و ضریب انبساط منحصربه‌فردی می‌باشند و نقاط ذوب و ضریب انبساط خطی یکسانی دارند. معمولاً عناصر آلیاژی موجود در آلیاژها سبب تغییر در نقاط ذوب (معمولاً به‌صورت کاهش) و تغییر ضریب انبساط حرارتی فلز اصلی می‌شوند. در نتیجه این عوامل سبب تغییر در مقدار انقباض در حالت جامد شده بنابراین مقدار اضافه مجاز انقباض نیز تغییر خواهد کرد.

ابعاد مدل نیز در مقدار اضافه مجاز مؤثر است. هرچه قدر که طول قطعه بیشتر باشد مقدار اضافه مجاز انقباض کمتری نسبت به قطعات با طول کمتر، برای آنها در نظر می‌گیرند. علت این است که در قطعات با طول بیشتر مقداری از انقباض ایجاد شده در حالت جامد در ریز ساختار قطعه (یا دانه‌های آن) مستهلک می‌شود. جنس قالب، نوع انجماد و سرعت انجماد نیز در مقدار انقباض قطعه مؤثر می‌باشد، علت این مسأله به نوع ریز ساختار فلز (دانه‌بندی) آن بر می‌گردد. به عنوان مثال ضریب انبساط یا انقباض خطی قطعاتی که در قالب‌های فلزی ریخته‌گری می‌شوند نسبت به قطعاتی که در قالب‌های ماسه‌ای ریخته‌گری می‌شوند، متفاوت است، علت این است که قطعات ریخته‌گری در قالب‌های فلزی دارای دانه‌های ریزتر و در جهات مشخص می‌باشند، اما قطعات ریخته‌گری در قالب‌های ماسه‌ای دارای دانه‌های درشت‌تر و بدون جهت می‌باشند.

در نقطه انجماد (یا ذوب)، تغییرات (افزایش یا کاهش) مقدار حرارت باعث تغییر نوع اتصال اتم‌ها می‌شود و سبب تبدیل جامد به مذاب و برعکس می‌شود. در این حالت انبساط یا انقباض حجمی با درجه حرارت رابطه ساده (یا خطی) نداشته و به تبدیلات ساختاری فلز ارتباط می‌یابد. معمولاً بیشتر عناصر و ترکیبات در مراحل مختلف

سرد شده، کاهش حجم یا انقباض پیدا می‌کنند. در مورد فلزات یا آلیاژها میزان تغییرات حجمی از حالت مذاب به جامد برابر با مجموع انقباض‌های منطقه مایع، فاصله انجماد (خمیری) و حالت جامد است. در مورد مذاب چدن خاکستری هنگامی که سرد می‌شود تا درجه حرارت انجماد، انقباض در آن اتفاق می‌افتد. در فاصله انجماد (خمیری) چدن خاکستری برخلاف دیگر فلزات است که انقباض پیدا می‌کنند، انبساط می‌یابد که علت آن در حقیقت به آزاد شدن کربن و رسوب آن به صورت گرافیت ارتباط دارد، این پدیده سبب می‌شود که انقباضی که در حین انجماد در چدن خاکستری به وجود می‌آید، جبران شده و حتی مقداری انبساط نیز در آن حاصل شود. اما پس از این که چدن خاکستری جامد شد، با سرد شدن تا درجه حرارت محیط منقبض می‌شود. برای به دست آوردن درصد اضافه مجاز انقباض خطی یک جسم جامد در فاصله حرارتی نقطه ذوب تا درجه حرارت محیط بر حسب ضریب انبساط خطی متوسط از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\%s \quad \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

که در آن :

$\%s$: اضافه مجاز انقباض خطی (تئوری) بر حسب درصد

$\bar{\alpha}$: ضریب انبساط خطی متوسط فلز جامد در فاصله دمایی θ_m (نقطه ذوب) تا θ_i (درجه حرارت محیط برابر 25°C) است.

با توجه به رابطه فوق درصد انقباض خطی (تئوری) ($\%s$) مشخص می‌شود. همچنین با معلوم بودن ابعاد قطعه ریختگی (مطابق نقشه قطعه طراحی شده) می‌توان ابعاد مدل (یا قالب) را با استفاده از رابطه زیر به دست آورد.

$$\alpha_m = \alpha_c \left(1 + \frac{\%s}{100} \right)$$

که در آن :

α_c : اندازه قطعه ریختگی بر حسب cm

α_m : اندازه مدل (یا قالب) بر حسب cm

$\%s$: اضافه مجاز انقباض تئوری (خطی) بر حسب درصد

در جدول زیر درصد اضافه مجاز انقباض خطی (تئوری) برای بعضی از فلزات و آلیاژهای ریختگی نشان داده شده است.

