مقدمه

کتاب حاضر بر اساس تجزیه و تحلیل مشاغل تکنسین‌های مدلسازی و ریخته‌گری تهیه شده است. هدف کلی کتاب، دادن دید فنی در محاسبات برای هنرجویان گروه مواد است. برای نیل به این هدف سعی شده است در ادامه مطالب علمی ریاضی و فیزیک، مسایل کاربردی آن‌ها در مشاغل مدلسازی و ریخته‌گری مورد بررسی قرار گیرد ؛ تا فارغ‌التحصیلان توانایی انجام محاسبات فنی پایه در صنایع مربوطه را به‌دست آورند.

کتاب از نه فصل تشکیل شده است. در ابتدای کتاب، هدف کلی و در ابتدای هر فصل هدف‌های رفتاری تعیین شده است تا هنرآموزان محترم پس از پایان فصل براساس هدف‌ها، هنرجویان را ارزشیابی کنند.

در فصل دهم کتاب دو گروه سؤال به منظور ارزشیابی آموخته‌های فراگیران درنظر گرفته شده است. به‌منظور عمق دادن به مطالب یادگیری در این فصل پاسخ تمرین‌های تمام فصول و جداول لازم ارائه شده است.

با تمام سعی و کوششی که در تهیه مطالب کتاب به عمل آمده است با کمال تواضع اذعان داریم که بدون نقص نیست. لذا از همکاران محترم تقاضا داریم ؛ در صورت برخورد با هرگونه نقص در بیان مطالب و یا غلط‌های چاپی، ما را مستحضر فرمایند تا در چاپ‌های بعدی نواقص موجود برطرف شود.

کمیسیون تخصصی رشتهٔ متالورژی

هدف کلی

فراگیر پس از پایان این واحد درسی، محاسبات فنی پایه رشته‌های مدلسازی و ریخته‌گری شامل «طول، سطح، حجم، زاویه و زمان، جرم، وزن، سرعت برش، حرارت، کار و توان» را انجام می‌دهد.

فصل اوّل

کاربرد محاسبات طولی در حلّ مسایل فنی

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :
۱ــ اندازه‌گیری را تعریف کند.
۲ــ واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI را شرح دهد.
۳ــ تبدیلات مربوط به اجزا و اضعاف متر را انجام دهد.
۴ــ واحد اندازه‌گیری طول در سایر سیستم‌ها را شرح دهد.
۵ــ مفهوم تلرانس را بیان کند.
۶ــ طول گسترده قطعات قوسدار را محاسبه کند.
۷ــ با استفاده از قضیه فیثاغورث مسایل فنی را حل کند.

۱ــ کاربرد محاسبات طولی در حلّ مسایل فنی

۱ــ۱ــ تعریف اندازه‌گیری

اندازه‌گیری عبارت است از مقایسه کمیتی با واحد مقرره قانونی مربوطه، مثلاً مقایسه طول با متر، زاویه با درجه، زمان با ثانیه و شدت جریان برق با آمپر و... .

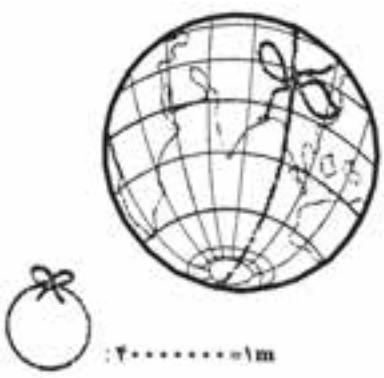
۱ــ۲ــ واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI [۱]

واحد اندازه‌گیری طول در سیستم SI متر (m) است.

۱ــ۲ــ۱ــ تعریف متر: تا سال ۱۹۶۰ میلادی (۱۳۳۸ شمسی) برای مقایسه واحد

۱ــ System International

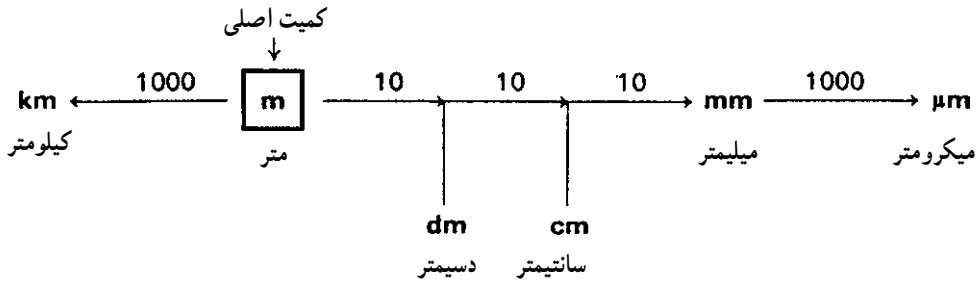
طول از متر مبنایی استفاده می‌کردند، که طول آن تقریباً $\frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰۰}$ طول نصف‌النهار کره زمین است (شکل ۱ــ۱).



شکل ۱ــ۱ــ تعریف متر تا سال ۱۹۶۰ میلادی

در سال ۱۹۸۳ در هفدهمین کنفرانس اوزان و مقادیر تعریف جدید متر ارائه شد. یک متر مسافتی است که نور در عرض $\frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸}$ ثانیه در خلأ می‌پیماید.

۲ــ۲ــ۱ــ اجزا و اضعاف متر: برای نشان دادن اجزا و اضعاف متر، از پیشوندهایی استفاده می‌شود که در جلوی نام واحد اصلی قرار می‌گیرند. در شکل ۲ــ۱ اجزا و اضعاف متر نشان داده شده است.



شکل ۲ــ۱ــ اجزا و اضعاف متر

مسأله نمونه ۱: ۳۲ دسیمتر چند متر است؟

حلّ:

$۱dm = ۰/۱m$

$۳۲dm = ۳۲ \times ۰/۱m = ۳/۲m$

مسأله نمونه ۲: ۴۵ میکرومتر را برحسب میلیمتر به‌دست آورید.

حلّ:

$۱\mu m = ۰/۰۰۱mm$

$۴۵\mu m = ۴۵ \times ۰/۰۰۱mm = ۰/۰۴۵mm$

مسأله نمونه ۳: ۳/۴ کیلومتر چند سانتیمتر است؟

حلّ:

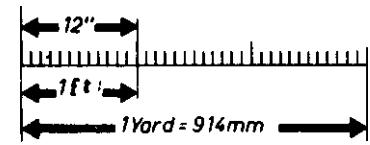
$۱km = ۱۰۰۰m \qquad ۱m = ۱۰۰cm$

$$1km = 1000 \times 100cm = 100000cm$$

$$3/4km = 3/4 \times 100000cm = 340000cm$$

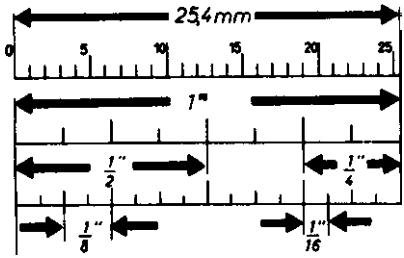
۳ــ۱ــ واحد اندازه‌گیری طول در سیستم F.P.S

واحد اندازه‌گیری طول (در کشورهای آمریکا و انگلیس) فوت (foot) است. هر فوت ۱۲ اینچ (Inch) و هر اینچ برابر ۲۵/۴ میلیمتر است (شکل ۳ــ۱).



شکل ۳ــ۱ــ اجزا و اضعاف فوت

چون در کارهای ریخته‌گری و مدلسازی، ابعاد کوچکتر از یک اینچ نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد، لذا معمولاً یک اینچ را به ۱۶ قسمت مساوی تقسیم کرده و اجزای آن را با کسرهای متعارفی نشان می‌دهند (شکل ۴ــ۱).



