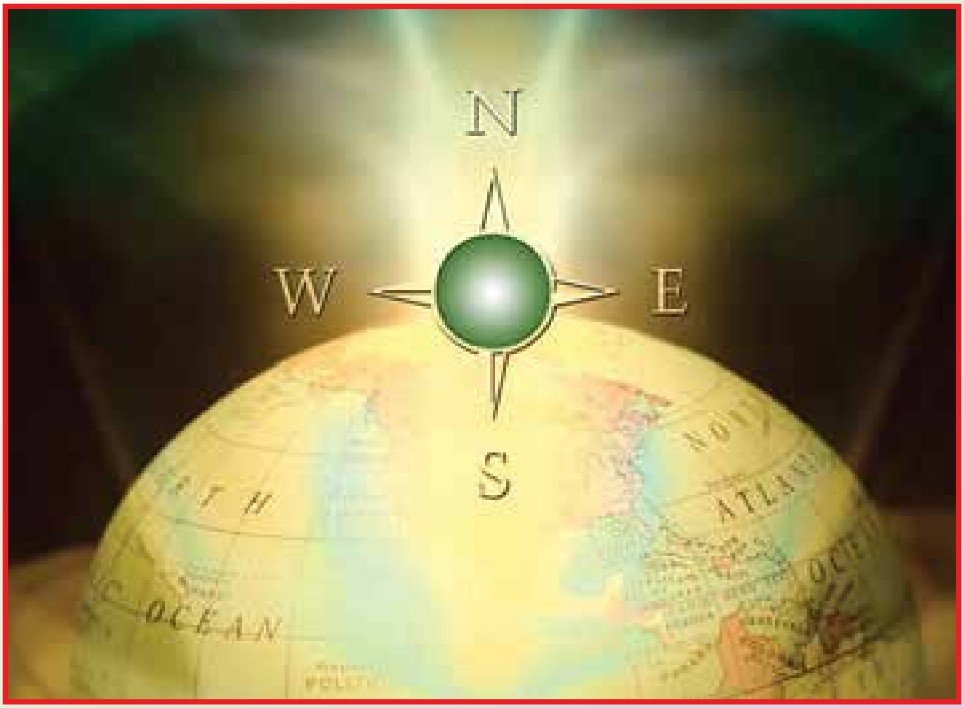
فصل چهارم

تعیین موقعیت
و
امتدادهای مبنا



هدف‌های رفتاری

پس از آموزش و مطالعهٔ این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود بتواند :

۱ــ راهکار کلی مربوط به ترسیم یک امتداد در یک سیستم مختصات دو بعدی و اندازه‌گیری ژیزمان و زاویهٔ حامل آن با استفاده از نقاله را شرح دهد.

۲ــ محاسبات مربوط به یک طول و ژیزمان امتداد در یک سیستم مختصات دو بعدی را انجام دهد.

۳ــ بحث و بررسی مربوط به ترسیم یک امتداد در یک سیستم مختصات دو بعدی و اندازه‌گیری ژیزمان و زاویهٔ حامل آن با استفاده از نقاله را شرح دهد.

۴ــ راهکار کلی مربوط به تعیین ربع مختصاتی، زاویهٔ حامل و ژیزمان یک امتداد را با معلوم بودن مختصات دو نقطه روی این امتداد شرح دهد.

۵ــ محاسبات مربوط به تعیین ربع مختصاتی، زاویهٔ حامل و ژیزمان یک امتداد را با معلوم بودن مختصات دو نقطه روی این امتداد انجام دهد.

۶ــ بحث و بررسی مربوط به تعیین ربع مختصاتی، زاویهٔ حامل و ژیزمان یک امتداد را با معلوم بودن مختصات دو نقطه روی این امتداد شرح دهد.

۷ــ راهکار کلی مربوط به محاسبه و انتقال ژیزمان اضلاع یک چند ضلعی را با داشتن ژیزمان امتداد اول شرح دهد.