جدول ۲-۲- درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژها (تئوری)

درصد انقباض	آلیاژ	درصد انقباض	آلیاژ
۱/۳-۱/۶	آلیاژهای آلومینیم و سیلیسیم	۰/۶-۱/۳	چدن‌های خاکستری
۱/۲	آلیاژهای آلومینیم و منیزیم	۲	چدن‌های سفید (مالی بل)
۲-۲/۵	آلومینیم برنزا	۱/۵-۲	فولادهای ساده کربنی
۱/۳-۱/۶	برنچ‌ها و برنزا	۲	فولاد کرم دار
۱/۵-۲/۵	آلیاژهای سرب و آنتیموان	۲/۵	فولادهای منگن‌دار
۱/۵-۲	آلیاژهای قلع	۲/۶	روی و آلیاژهای روی

تمرین ۲۶-۲: ضریب انبساط خطی مس به‌طور متوسط از درجه حرارت ۲۵°C تا نقطه ذوب ۱۰۵۶°C برابر $\frac{1}{10^6} \times ۱۷$ می‌باشد.
 الف) درصد اضافه مجاز انقباض را به‌دست آورید
 ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی ۱۱۰۰mm باشد را به‌دست آورید.
 حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۱-۲: ضریب انبساط خطی آلومینیم به‌طور متوسط از درجه حرارت ۲۰°C تا نقطه ذوب ۶۶۰°C برابر $\frac{1}{10^6} \times ۲۸$ می‌باشد مطلوب است محاسبه :
 الف) درصد اضافه مجاز انقباض
 ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی ۱۰۰cm باشد
 حل:
 مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
θ_i ۲۰°C	%S ? α_m ?
θ_m ۶۶۰°C	
$\bar{\alpha}$ $۲۸ \times ۱۰^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	
α_c ۱۰۰cm	

مرحله (۲) رابطه‌های مربوط به حل مسأله نوشته می‌شود

$$\%S = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times ۱۰۰$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$$\%S = 28 \times 10^{-6} (660 - 20) \times 100$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$\%S = 28 \times 10^{-6} \times 640 \times 100$$

$$\%S = 1.79\%$$

مرحله ۵) رابطه مربوطه نوشته می‌شود

$$a_m = a_c \left(1 + \frac{\%S}{100}\right)$$

$$a_m = 100 \left(1 + \frac{1.79}{100}\right)$$

$$a_m = 100 \times 1.0179$$

$$a_m = 101.79$$

تمرین ۲۷-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژی از روی به‌طور متوسط از درجه حرارت 15°C تا نقطه ذوب آن 420°C برابر $\frac{1}{100000}$ می‌باشد.

الف) درصد اضافه مجاز انقباض آن را حساب کنید.
ب) اندازه قطر مدل در صورتی که قطر قطعه ریختگی 0.85m باشد را به‌دست آورید.
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۲-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژی از چدن به‌طور متوسط از درجه حرارت 25°C تا نقطه ذوب آن 1450°C برابر $\frac{1}{140000}$ می‌باشد. مطلوب است محاسبه و تعیین:

الف) درصد اضافه مجاز انقباض
ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی 50cm است.
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i = 25^\circ\text{C}$	$\%S = ?$
$\theta_m = 1450^\circ\text{C}$	$a_m = ?$
$\bar{\alpha} = 14 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	
$a_c = 50\text{cm}$	

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوطه :</p> $\%s \quad \bar{\alpha}(\theta_m \quad \theta_i) \times 100$ $\%s \quad 14 \times 10^{-6} (1450 - 25) \times 100$ <p>مرحله ۳) محاسبات ریاضی :</p> $\%s \quad 14 \times 10^{-6} \times 1425 \times 100$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">%s %1/995</div> <p>مرحله ۴) نوشتن رابطه دیگری</p> $a_m \quad a_c \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$ $a_m \quad 50 \left(1 + \frac{1/995}{100}\right)$ $a_m \quad 50 \times 1/0199$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">a_m 50/995</div>
	<p>تمرین ۲۸-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ مس به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط ۲۵°C تا نقطه ذوب ۱۰۳۰°C برابر است با $\frac{1}{19} \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ مطلوبست:</p> <p>الف) محاسبه درصد اضافه مجاز انقباض</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی ۷۵cm باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۲۹-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ برنج به طور متوسط از درجه حرارت 35°C تا نقطه ذوب 958°C برابر است با $\frac{1}{100000}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ مطلوبست محاسبه:</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض</p> <p>ب) اندازه طول مدل، در صورتی که طول قطعه ریختگی 85cm باشد</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>
	<p>تمرین ۳۰-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژ برنج (65% مس و 35% روی) از 40°C تا 925°C برابر $\frac{1}{160000}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ است مطلوب است محاسبه و تعیین درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل و همچنین اندازه طول مدل، در صورتی که طول قطعه ریختگی 75cm باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