شکل ۴ــ۱ــ تقسیمات اینچ

$$1'', \frac{15''}{16}, \frac{7''}{8}, \frac{13''}{16}, \frac{3''}{4}, \frac{11''}{16}, \frac{5''}{8}, \frac{9''}{16}, \frac{1''}{2}, \frac{7''}{16}, \frac{3''}{8}, \frac{5''}{16}, \frac{1''}{4}, \frac{3''}{16}, \frac{1''}{8}, \frac{1''}{16}$$

مسأله نمونه ۱: $\frac{1''}{8}$ را به میلیمتر تبدیل کنید.

حلّ:

$$1'' = 25/4mm$$

$$\frac{1''}{8} = \frac{1}{8} \times 25/4mm = \frac{1 \times 25/4mm}{8} = 3/175mm$$

مسأله نمونه ۲: $1\frac{1''}{4}$ را به میلیمتر تبدیل کنید.

حلّ:

$$1\frac{1''}{4} = \frac{5''}{4} = \frac{5 \times 25/4mm}{4} = 31/75mm$$

تمرین‌ها

۱ــ جدول زیر را کامل کنید.

	الف	ب	ج	د
متر	۰/۶۸	?	?	?
دسیمتر	?	۱۲۵	?	?
سانتیمتر	?	?	۳۸۵/۶	?
میلیمتر	?	?	?	۱۲۵۳۸۲

۲ــ اندازه‌های اینچی داده شده را به میلیمتر تبدیل کنید.

$$\frac{۱''}{۸}, \frac{۱''}{۴}, \frac{۳''}{۸}, \frac{۲۵''}{۸}, ۳\frac{۱''}{۴}, ۵\frac{۱''}{۲}$$

۳ــ اندازه‌های داده شده را به اینچ تبدیل کنید.

۴۴/۴۵۰mm ۱۹۰/۵mm ۹/۵۲۵mm

۴ــ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $۵/۸۵\text{m} + ۳\frac{۳}{۴}\text{dm} + ۷/۵\text{cm} + ۲۸۳\text{mm} = ?\,\text{m}$

ب) $۰/۷۸۵\text{m} - ۵/۶\text{dm} + ۱۷/۸\text{cm} + ۰/۶۵\text{dm} = ?\,\text{mm}$

ج) $۸۲۵/۹\text{mm} - ۷/۲۵\text{cm} + ۱/۲۳۴\text{dm} - ۰/۰۰۳\text{mm} = ?\,\text{cm}$

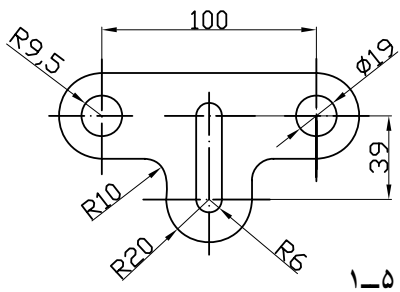
۵ــ حاصل عبارت زیر را برحسب متر به‌دست آورید.

$۱/۲۳۱\text{km} - ۵۸۴\text{m} - ۰/۳۵۷\text{km} - ۱۳۸۵\text{dm} = ?$

۶ــ حاصل عبارت زیر را برحسب سانتیمتر به‌دست آورید.

$۰/۷۸۵\,\text{m} - ۱۲\text{in} + ۶/۵\,\text{dm} - ۳۰۰\text{mm} = ?$

۷ــ طول و عرض بدنه‌ی قطعه شکل ۵ــ۱ را محاسبه کنید.



شکل ۵ــ۱

۸ــ از یک الوار به طول ۵/۲۰ متر قطعات زیر بریده خواهد شد :

۳ قطعه هرکدام به طول ۴۸۰میلیمتر، ۴ قطعه هرکدام ۵/۰۵ دسیمتر، ۲ قطعه هرکدام ۲۸/۴ میلیمتر، شیار برش ۲/۵ میلیمتر، طول باقیمانده را برحسب سانتیمتر به‌دست آورید.

۴ــ۱ــ مقیاس

قطعات مدل و قالب را همیشه نمی‌توان با ابعاد حقیقی (مقیاس ۱ :۱) نمایش داد. در مواردی لازم است قطعات کوچک را با مقیاس افزاینده و قطعات بزرگ را با مقیاس کاهنده رسم کرد. در جدول ۱ــ۱ مقیاس‌های افزاینده و کاهنده استاندارد را مشاهده می‌کنید.

جدول ۱ــ۱ــ مقیاس

مقیاس افزاینده	مقیاس حقیقی	مقیاس کاهنده
۲: ۱	۱: ۱	۱: ۲
۵: ۱		۱: ۵
۱۰: ۱		۱: ۱۰
۲۰: ۱		۱: ۲۰

برای محاسبه طول ترسیمی از رابطه زیر استفاده می‌شود :

مقیاس × طول حقیقی = طول ترسیمی

$$ZM = WM \times M$$

مسأله نمونه : طول ترسیمی قطعه‌ای به طول ۱۸۰ میلیمتر با مقیاس ۵ :۱ چند میلیمتر است؟

حلّ : $ZM = WM \times M = ۱۸۰mm \times \frac{۱}{۵} = ۳۶mm$

۵ــ۱ــ تلرانس

تفاضل بزرگترین اندازه از کوچکترین اندازه یک قطعه را تلرانس گویند. بـه بیان دیگر تلرانس عبارت است از : تفاضل انحراف بالایی از انحراف پایینی. در شکل ۶ــ۱ این مفاهیم نشان

داده شده است.

علایم اختصاری

N = اندازه اسمی

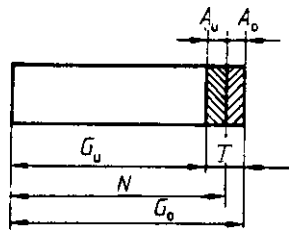
A_o = انحراف بالایی

A_u = انحراف پایینی

G_o = بزرگترین اندازه

G_u = کوچکترین اندازه

T = تلرانس



شکل ۶ــ۱

$$G_o = N + A_o \qquad G_u = N + A_u \qquad T = G_o - G_u$$

مسأله نمونه ۱: طول ۴۲ میلیمتری در یک مدل مجاز است از اندازه ۴۲/۱ تا ۴۱/۹۵ میلیمتر ساخته شود. اندازه اسمی انحراف بالایی و انحراف پایینی را در یک شکل نشان دهید.

حلّ:

A_o

$+۰/۱$

N —— ۴۲

$-۰/۰۵$

A_u

مسأله نمونه ۲: روی نقشه‌ای اندازه $۲۸۰^{+۱/۹}_{-۱/۹}$ نوشته شده است. انحراف اندازهٔ بزرگترین و کوچکترین اندازه و تلرانس را به‌دست آورید.

حلّ:

$A_o = +۱/۹\text{mm} \qquad A_u = -۱/۹\,\text{mm}$

$G_o = N + A_o = ۲۸۰\text{mm} + ۱/۹\,\text{mm} = ۲۸۱/۹\,\text{mm}$

$G_u = N + A_u = ۲۸۰\text{mm} + (-۱/۹\text{mm}) = ۲۷۸/۱\text{mm}$

$T = G_o - G_u = ۲۸۱/۹\,\text{mm} - ۲۷۸/۱\text{mm} = ۳/۸\,\text{mm}$

تمرین‌ها

۱ــ جدول زیر را کامل کنید.

WM (mm)	ZM (mm) ۱:۲	۱:۵	۲:۱
۱۵	۷/۵	۳	۳۰
۱۰	?	?	?
۳۶/۵	?	?	?
۱۲۵	?	?	?
۴۲	?	?	?
۳۶۰	?	?	?
۳۱۴۵	?	?	?