تمرین ۳۱-۲: قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به ابعاد $۱۰ \times ۶۰ \times ۲۰$ سانتی‌متر از جنس آلیاژی از آلومینیم با ضریب انبساط خطی $\frac{1}{C} \times ۱۰^{-۶}$ را می‌خواهیم ریخته‌گری کنیم، اگر نقطه ذوب آلیاژ $۶۳۰^{\circ}C$ و دمای محیط $۲۷^{\circ}C$ باشد مطلوبست :

الف) محاسبه درصد اضافه مجاز انقباض

ب) محاسبه ابعاد مدل این قطعه

حل (توسط هنرجو):

انقباض تئوری که در قسمت قبل نحوه محاسبه آن ارائه گردید معمولاً با توجه به مواردی با انقباض عملی متفاوت است. این موارد بستگی به نحوه سرد شدن مذاب، نوع انجماد، سرعت انجماد و درجه حرارت شروع انجماد، نوع قالب، ابعاد قالب، تنش تسلیم قالب، پیچیده یا ساده بودن قالب می‌باشند که باعث ایجاد اختلافاتی بین انقباض عملی و تئوری می‌شوند. بنابراین برای به‌دست آوردن انقباض عملی لازم است که درصد انقباض تئوری در یک ضریب (k) که به عوامل ذکر شده بستگی دارد، ضرب شود. به عبارت دیگر خواهیم داشت :

$$\%s_{pr} = k \times \%s$$

که در آن :

$\%s_{pr}$: انقباض عملی برحسب درصد

$\%s$: انقباض تئوری برحسب درصد

k : ضریبی است که بستگی به عوامل ذکر شده دارد و معمولاً برای قالب‌های ماسه‌ای کوچک‌تر از

یک می‌باشد.

همان‌طوری که از جدول مشاهده می‌شود هرچه قدر که ابعاد قطعه ریختگی بزرگ‌تر و جرم قطعه بیشتر باشد،

درصد انقباض آن کوچک‌تر خواهد بود.

جدول ۲۳ درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژها (عملی)

آلیاژ	اندازه قطعه ریختگی	جرم قطعه ریختگی kg	انقباض خطی %
چدن	کوچک	تا ۱۰۰	۰/۷۵-۱
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۰/۵-۱
	بزرگ و خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۰۰۰	۰/۵-۰/۷۵
فولاد ساده کربنی	کوچک	تا ۱۰۰	۱/۵-۲/۲
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱/۵-۲
	بزرگ و خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۰۰۰	۱/۴-۱/۸
آلیاژهای مس	کوچک	تا ۱۰۰	۱/۵-۱/۸
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱-۱/۵
	بزرگ	۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۰/۷۵-۱
آلیاژهای آلومینیم و منیزیم	کوچک	تا ۱۰۰	۱-۱/۲
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۰/۷۵-۱
	بزرگ	۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۰/۵-۱

۳-۳-۲- تغییرات چگالی نسبت به انبساط و انقباض اجسام :

با توجه به مطالب ذکر شده افزایش دما باعث انبساط حجمی اجسام می‌گردد به عبارت دیگر حجم اجسام افزایش می‌یابد. اما تغییر دما سبب تغییر جرم جسم نمی‌شود. مقدار جرم حجمی اجسام نسبت مستقیم با جرم و نسبت عکس با حجم اجسام دارد. با افزایش درجه حرارت، جرم تغییر نمی‌کند اما حجم افزایش می‌یابد با توجه به این که جرم حجمی نسبت عکس با حجم دارد، بنابراین افزایش حجم سبب کاهش جرم حجمی خواهد شد. براساس مطالب ذکر شده می‌توان رابطه ای به دست آورد که در محاسبات فنی کاربرد دارد و به صورت زیر می‌باشد:

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

رابطه انبساط حجمی

$$\rho = \frac{m}{V}$$

m : جرم

v : حجم

$$\frac{\rho_1}{\rho} = \frac{m_1}{V_1}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$\rho_1 \times V_1 = m_1 \times \rho$$

طرفین تساوی را بر ρ_1 تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\rho_1 V_1}{\rho_1} = \frac{m_1}{\rho_1}$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$$

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$$

به همین ترتیب خواهیم داشت :

با توجه به این که جرم جسم ثابت است یعنی $m_1 = m_2 = m$ لذا خواهیم داشت :

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1} \text{ و } V_2 = \frac{m}{\rho_2}$$

که در آن :

m : جرم قطعه

V_1 : حجم قطعه قبل از انبساط

ρ_1 : جرم حجمی قطعه قبل از انبساط

V_2 : حجم قطعه بعد از انبساط

ρ_2 : جرم حجمی قطعه بعد از انبساط

با توجه به این که بعد از انبساط، حجم قطعه افزایش می‌یابد، بنابراین جرم حجمی قطعه کاهش می‌یابد. چون جرم حجمی نسبت عکس با حجم دارد لذا جرم حجمی قبل از انبساط (ρ_1) بزرگ‌تر از جرم حجمی بعد از انبساط

(ρ_2) می‌باشد یعنی $\rho_1 > \rho_2$

با جای‌گذاری مقادیر V_1 و V_2 در رابطه انبساط حجمی خواهیم داشت :

$$V_2 = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

طرفین رابطه را بر m تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

طرفین رابطه را عکس می‌کنیم

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)}$$

با توجه به این که ضریب $\bar{\gamma}$ مقدار بسیار کوچکی است می‌توان کسر $\frac{1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)}$ را با یک تقریب برابر با

$(1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$ قرار داد، بنابراین خواهیم داشت :

$$\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)} \right) \approx \rho_1 (1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\rho_p \rho_1 (1 - \bar{\gamma} \Delta\theta)$$

که در آن :

ρ_p : جرم حجمی جسم بعد از انبساط حرارتی بر حسب $\frac{kg}{m^3}$ یا $\frac{g}{cm^3}$

ρ_1 : جرم حجمی جسم قبل از انبساط حرارتی بر حسب $\frac{kg}{m^3}$ یا $\frac{g}{cm^3}$

$\bar{\gamma}$: ضریب انبساط حجمی بر حسب $\frac{1}{^\circ C}$

$\Delta\theta$: تغییرات درجه حرارت بر حسب $^\circ C$

بر اساس روابط ذکر شده می توان رابطه دیگری به دست آورد که به کمک آن می توان درصد کاهش حجم جسم را نسبت به چگالی آن در درجه حرارت های θ_1 و θ_p تعیین نمود.

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \quad (1 - \frac{\rho_p}{\rho_1}) \times 100$$

تمرین ۲-۳۲: یک قطعه ریختگی از آلیاژ آلومینیم مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به طور متوسط $\frac{1}{^\circ C} \times 10^{-6} \times 25$ و نقطه ذوب آن $620^\circ C$ باشد مطلوبست محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب در صورتی که چگالی آن در $45^\circ C$ برابر $\frac{kg}{m^3} 3100$ باشد. همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل را به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۲۳: یک قطعه ریختگی از آلیاژ برنج مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به طور متوسط $\frac{1}{^\circ C} \times 10^{-6} \times 20$ و نقطه ذوب آن $910^\circ C$ باشد مطلوب است : محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب در صورتی که چگالی آن در $25^\circ C$ برابر $\frac{g}{cm^3} 6/7$ باشد. همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل (یا قالب) را به دست آورید.

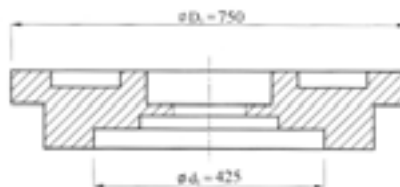
حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می شود

داده ها	خواسته ها
$\bar{\alpha} \quad 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ C}$	$\rho_p \quad ?$
$\theta_i \quad 25^\circ C$	$\frac{\Delta V}{V_1} \quad ?$
$\theta_m \quad 910^\circ C$	
$\rho_1 \quad 6/7 \frac{g}{cm^3}$	

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوط به حل مسأله</p> $\rho_r \rho_1 (1 \bar{\gamma} \Delta \theta)$ <p>مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول محاسبات ریاضی</p> $\rho_r \frac{6}{7} (1 \ 20 \times 10^{-6} \times (910 \ 25))$ $\rho_r \frac{6}{7} (1 \ 20 \times 10^{-6} \times 885)$ $\rho_r \frac{6}{7} (1 \ 0 \ 02)$ $\rho_r \frac{6}{7} \times 0 \ 98$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\rho_r \ \frac{6}{57} \ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ </div> <p>مرحله ۴) فرمول مربوطه نوشته می‌شود</p> $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \ (1 \ \frac{\rho_r}{\rho_1}) \times 100$ $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \ (1 \ \frac{6/57}{6/7}) \times 100$ $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \ (1 \ 0 \ 98) \times 100$ $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \ 0 \ 02 \times 100$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \ 2\%$ </div>
	<p>تمرین ۳۳-۲: یک قطعه ریختگی از آلیاژ سیلومین مطابق نقشه زیر مورد نیاز است. در صورتی که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به‌طور متوسط $\frac{1}{100000} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ و نقطه ذوب آن 670°C باشد مطلوب است:</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت 22°C</p>