۲ــ در یک نقشه جغرافیایی که با مقیاس ۱ : ۳۰۰۰۰۰ ترسیم شده است، فاصله دو دهکده از یکدیگر ۵۰ میلیمتر اندازه‌گیری شده است. حساب کنید :

الف) فاصله حقیقی دو دهکده را برحسب km

ب) هر سانتیمتر طول خطوط ترسیمی در نقشه معادل چند کیلومتر است؟

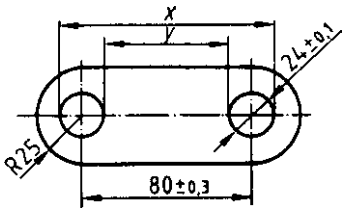
۳ــ قطعه‌ای با طول ۱۲۰ میلیمتر در روی نقشه‌ای ۲۴ میلیمتر رسم شده است. مقیاس رسم را به‌دست آورید.

۴ــ در هر کدام از اندازه‌های زیر، مقادیر انحراف اندازه، کوچکترین و بزرگترین اندازه و تلرانس را به دست آورید.

الف) $95\ ^{+0/02}_{-0/01}$

ب) $38/7\ ^{+0/25}_{-0/2}$

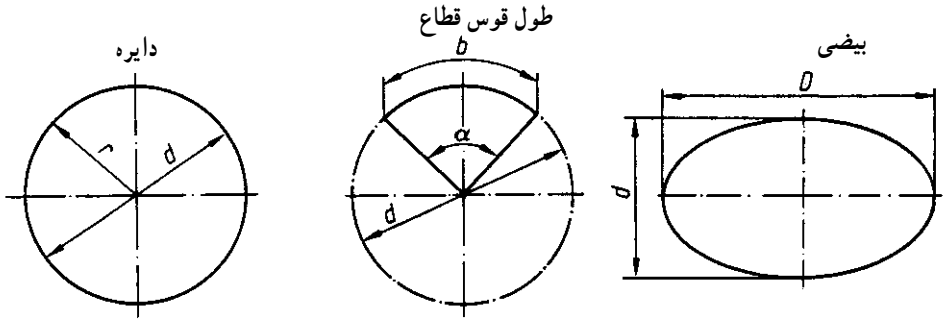
۵ــ بزرگترین و کوچکترین اندازه x و y را در شکل ۷ــ۱ به‌دست آورید.



شکل ۷ــ۱

۶ــ۱ــ محاسبه طول قطعات خمیده هندسی

قطعات خمیده هندسی عبارتند از : دایره، طول قوسی از دایره و بیضی. روابط محیط این قطعات در شکل ۸ــ۱ داده شده است.



شکل ۸ــ۱ــ روابط طول قطعات خمیده

$$U = d \times \pi = ۲ \times r \times \pi \qquad b = \frac{d \times \pi \times \alpha}{۳۶۰^\circ} \qquad U \approx \frac{D + d}{۲} \times \pi$$

فرمول مربوط به محیط بیضی برای بیضی نزدیک به دایره صادق است.

$$d = \frac{U}{\pi} \qquad d = \frac{b \times ۳۶۰^\circ}{\alpha \times \pi} \qquad D \approx \frac{۲U}{\pi} - d$$

$$(\pi = ۳/۱۴۱۵۹\cdots) \qquad \alpha = \frac{b \times ۳۶۰^\circ}{d \times \pi} \qquad d \approx \frac{۲U}{\pi} - D$$

علایم اختصاری

U = محیط　　D= قطر بزرگ　　α = زاویه مرکزی

d = قطر یا قطر کوچک　　b = طول کمان　　r = شعاع

مسأله نمونه: طول قوس قطاع دایره‌ای به قطر ۳۲۴ میلیمتر را به‌دست آورید. زاویه مرکزی قطاع ۷۲ درجه است.

حلّ:

$$b = \frac{d \times \pi \times \alpha}{۳۶۰^\circ} = \frac{۳۲۴\text{mm} \times ۳/۱۴ \times ۷۲^\circ}{۳۶۰^\circ} = ۲۰۳/۶\text{mm}$$

تمرین‌ها

۱ــ محیط دایره‌هایی را که قطر آن‌ها در زیر داده شده است،به دست آورید. «تا دو رقم اعشار»

الف) ۶۰ mm　　ب) ۸/۵ cm　　ج) ۱۴/۳ mm　　د) ۹/۸۳ dm

۲ــ محیط دایره در تمرینات زیر داده شده است. قطر آن‌ها را تا ۲ رقم اعشار به دست آورید.

الف) ۶۲۸/۳۲ mm　　ب) ۵۷۸/۰۵ cm　　ج) ۲۲۱/۴۸ mm

۳ــ طول قوس قطاع دایره را در تمرینات زیر به‌دست آورید.

الف) d = ۲۵۰ mm　　ب) d = ۱۵۴۰ mm　　ج) d = ۱۲۰ mm

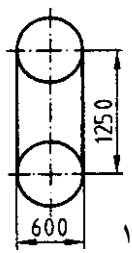
$\alpha = ۱۲۰^\circ$　　$\alpha = ۸۰^\circ$　　$\alpha = ۴۳^\circ$

۴ــ محیط بیضی در تمرینات زیر را محاسبه کنید.

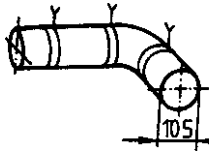
الف) D = ۲۰۰ mm　　ب) D = ۲/۴۰ m　　ج) D = ۸۴ mm

d = ۱۰۰ mm　　d = ۱/۴۰ m　　d = ۳۲ mm

۵ــ طول اره نواری شکل ۹ــ۱ را به‌دست آورید. برای لحیم‌کاری لبه‌ها ۱۵ میلیمتر منظور کنید.

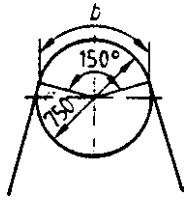


شکل ۹ــ۱



شکل ۱۰ــ۱

۶ــ دو تکه ماهیچه در سه محل به وسیله دو عدد سیم‌پیچ به یکدیگر متصل شده‌اند (شکل ۱۰ــ۱). برای پیچاندن سیم‌ها در انتهای هر کدام ۵۰ میلیمتر طول اضافی منظور شده است. طول سیم موردنیاز را به دست آورید.

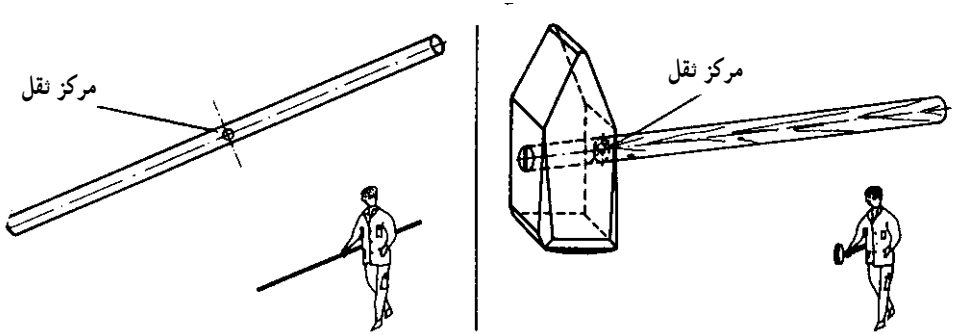


شکل ۱۱ــ۱

۷ــ در چرخ تسمه شکل ۱۱ــ۱ طول قوس b (طول درگیری تسمه با چرخ) را به‌دست آورید.

۷ــ۱ــ محاسبه طول گسترده قطعات خمیده

۱ــ۷ــ۱ــ مرکز ثقل: مرکز ثقل نقطه‌ای از جسم است که می‌توان جرم را در آن نقطه متمرکز فرض کرد. چنانچه در آن محل نیرویی معادل با نیروی وزن جسم و در جهت مخالف به جسم اثر کند، آن را در حال تعادل نگه می‌دارد (شکل ۱۲ــ۱).