ب) تعیین ابعاد مدل این قطعه بر حسب mm
 ج) محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب
 در صورتی که چگالی آن در ۲۲°C برابر $\frac{۳}{۲۵} \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$ باشد و همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به
 حجم مدل را به دست آورید.



شکل ۵-۲- تعیین ابعاد مدل یک قطعه ریختگی

تمرین ۳۴-۲: ارتفاع یک استوانه فلزی در ۲۵°C برابر ۲۵۰۰ mm و در ۱۲۰°C برابر $۲/۵۱\text{ m}$ می باشد ضریب انبساط خطی متوسط این فلز را به دست آورید. حل (توسط هنجو):

مثال ۲۴-۲: طول یک میله فلزی در صفر درجه سانتی گراد ۲۰۰۰ mm و در ۱۰۰°C برابر ۲۰۰۳ mm می باشد ضریب انبساط خطی متوسط این فلز را به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می شود

داده ها	خواسته ها
θ_1 0°C	$\bar{\alpha} \quad ? \quad \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
L_1 ۲۰۰۰ mm	
θ_2 ۱۰۰°C	
L_2 ۲۰۰۳ mm	

مرحله (۲) نوشتن رابطه های مرتبط :

$$L_2 = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

می دانیم $\theta_2 - \theta_1 = \Delta\theta$

$$L_2 = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_2 - \theta_1))$$

$$۲۰۰۳ = ۲۰۰۰(1 + \bar{\alpha}(۱۰۰ - ۰))$$

$$۲۰۰۳ = ۲۰۰۰(1 + ۱۰۰\bar{\alpha})$$

$$۲۰۰۳ = ۲۰۰۰ + ۲۰۰۰ \times ۱۰۰\bar{\alpha}$$

$$۲۰۰۳ = ۲۰۰۰ + ۲۰۰۰۰۰\bar{\alpha}$$

عددهای معلوم در یک تساوی قرار می گیرند

$$۲۰۰۳ - ۲۰۰۰ = ۲۰۰۰۰۰\bar{\alpha}$$

$$۳ = ۲۰۰۰۰۰\bar{\alpha}$$

طرفین را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم

$$\frac{۳}{۲۰۰۰۰۰} = \frac{۲۰۰۰۰۰\bar{\alpha}}{۲۰۰۰۰۰}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{۳}{۲۰۰۰۰۰} = 1/۵ \times ۱۰^{-۵} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۳۵-۲: حجم یک مکعب فولادی در 15°C برابر $2/5 \times 10^4 \text{ m}^3$ می باشد حجم آن را در 450°C حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد $12/5 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می باشد. حل (توسط هنجرو):

مثال ۲۵-۲: حجم یک گلوله فولادی در 0°C برابر 200 cm^3 می باشد حجم آن را در 400°C حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد $12/5 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ می باشد. حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها را به طور خلاصه و همراه با واحدها می نویسیم

داده ها	خواسته ها
$\theta_1 \text{ }^{\circ}\text{C}$	$V_p \text{ ? cm}^3$
$V_1 \text{ } 200 \text{ cm}^3$	
$\theta_p \text{ } 400^{\circ}\text{C}$	
$\bar{\alpha} \text{ } 12/5 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	

مرحله (۲) رابطه مرتبط با حل مسأله نوشته می شود

$$V_p = V_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

می دانیم θ_1 ، θ_p و $\Delta\theta$ و $\bar{\alpha}$ خواهیم داشت:

$$V_p = 200(1 + 3 \times 12/5 \times 10^{-6} (400 - 0))$$

مرحله (۳) محاسبات ریاضی

$$V_p = 200(1 + 37/5 \times 10^{-6} \times 400)$$

$$V_p = 200(1 + 0/015)$$

$$V_p = 200 \times 1/015$$

$$V_p = 203 \text{ cm}^3$$

تمرین ۳۶-۲: یک ورق آلومینیومی که طول و عرض آن در 35°C به ترتیب 90cm و 65cm می باشد تا 145°C گرم کرده ایم، سطح ورق را پس از انبساط برحسب m^2 حساب کنید ($\bar{\alpha} = 23 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$)
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۶-۲: یک ورق آهنی به شکل مستطیل را که طول و عرض آن در 25°C به ترتیب 0.8m و 0.4m می باشد تا 125°C گرم کرده ایم، سطح ورق را پس از انبساط برحسب cm^2 حساب کنید،
 $\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه