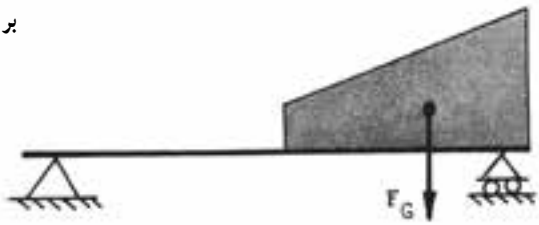
شکل ۱۲ــ۱ــ نمایش مرکز ثقل در قطعه

مواردی در صنعت پیش می‌آید که تعیین مرکز ثقل را ضروری می‌سازد :

الف) بلند کردن یک جسم به‌وسیله جرثقیل. در این مورد لازم است به منظور حفظ تعادل، امتداد نیروی قلاب جرثقیل در امتداد مرکز ثقل جسم باشد (شکل ۱۳ــ۱).

ب) محاسبات بارهای گسترده همگن. در این مورد برای سهولت محاسبه، نیروی وزن به‌صورت یک نیروی متمرکز واقع بر مرکز ثقل آن فرض می‌شود (شکل ۱۴ــ۱).

شکل ۱۳ــ۱ــ نیروی وزن واقع بر مرکز ثقل



شکل ۱۴ــ۱ــ نیروی وزن واقع بر مرکز ثقل در بار گسترده

ج) محاسبه سطح کل و حجم با روش گولدن (صفحه ۴۱).

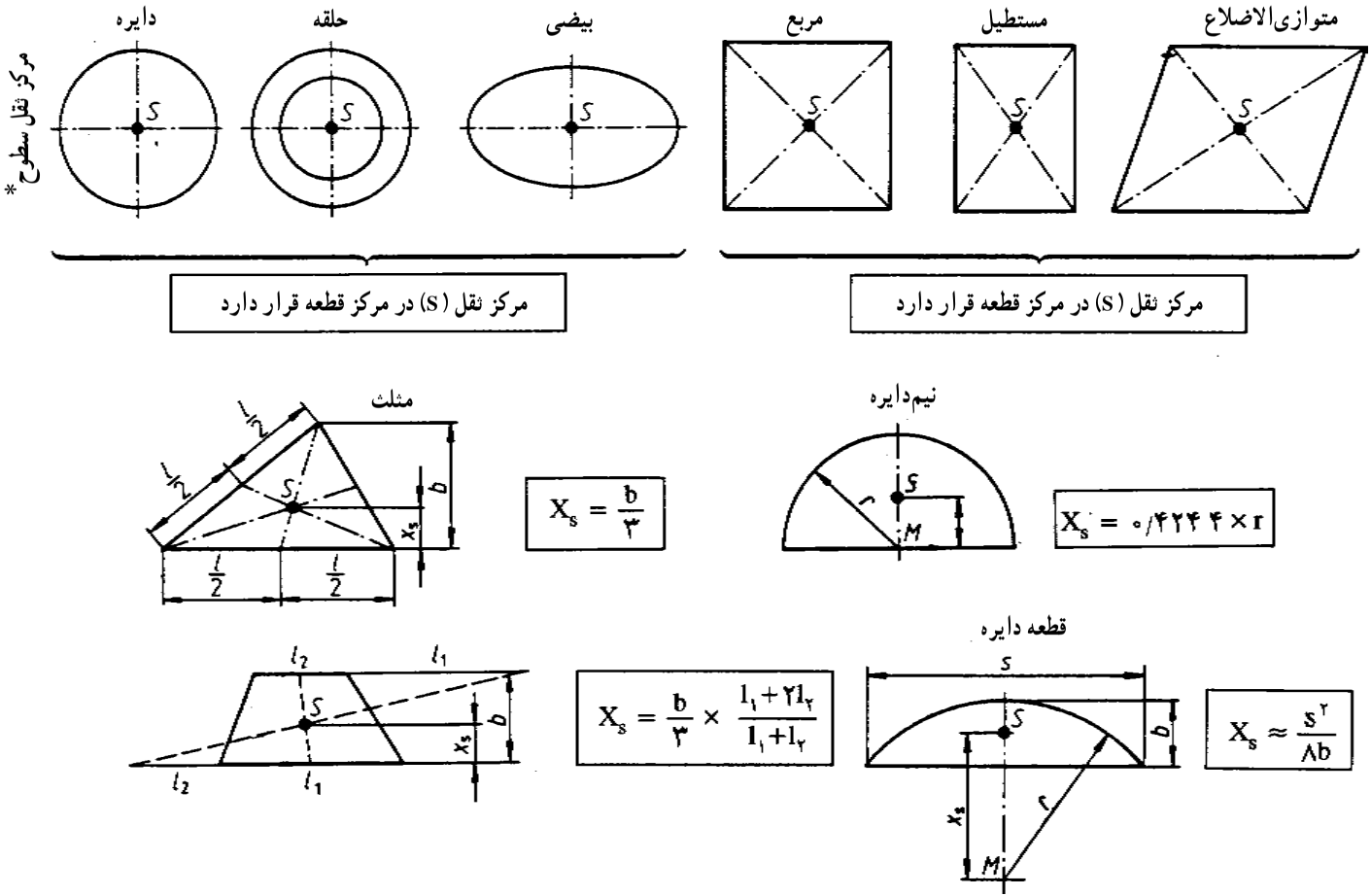
د) محاسبه نیروی وارد بر قالب

هـ) محاسبه طول گسترده

برای محاسبه مرکز ثقل دو حالت وجود دارد.

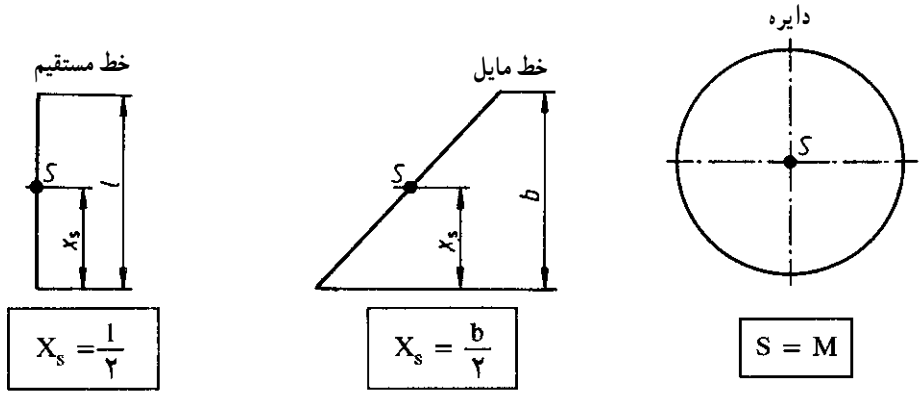
ــ مرکز ثقل سطوح (شکل ۱۵ــ۱).

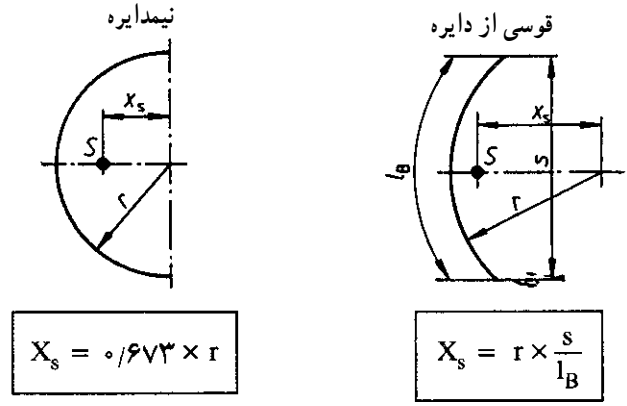
ــ مرکز ثقل خطوط (شکل ۱۶ــ۱).