می‌نویسیم

داده‌ها	خواسته‌ها
0.8m طول ورق	$A_p ? \text{cm}^2$
0.4m عرض ورق	
125°C θ_p	
$12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ $\bar{\alpha}$	
25°C θ_1	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

می‌دانیم که θ_1 θ_p $\Delta\theta$

$$A_1 = 0.4 \times 0.8 = 0.32 \text{m}^2 \text{ مساحت مستطیل}$$

قبل از انبساط

$$A_p = 0.32(1 + 23 \times 10^{-6}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = 0.32(1 + 23 \times 12/5 \times 10^{-6}(125 - 25))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$A_p = 0.32(1 + 25 \times 10^{-6} \times 100)$$

$$A_p = 0.32(1 + 2/5 \times 10^{-3})$$

	$A_p = 0/32(1/0025)$ $A_p = 0/3208m^2$ <p>چون جواب را برحسب cm^2 خواسته است لذا m^2 را به cm^2 تبدیل می‌کنیم</p> $1m^2 = 10000cm^2$ $A_p = 0/3208m^2$ $A_p = 0/3208 \times (10000cm^2)$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $A_p = 3208cm^2$ </div>									
<p>تمرین ۳۷-۲: طول یک قطعه فلزی در $15^\circ C$ برابر $15dm$ و در $120^\circ C$ برابر $15/03dm$ می‌باشد.</p> <p>الف) تغییر طول این قطعه را در این فاصله دمایی مشخص کنید (برحسب mm)</p> <p>ب) ضریب انبساط خطی متوسط این قطعه را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۲۷-۲: طول یک میله فلزی در $0^\circ C$ برابر $1000mm$ و در $100^\circ C$ برابر $1001/5$ می‌باشد</p> <p>الف) تغییر طول این میله را در این فاصله دمایی مشخص کنید.</p> <p>ب) ضریب انبساط خطی متوسط ($\bar{\alpha}$) این فلز را به دست آورید.</p> <p>حل:</p> <p>داده‌ها و خواسته مسأله را به صورت خلاصه می‌نویسیم</p> <table border="1" data-bbox="880 1379 1275 1712"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th> <th>خواسته‌ها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\theta_1 = 0^\circ C$</td> <td rowspan="2">$\Delta L ?$</td> </tr> <tr> <td>$L_1 = 1000mm$</td> </tr> <tr> <td>$\theta_2 = 100^\circ C$</td> <td>$\bar{\alpha} ?$</td> </tr> <tr> <td>$L_2 = 1001/5$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله</p> $L_2 = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$	داده‌ها	خواسته‌ها	$\theta_1 = 0^\circ C$	$\Delta L ?$	$L_1 = 1000mm$	$\theta_2 = 100^\circ C$	$\bar{\alpha} ?$	$L_2 = 1001/5$	
داده‌ها	خواسته‌ها									
$\theta_1 = 0^\circ C$	$\Delta L ?$									
$L_1 = 1000mm$										
$\theta_2 = 100^\circ C$	$\bar{\alpha} ?$									
$L_2 = 1001/5$										

	$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول</p> $1001/5 = 1000(1 + \bar{\alpha}(100 - 0))$ $1001/5 = 1000(1 + 100\bar{\alpha})$ $1001/5 = 1000 + 100000\bar{\alpha}$ $1001/5 - 1000 = 100000\bar{\alpha}$ $1/5 = 100000\bar{\alpha}$ <p>طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم</p> $\frac{1/5}{100000} = \frac{100000\bar{\alpha}}{100000}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\bar{\alpha} = 1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ </div> $\Delta L = L_p - L_1$ $\Delta L = 1001/5 - 1000$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\Delta L = 1/5 \text{mm}$ </div>
<p>تمرین ۳۸-۲: ارتفاع یک مخروط مسی در 10°C برابر $3/5\text{m}$ است. اختلاف ارتفاع آن را در دماهای 20°C و 50°C به دست آورید. $\alpha = 18 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۲۸-۲: قطر یک میله فولادی در 0°C برابر 25mm است. اختلاف قطر آن را در دماهای 30°C و 40°C به دست آورید. $\alpha = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ فولاد حل:</p> <p>(۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
D_p ? mm قطر میله	θ_1 ۰
در -30°C	D_1 ۲۵
D_p ? mm قطر میله	θ_p ۳۰
در 40°C	θ_p ۴۰ $^\circ\text{C}$
D_p D_p ?	$\bar{\alpha}$ $12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
ΔD ?	