شکل ۱۵ــ۱ــ مرکز ثقل سطوح

مرکز ثقل خطوط*



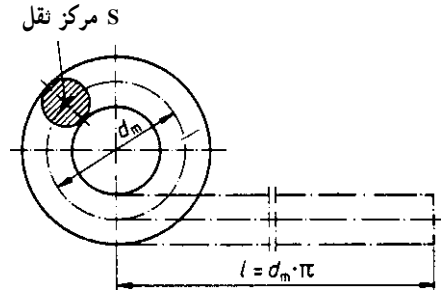


شکل ۱۶ــ۱ــ مرکز ثقل خطوط

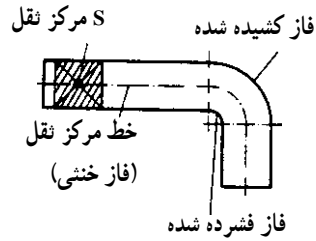
۲ــ۷ــ۱ــ محاسبه طول گسترده: طول گسترده عبارت است از طول مستقیم قطعات خم شده (شکل ۱۷ــ۱) و مقدار آن برابر است با طول مرکز قطعه که به نام خط مرکز ثقل (= فاز خنثی) نامیده می‌شود (شکل ۱۸ــ۱).

---

* روابط این صفحه برای اطلاعات عمومی داده شده است.

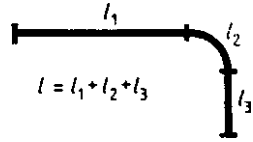


شکل ۱۷ــ۱ــ طول گسترده



شکل ۱۸ــ۱ــ نمایش طول گسترده

برای محاسبه طول گسترده لازم است ابتدا مرکز ثقل قطعه را مشخص کرده و سپس طول آن را محاسبه کرد. مواردی پیش می‌آید که قطعه از قسمت‌های مختلف تشکیل شده است (شکل ۱۸ــ۱). در این‌گونه موارد قطعه را به اجزای کوچکتر تقسیم کرده و طول هرکدام را جداگانه محاسبه می‌کنند و با جمع آن طول گسترده کل قطعه حاصل می‌شود (شکل ۱۹ــ۱).



شکل ۱۹ــ۱ــ محاسبه طول گسترده قطعه مرکب

مسأله نمونه: طول گسترده قلاب شکل ۲۰ــ۱ را به‌دست آورید.

حلّ:

$$l = l_1 + l_2$$

$$l_1 = (120 - 40 - 10)\,mm$$

$$l_1 = 70\,mm$$

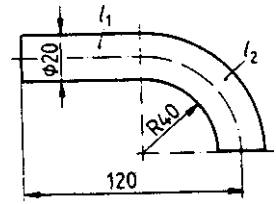
$$l_2 = \frac{d_m \times \pi}{4}$$

$$l_2 = \frac{(80 + 20)\,mm \times \pi}{4}$$

$$l_2 = 78/54\,mm$$

$$l = (70 + 78/54)\,mm$$

$$l = 148/54\,mm$$

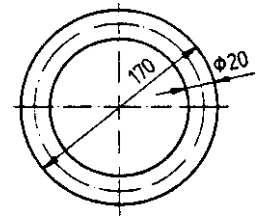


شکل ۲۰ــ۱

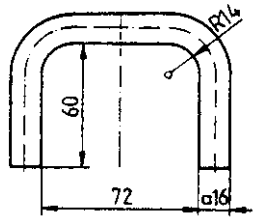
تمرین‌ها

۱ــ طول گسترده قانجاق ماهیچه شکل ۲۱ــ۱ را به‌دست آورید.

۲ــ طول گسترده بست درجه شکل ۲۲ــ۱ را به‌دست آورید.



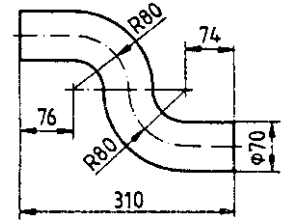
شکل ۲۱ــ۱ــ قانجاق ماهیچه



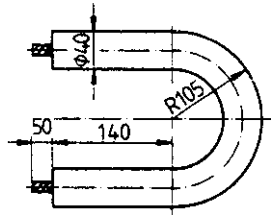
شکل ۲۲ــ۱ــ بست درجه

۳ــ ماهیچه شکل ۲۳ــ۱ لازم است از میله‌ای درست شود. حساب کنید طول مواد اولیه را اگر در اتمام کار ۱۰ میلیمتر اضافه طول درنظر گرفته شود.

۴ــ سوراخ ماهیچه خم قوسدار شکل ۲۴ــ۱ به‌وسیله ریسمان مومی پر خواهد شد. طول ریسمان مومی مورد نیاز را به‌دست آورید.



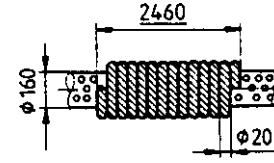
شکل ۲۳ــ۱ــ ماهیچه



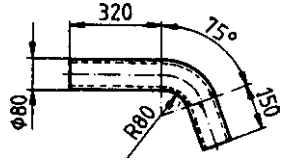
شکل ۲۴ــ۱ــ ماهیچه خم

۵ــ طول ریسمان شکل ۲۵ــ۱ را برحسب متر به‌دست آورید.

۶ــ چند متر لوله برای ساخت قطعه شکل ۲۶ــ۱ موردنیاز است؟



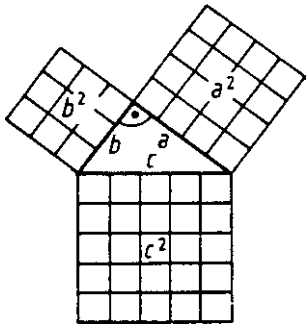
شکل ۲۵ــ۱



شکل ۲۶ــ۱

۸ــ۱ــ روابط مثلث قائم‌الزاویه

۱ــ۸ــ۱ــ قضیه فیثاغورث: در هر مثلث قائم‌الزاویه مربع وتر برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر (شکل ۲۷ــ۱).



شکل ۲۷ــ۱ــ قضیه فیثاغورث

علایم اختصاری

a و b = اضلاع مجاور به زاویهٔ قائمه

c = ضلع روبرو به زاویه قائمه (وتر)

$$\boxed{c^۲ = a^۲ + b^۲}$$

$$\Leftrightarrow \quad c = \sqrt{a^۲ + b^۲}$$

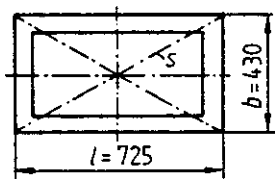
$$a^۲ = ۱۶$$

$$+b^۲ = ۹$$

$$c^۲ = ۲۵$$

مسأله نمونه: قطر s در قاب شکل ۲۸ــ۱ چه اندازه‌ای باشد تا قائمه بودن زوایای قاب تضمین شود.

حلّ:



شکل ۲۸ــ۱ــ قاب

$$s^۲ = l^۲ + b^۲$$

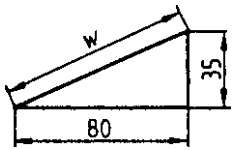
$$s^۲ = (۷۲۵mm)^۲ + (۴۳۰mm)^۲ = ۷۱۰۵۲۵mm^۲$$

$$s = \sqrt{۷۱۰۵۲۵mm^۲}$$

$$s = ۸۴۲/۹۳mm$$

تمرین‌ها

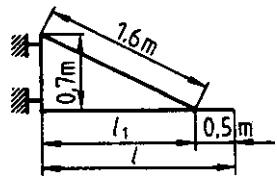
۱ــ اندازه W در گوه شکل ۲۹ــ۱ را به‌دست آورید.



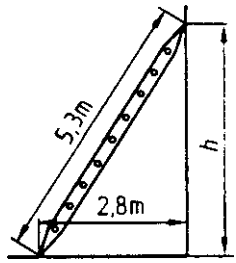
شکل ۲۹ــ۱

۲ــ در بازوی نوسانی شکل ۳۰ــ۱ طول l را محاسبه کنید.

۳ــ تکیه‌گاه نردبان شکل ۳۱ــ۱ در چه ارتفاعی از دیوار قرار دارد؟



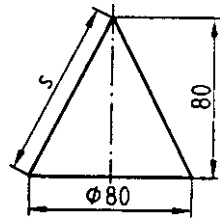
شکل ۳۰ــ۱



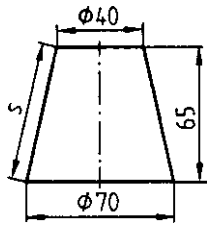
شکل ۳۱ــ۱

۴ــ طول مولّد مخروط شکل ۳۲ــ۱ را محاسبه کنید.

۵ــ طول مولد مخروط ناقص شکل ۳۳ــ۱ را به‌دست آورید.



شکل ۳۲ــ۱

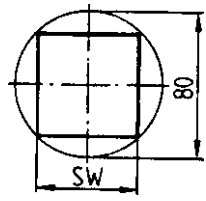


شکل ۳۳ــ۱

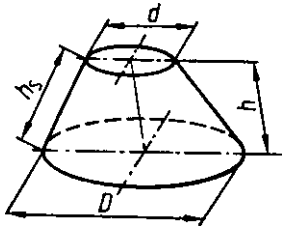
۶ــ در انتهای میله گردی زبانه چهارگوش مطابق شکل ۳۴ــ۱ ایجاد خواهد شد. اندازه آچارخور SW را به‌دست آورید.

۷ــ اندازه طول مولد در مخروط شکل ۳۵ــ۱ را محاسبه کنید.

$h = ۰/۹۰m$ ، $d = ۰/۸۰m$ ، $D = ۱/۴۰m$



شکل ۳۴ــ۱



شکل ۳۵ــ۱

فصل دوم

زاویه و زمان

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

۱ــ زاویه را تعریف کند.

۲ــ واحد زاویه در سیستم SI را بیان کند.

۳ــ چهار عمل اصلی زوایا را انجام دهد.

۴ــ واحد زمان در سیستم SI را بیان کند.

۵ــ چهار عمل اصلی مربوط به زمان را انجام دهد.

۲ــ زاویه و زمان

۱ــ۲ــ زاویه

۱ــ۱ــ۲ــ تعریف زاویه: زاویه از تقاطع دو خط پدید می‌آید (شکل ۱ــ۲). مقدار هر زاویه از حاصل تقسیم طول قوس مقابل به آن زاویه بر شعاع مربوطه به دست می‌آید.

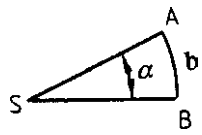
علایم اختصاری

S = رأس زاویه

SA و SB = اضلاع زاویه

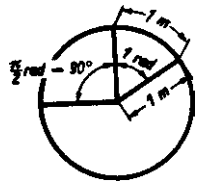
$\alpha \measuredangle$ = زاویه α

b = طول قوس مقابله به زاویه α



شکل ۱ــ۲ــ تشکیل زاویه

برای نشان دادن زاویه از حروف یونانی α (آلفا)، β (بتا)، γ (گاما)، δ (دلتا) و ε (اپسیلون) استفاده می‌شود.



شکل ۲ــ۲ــ تعریف رادیان

۲ــ۱ــ۲ــ واحد زاویه: واحد زاویه رادیان است. مقدار آن در دایره‌ای به شعاع یک متر، برابر است با طول قوس روبرو به اندازه یک متر بر شعاع آن (شکل ۲ــ۲).

$$1\text{rad} = \frac{1\text{m}}{1\text{m}}$$

مسأله نمونه: در دایره‌ای به شعاع ۱۰۰ میلیمتر حساب کنید :

الف) مقدار زاویه مقابل به کمان $\overset{\frown}{b} = 150\text{mm}$ را

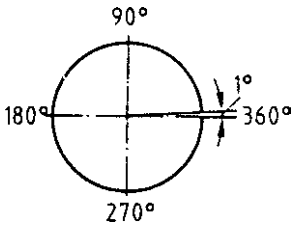
ب) زاویه دایره کامل را

حلّ:

الف) $\alpha = \frac{\overset{\frown}{b}}{r} = \frac{150\text{mm}}{100\text{mm}} = \frac{1/5\text{m}}{1\text{m}} = 1/5\text{rad}$

ب) $\alpha = \frac{\overset{\frown}{b}}{r} = \frac{U}{r} = \frac{r \times 2 \times \pi}{r} = 2\pi\text{rad} = 6/28\text{rad}$

$\alpha = \overset{\frown}{2\pi}\text{rad}$



شکل ۳ــ۲ــ تعریف درجه

برای اندازه‌گیری زاویه در صنعت از واحد دیگری به نام درجه استفاده می‌شود. یک درجه برابر است با $\frac{1}{360}$ زاویه دایره کامل یا $\frac{1}{90}$ زاویه قائمه (شکل ۳ــ۲).

از آنجایی که زاویه دایره کامل ۳۶۰ درجه است. بنابراین، می‌توان نوشت :

$$2\pi\text{rad} = 360^\circ$$

$$1\text{rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{360^\circ}{2 \times 3/14} = 57/296^\circ$$

$$\boxed{1\text{rad} = 57/3^\circ}$$

$$360^\circ = 2\pi\text{rad}$$

$$1^\circ = \frac{2\pi\text{rad}}{360^\circ} \Rightarrow \boxed{1^\circ = \frac{\pi}{180}\text{rad}}$$

مسأله نمونه ۱: زاویه $\alpha = ۳۰^\circ$ را به رادیان تبدیل کنید.

$$۱^\circ = \frac{\pi}{۱۸۰}\,\text{rad}$$

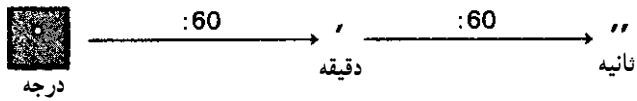
$$\alpha = ۳۰^\circ = ۳۰ \times ۱^\circ = ۳۰ \times \frac{\pi}{۱۸۰}\,\text{rad} = \frac{\pi}{۶}\,\text{rad} = ۰/۵۲۳\,\text{rad}$$

مسأله نمونه ۲: زاویه $\beta = ۰/۷۳۳۰\,\text{rad}$ چند درجه است؟

$$۱\,\text{rad} = ۵۷/۳^\circ$$

$$\beta = ۰/۷۳۳۰\,\text{rad} = ۰/۷۳۳۰ \times ۱\,\text{rad} = ۰/۷۳۳۰ \times ۵۷/۳^\circ = ۴۲^\circ$$

۳ــ۱ــ۲ــ اجزای درجه: اجزای درجه عبارتند از دقیقه و ثانیه. ضریب تبدیل اجزای درجه به یکدیگر عدد ۶۰ است (شکل ۴ــ۲).



شکل ۴ــ۲ــ اجزای درجه

توجه: در محاسبات زوایا به مواردی برخورد می‌کنیم که مقدار زاویه به‌صورت اعشاری به‌دست می‌آید (مانند $۳۲/۶^\circ$). در این‌گونه موارد، بهتر است که قسمت اعشاری را به واحدهای کوچکتر درجه تبدیل کرد.