نکته: در این مسأله باید یک بار قطر میله را با استفاده از رابطه انبساط حرارتی خطی در 30°C به دست آورید و یک بار نیز قطر میله را در 40°C به دست آورید، سپس برای به دست آوردن اختلاف قطر، تفاضل این دو را حساب می‌کنیم.

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای محاسبه D_p :

$$D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta_1)$$

می‌دانیم که θ_1 θ_p $\Delta\theta_1$ لذا خواهیم داشت :

$$D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6} (30 - 0))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6} (30))$$

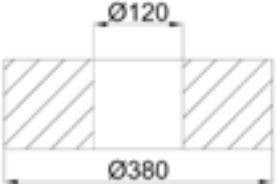
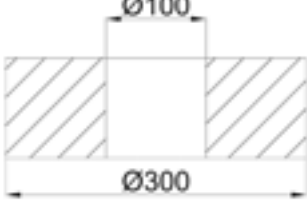
$$D_p = 25(1 + (3/75 \times 10^{-4}))$$

$$D_p = 25 \times 0.99625$$

$$D_p = 24.91 \text{ mm}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه برای محاسبه D_p :

$$D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta_p)$$

	<p>می دانیم که θ_1 θ_3 $\Delta\theta_p$ لذا خواهیم داشت :</p> $D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_3 - \theta_1))$ <p>مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول فوق</p> $D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6}(40 - 0))$ <p>مرحله ۷) محاسبات ریاضی</p> $D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6} \times 40)$ $D_p = 25(1 + 0/0005)$ $D_p = 25 \times 1/0005$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $D_p = 25/0125mm$ </div> <p>حال برای به دست آوردن اختلاف قطر، تفاضل D_p و D_3 را به دست می آوریم.</p> $\Delta D = D_p - D_3$ $\Delta D = 25/0125 - 24/991$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\Delta D = 0/0215mm$ </div>
<p>تمرین ۳۹-۲: یک قطعه از جنس فولاد مطابق شکل زیر مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی آن برابر $\frac{1}{C} \times 10^{-6} 14$ و نقطه ذوب فولاد $1650^{\circ}C$ باشد مطلوب است :</p> <p>الف) محاسبه درصد انقباض خطی این آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت $20^{\circ}C$</p> <p>ب) تعیین قطر داخلی و خارجی</p> 	<p>مثال ۲۹-۲: یک قطعه از جنس آلومینیم مطابق شکل زیر مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی آن برابر $\frac{1}{C} \times 10^{-6} 24$ باشد و نقطه ذوب آلومینیم $659^{\circ}C$ باشد مطلوب است :</p> <p>الف) محاسبه درصد انقباض خطی این آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت محیط ($29^{\circ}C$)</p> <p>ب) تعیین قطر داخلی و خارجی</p> 

حل:

۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با

واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
%s ?	$\bar{\alpha} \quad 24 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
d_p ? قطر داخلی	$\theta_m \quad 659^{\circ}\text{C}$
مدل	$\theta_i \quad 29^{\circ}\text{C}$
D_p ? قطر خارجی	قطر داخلی $d_i \quad 100\text{mm}$
مدل	قطر خارجی $D_i \quad 300\text{mm}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه درصد

انقباض:

$$\%s \quad \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\%s \quad 24 \times 10^{-6} (659 - 29) \times 100$$

مرحله ۴) محاسبه ریاضی:

$$\%s \quad 24 \times 10^{-6} \times 630 \times 100$$

$$\%s \quad 1.512$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه قطر

داخلی مدل (d_p):

$$d_p \quad d_i \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$d_p \quad 100 \left(1 + \frac{1.512}{100}\right)$$

مرحله ۷) محاسبات ریاضی

$$d_p \quad 100 (1 + 0.01512)$$

حل (توسط هنجو):