مسأله نمونه۱: $۴۵/۴^\circ$ را برحسب درجه و اجزای آن به‌دست آورید.

حلّ: $۴۵/۴^\circ = ۴۵^\circ + ۰/۴^\circ = ۴۵^\circ + ۰/۴ \times ۱^\circ = ۴۵^\circ + ۰/۴ \times ۶۰' = ۴۵^\circ, ۲۴'$

مسأله نمونه۲: $۶۴/۳۸^\circ$ را برحسب درجه و اجزای آن به‌دست آورید.

حلّ:

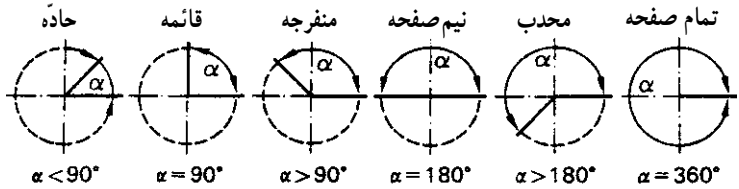
$$۶۴/۳۸^\circ = ۶۴^\circ + ۰/۳۸^\circ = ۶۴^\circ + ۰/۳۸ \times ۶۰' = ۶۴^\circ + ۲۲/۸'$$

$$= ۶۴^\circ + ۲۲/۸' = ۶۴^\circ + ۲۲' + ۰/۸' = ۶۴^\circ + ۲۲' + ۰/۸ \times ۶۰''$$

$$= ۶۴^\circ + ۲۲' + ۴۸''$$

$$۶۴/۳۸^\circ = ۶۴^\circ, ۲۲', ۴۸''$$

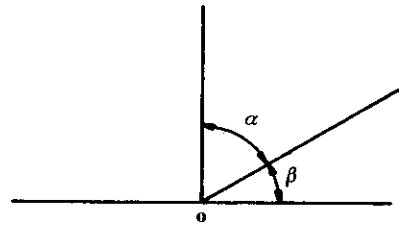
۴ــ۱ــ۲ــ انواع زاویه: در هندسه زوایای نشان داده شده در شکل ۵ــ۲ تعریف شده است.



شکل ۵ــ۲ــ انواع زاویه

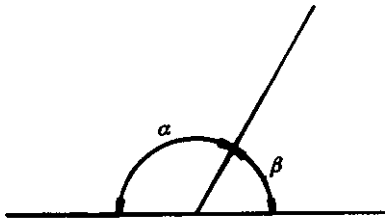
۵ــ۱ــ۲ــ زوایای متمم: دو زاویه را متمم یکدیگر گویند در صورتی که مجموع زوایای آن‌ها ۹۰ درجه باشد (شکل ۶ــ۲).

۶ــ۱ــ۲ــ زوایای مکمل: چنانچه مجموع دو زاویه ۱۸۰° باشد (شکل ۷ــ۲)، آن‌دو زاویه را مکمل یکدیگر گویند.



$\alpha + \beta = 90°$

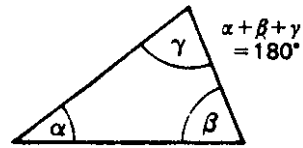
شکل ۶ــ۲ــ زوایای متمم



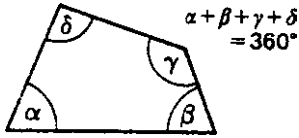
$\alpha + \beta = 180°$

شکل ۷ــ۲ــ زوایای مکمل

۷ــ۱ــ۲ــ زوایای چندضلعی‌ها: مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° (شکل ۸ــ۲) و مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی ۳۶۰° است (شکل ۹ــ۲).

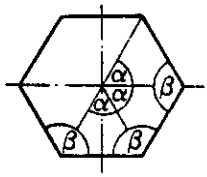


شکل ۸ــ۲



شکل ۹ــ۲

زاویه مرکزی چندضلعی‌های منتظم (α) و زاویه بین دو ضلع (β) (شکل ۱۰ــ۲) از روابط زیر به‌دست می‌آید.



شکل ۱۰ــ۲

علایم اختصاری

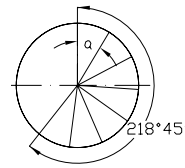
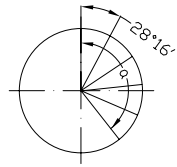
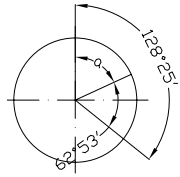
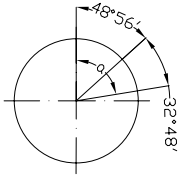
n = تعداد اضلاع

α = زاویه مرکزی مقابل به ضلع $\quad \alpha = \frac{360°}{n}$

β = زاویه بین دو ضلع $\quad \beta = 180° - \alpha$

۸ــ۱ــ۲ــ چهار عمل اصلی زوایا: چهار عمل اصلی زوایا به شرح جدول ۱ــ۲ انجام می‌گیرد.

جدول ۱ــ۲ــ چهار عمل اصلی زوایا

تقسیم (چند قسمت کردن)	ضرب (چند برابر کردن)	تفریق	جمع
			
۲۱۸°,۴۵′ : ۷ ۲۱۸°,۴۵′ | ۷ ۲۱۷ ۳۱°,۱۵′ ۱°,۴۵′ = ۱۰۵′ ۱۰۵ ۰۰۰ $\alpha = 31°,15'$	۲۸°,۱۶′ × ۵ ۱۴۰°,۸۰′ $\alpha = 141°,20'$	۱۲۸°,۲۵′ − ۶۲°,۵۳′ ۱۲۷°,۸۵′ − ۶۲°,۵۳′ $\alpha = 65°,32'$	۴۸°,۵۶′ + ۳۲°,۴۸′ ۸۰°,۱۰۴′ $\alpha = 81°,44'$

تمرین‌ها

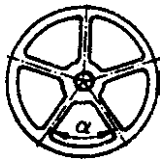
۱ــ در یک مثلث $\alpha = 35°,10',45''$ و زاویه β به اندازهٔ $63°,55',32''$ از زاویه α بزرگتر است. مقدار زوایای β و γ را به‌دست آورید.

۲ــ در یک مثلث زاویه β دو برابر زاویه α و زاویهٔ γ سه برابر زاویه α است. اندازه زوایای مثلث را به‌دست آورید.

۳ــ در یک مثلث زاویه β دو برابر زاویه α و زاویه γ دو برابر زوایای α و β است. زوایای مثلث را به‌دست آورید.

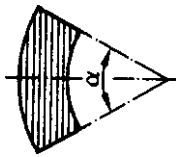
۴ــ زاویه مرکزی و زاویه بین دو ضلع چندضلعی‌های منتظم ۵، ۶، ۸ و ۱۲ ضلعی را به‌دست آورید.

۵ــ مقدار زاویه بین دو بازوی چرخ در شکل ۱۱ــ۲ را به‌دست آورید.



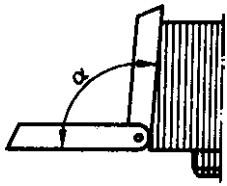
شکل ۱۱ــ۲

۶ــ یک حلقه مطابق شکل ۱۲ــ۲ به ۸ عدد لقمه تقسیم خواهد شد. اندازه زاویه α را به‌دست آورید.



شکل ۱۲ــ۲

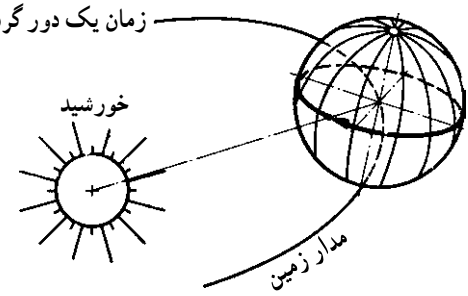
۷ــ ماهیچه شکل ۱۳ــ۲ لازم است 5° شیب داشته باشد. مقدار زاویه α برای کنترل آن چند درجه است؟



شکل ۱۳ــ۲

۲ــ۲ــ زمان

۱ــ۲ــ۲ــ واحد زمان: واحد زمان ثانیه است و آن زمانی است برابر با $\frac{۱}{۸۶۴۰۰}$ شبانه‌روز متوسط سال شمسی (شکل ۱۴ــ۲).



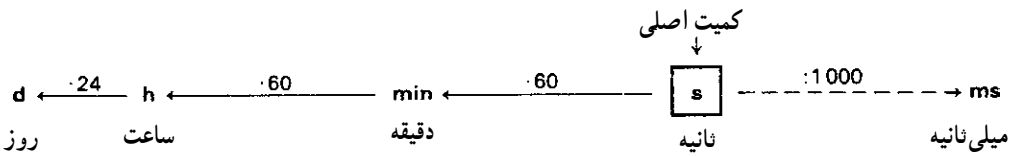
شکل ۱۴ــ۲ــ تعریف شبانه‌روز

این تعریف تا سال ۱۹۶۷ میلادی (۱۳۴۵ شمسی) معتبر بود. در سیزدهمین کنفرانس بین‌المللی اوزان و مقادیر، تعریف جدیدی برای ثانیه به شرح زیر پیشنهاد شد و مورد تصویب قرار گرفت.

هر ثانیه زمانی است برابر ۹۱۹۲۶۳۱۷۷۰ برابر زمان دوره تناوب پرتو اتم سزیم ۱۳۳ (۱۳۳ Cs).

۲ــ۲ــ۲ــ اجزا و اضعاف واحد زمان: اضعاف واحد زمان (ثانیه) عبارتند از : دقیقه، ساعت و روز، و واحد کوچکتر ثانیه میلی‌ثانیه است.

شکل ۱۵ــ۲ ضریب تبدیل و علایم اختصاری آن‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱۵ــ۲ــ اجزا و اضعاف واحد زمان

توجّه: در مواردی که هدف نشان دادن مدت زمان باشد علایم اختصاری را در سمت راست عدد مربوط می‌نویسند.

در صورتی که هدف نشان دادن زمان باشد، علایم اختصاری بالای عدد مربوطه نوشته می‌شود.

مثال: ساخت یک قطعه ۱۱ ساعت و ۲۵ دقیقه طول می‌کشد. ۱۱ h و ۲۵ min

ساخت قطعه در ساعت ۱۱ و ۲۵ دقیقه تمام می‌شود. 11^{h} و 25^{min}

۳ــ۲ــ۲ــ چهار عمل اصلی زمان: عملیات چهار عمل اصلی در محاسبات زمان مشابه زوایا است.

تقسیم	ضرب	تفریق	جمع
۴۸h۳۴min۱۵s:۵	۱۸h۲۴min۳۶s×۴	۷۲h۱۲min۸s	۳۶h۴۸min۵۲s
۴۵h:۵ = ۹h	۷۲h۹۶min۱۴۴s	−۴۸h۲۵min۱۳s	+۱۵h۳۴min۱۵s
+۲۱۰min:۵ = ۴۲min	= ۷۲h۹۸min۲۴s	۷۱h۷۱min۶۸s	= ۵۱h۸۲min۶۷s
+۲۵۵s:۵ = ۵۱s	**= ۷۳h۳۸min۲۴s**	−۴۸h۲۵min۱۳s	= ۵۱h۸۳min۷s
= ۹h۴۲min۵۱s		**= ۲۳h۴۶min۵۵s**	**= ۵۲h۲۳min۷s**

۴ــ۲ــ۲ــ تبدیل اضعاف واحد زمان

$۱\min = ۱h : ۶۰ = ۰/۰۱۶۶۶۷h$

$۱s = ۱h : ۳۶۰۰ = ۰/۰۰۰۲۷۸h$

$۰/۱h = ۰/۱ \times ۶۰\min = ۶\min$

$۰/۱\min = ۰/۱ \times ۶۰s = ۶s$

مسأله نمونه۱: $۲۶h,۱۸\min,۵۶s$ را به اعشاری تبدیل کنید.

حلّ:

$$\begin{array}{ll} ۲۶h & = ۲۶/۰۰۰۰h \\ +۱۸\min & = ۱۸ \times ۰/۰۱۶۶۶۷h = ۰/۳۰۰۰h \\ +۵۶s & = ۵۶ \times ۰/۰۰۰۲۷۸h = ۰/۰۱۵۶h \\ \hline ۲۶h۱۸\min۵۶s & = ۲۶/۳۱۵۶h \end{array}$$

مسأله نمونه۲: $۸/۳۲h$ را به‌صورت ساعت، دقیقه و ثانیه بنویسید.

حلّ:

$$\begin{array}{lll} ۸h & \rightarrow ۸h & \\ ۰/۳۲h = ۰/۳۲ \times ۶۰\min = ۱۹/۲\min & \rightarrow & ۱۹\min \\ ۰/۲\min = ۰/۲ \times ۶۰s = ۱۲s & \rightarrow & ۱۲s \\ \hline ۸/۳۲h & = ۸h۱۹\min۱۲s & \end{array}$$

تمرین‌ها

۱ــ زمان‌های داده شده را به ثانیه تبدیل کنید.

الف) $\frac{۱}{۴}\min$ ب) $\frac{۱}{۳۰}\min$ ج) $۱/۷\min$ د) $۵۷\frac{۳}{۴}\min$

۲ــ زمان‌های داده شده را به دقیقه تبدیل کنید.

الف) $۴۵s$ ب) $۵۳۴s$ ج) $۲\frac{۱}{۴}h$ د) $۱۰\frac{۵}{۶}h$

۳ــ زمان‌های زیر را به‌صورت ساعت، دقیقه و ثانیه نشان دهید.

الف) $۳۶۶۱s$ ب) $۸۴۶۰s$ ج) $۹۴۹۸s$ د) $۳۷۸۵۰s$

۴ــ حاصل عملیات زیر را به‌صورت ساعت، دقیقه و ثانیه به‌دست آورید.

الف) $۱۲h + ۲۳۸\min + ۱۳۲s$

ب) $(۲h۲۱\min۴۵s) \times ۶$

ج) $(۳۳\text{h}۱۲\,\text{min}\,۴۸\text{s}):۸$

د) $۲\text{h}۳۰\,\text{min}\times۷+۱\text{h}۳۲\,\text{min}\times۵$

۵ــ در مدت $۸\frac{۱}{۲}\text{h}$ یک ماشین قالب‌گیری، ۶۰ قالب را آماده می‌کند. برای تولید هر قالب چه زمانی صرف می‌شود؟

۶ــ مدلسازی برای تولید یک مدل زمان‌های زیر را مصرف کرده است :

نقشه‌خوانی و خط‌کشی ۱۲ min و ۱ h، تهیه چوب و برش آن‌ها ۲۷ min و ۱ h، کار روی مدل ۴۲ min و ۵ h، و رنگ‌کاری ۲۸ min. زمان تولید مدل را به‌دست آورید.

۷ــ در یک کارگاه ریخته‌گری کارگرها از ساعت ۴۵^{min} و ۶^{h} تا ۳۰^{min} و ۱۶^{h} کار می‌کنند. زمان استراحت از ساعت ۱۰^{min} و ۹^{h} تا ۲۵^{min} و ۹^{h} و زمان ناهار و نماز از ساعت ۴۵^{min} و ۱۲^{h} تا ۴۵^{min} و ۱۳^{h} طول می‌کشد. مطلوب است محاسبه :

الف) مدت زمان کار کارگرها

ب) مدت زمان هفتگی کار کارگرها (کار هفتگی ۵ روز است).