	<p>$d_p \quad 100 \times 1 / 0.1512$</p> <p>$d_p \quad 101 / 0.1512 \text{mm}$ قطر داخلی</p> <p>مرحله ۸) نوشتن رابطه برای محاسبه قطر خارجی مدل (D_p):</p> $D_p = D_1 \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$ <p>مرحله ۹) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $D_p = 300 \left(1 + \frac{1 / 0.1512}{100}\right)$ <p>مرحله ۱۰) محاسبات ریاضی</p> $D_p = 300 (1 + 0.00658)$ $D_p = 300 \times 1.00658$ <p>$D_p = 304 / 0.1512 \text{mm}$ قطر خارجی</p>										
<p>تمرین ۴۰-۲: ضریب انبساط خطی متوسط یک آلیاژ روی از 35°C تا درجه حرارت ذوب آن 380°C برابر $\frac{1}{10^6} \times 19$ می‌باشد مطلوبست:</p> <p>الف) محاسبه و تعیین درصد انقباض مجاز این آلیاژ</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه 25 dm باشد</p> <p>حل (توسط هنجرو):</p>	<p>مثال ۳۰-۲: ضریب انبساط خطی متوسط یک آلیاژ برنج از 25°C دمای محیط تا درجه حرارت ذوب برنج 925°C برابر $\frac{1}{10^6} \times 20$ می‌باشد مطلوبست:</p> <p>الف) محاسبه و تعیین درصد انقباض مجاز این برنج</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه 200 cm باشد.</p> <p>حل:</p> <p>۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود</p> <table border="1" data-bbox="788 1545 1367 1872"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th> <th>خواسته‌ها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\theta_i \quad 25^\circ\text{C}$</td> <td>$\%s \quad ?$</td> </tr> <tr> <td>$\theta_m \quad 925^\circ\text{C}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\bar{\alpha} \quad 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$</td> <td>$L_p \quad \text{طول مدل} \quad ?$</td> </tr> <tr> <td>$L_1 \quad 200 \text{ cm}$ طول قطعه</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	داده‌ها	خواسته‌ها	$\theta_i \quad 25^\circ\text{C}$	$\%s \quad ?$	$\theta_m \quad 925^\circ\text{C}$		$\bar{\alpha} \quad 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$L_p \quad \text{طول مدل} \quad ?$	$L_1 \quad 200 \text{ cm}$ طول قطعه	
داده‌ها	خواسته‌ها										
$\theta_i \quad 25^\circ\text{C}$	$\%s \quad ?$										
$\theta_m \quad 925^\circ\text{C}$											
$\bar{\alpha} \quad 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$L_p \quad \text{طول مدل} \quad ?$										
$L_1 \quad 200 \text{ cm}$ طول قطعه											

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه برای محاسبه درصد انقباض</p> $\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $\%s = 20 \times 10^{-6} (925 - 25) \times 100$ <p>مرحله ۴) محاسبات ریاضی</p> $\%s = 20 \times 10^{-6} \times 900 \times 100$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">%s = 1/8</div> <p>مرحله ۵) نوشتن رابطه برای محاسبه اندازه طول مدل (L_p):</p> $L_p = L_1 \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$ <p>مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $L_p = 200 \left(1 + \frac{1/8}{100}\right)$ <p>مرحله ۷) محاسبات ریاضی:</p> $L_p = 200(1 + 0.00125)$ $L_p = 200 \times 1.00125$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">$L_p = 203.25 \text{ cm}$</div>
<p>تمرین ۴۱-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع چدن به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط 25°C تا نقطه ذوب 1550°C برابر است با $\frac{1}{11} \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل برای قطعه ای از این آلیاژ را حساب کنید</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ۱m باشد را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۳۱-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ برنج به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط (20°C) تا نقطه ذوب 980°C برابر است با $\frac{1}{20} \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$</p> <p>مطلوبست محاسبه و تعیین:</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل برای قطعه ای از این آلیاژ</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ۸۰cm باشد.</p>

حل:

(۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با

واحد‌ها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i \quad ۲۰^{\circ}\text{C}$	%S ?
$\theta_m \quad ۹۸۰^{\circ}\text{C}$	
$\bar{\alpha} \quad ۲۰ \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	$L_p \quad ? \text{ cm}$
$L_1 \quad ۸۰\text{cm}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به درصد اضافه مجاز

انقباض:

$$\%S \quad \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\%S \quad ۲۰ \times 10^{-6} (۹۸۰ - ۲۰) \times 100$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$\%S \quad ۲۰ \times 10^{-6} \times ۹۶۰ \times 100$$

$$\%S \quad ۰/۱۹۲$$

مرحله (۵) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه طول مدل

(L_p) :

$$L_p \quad L_1 \left(1 + \frac{\%S}{100}\right)$$

مرحله (۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$L_p \quad ۸۰ \left(1 + \frac{۱/۹۲}{100}\right)$$

$$L_p \quad ۸۰(1 + ۰/۰۱۹۲)$$

$$L_p \quad ۸۰ \times ۱/۰۱۹۲$$

$$L_p \quad ۸۱/۵۳۶\text{cm}$$