۸ــ محاسبات مربوط به انتقال ژیزمان اضلاع یک چند ضلعی را با داشتن ژیزمان امتداد اول انجام دهد.

۹ــ بحث و بررسی مربوط به محاسبه و انتقال ژیزمان اضلاع یک چند ضلعی را با داشتن ژیزمان امتداد اول شرح دهد.

مطالب پیش نیاز

قبل از مطالعهٔ این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود با مطالب زیر آشنا باشد :

۱ــ آشنایی با فصل چهارم کتاب «نقشه‌برداری عمومی»

۲ــ آشنایی با فصل پنجم کتاب «هندسه»

۳ــ آشنایی با دایرهٔ مثلثاتی و ربع های آن در کتاب «ریاضی ۲ و ۳»

● از نظر ریاضی هر تابع، فرمول و مدل ریاضی در یک فضای مناسب تعریف می‌شود که به آن سطح مبنای محاسبات ریاضی (دیتوم) می‌گویند.

● برای زمین، سطوح مبنای مختلفی تعریف شده است. از جمله سطوح مبنایی زمین و مهمترین آن‌ها می‌توان به سطح مستوی (سطح افقی و صاف)، سطح ژئویید و سطح بیضوی اشاره کرد که سطح مستوی و سطح بیضوی را سطح مبنای مسطحاتی و ژئویید را سطح مبنای ارتفاعی در نظر گرفته‌اند.

● منظور از تعیین موقعیت در نقشه‌برداری عبارت است از مشخص کردن مختصات نقاط در یک سیستم مختصات معلوم، امّا قبل از تعیین مختصات یک نقطه، ابتدا باید یک سیستم مختصات تعریف کنیم. به عبارت دیگر اعتبار مختصات یک نقطه، از وجود سیستم مختصات آن است.

● برای تعریف یک سیستم مختصات لازم است که به سؤالاتی از این قبیل پاسخ داده شود:

ـ مبدأ سیستم کجاست؟

ـ محورهای سیستم نسبت به هم چگونه‌اند؟

ـ محورهای سیستم، مستقیم‌الخط هستند و یا منحنی‌الخط؟

ـ پارامترهای تعیین موقعیت هر نقطه در این سیستم کدامند؟

ـ سیستم مختصات، راست‌گرد است و یا چپ گرد؟

● منظور از نقاط کنترل در نقشه‌برداری، نقاطی است که مختصات مسطحاتی و یا ارتفاعی آن‌ها و یا مختصات سه بعدی (مسطحاتی و ارتفاعی) آن‌ها نسبت به یک سیستم مختصات مشخص دقیقاً معلوم باشد. به مجموعه‌ای از این نقاط که تشکیل خطوط و زوایایی را می‌دهند، شبکهٔ نقاط کنترل می‌گویند. شبکهٔ نقاط کنترل در واقع اسکلت اصلی یک پروژهٔ نقشه‌برداری می‌باشد.

● چنانچه در یک شبکه، فقط x و y نقاط تعیین شده باشد، به آن شبکهٔ کنترل افقی و یا شبکهٔ کنترل دو بعدی می‌گویند. اگر فقط ارتفاع نقاط تعیین شده باشد به آن شبکهٔ کنترل ارتفاعی یا شبکهٔ ترازیابی و بالأخره اگر طول، عرض و ارتفاع (x, y, z) هر سه معلوم شده باشد، به آن شبکهٔ سه بعدی می‌گویند.

● از انواع امتدادهای مبنا در نقشه‌برداری می‌توان شمال حقیقی، شمال مغناطیسی و شمال شبکه را نام برد.

● ژیزمان عبارت است از زاویه‌ای که هر امتداد با امتداد شمال شبکه و در جهت عقربهٔ ساعت می‌سازد و آن را با G نمایش می‌دهند.

● در تعریف ژیزمان سه نکتهٔ اساسی را باید در نظر گرفت :

ــ ژیزمان، یک زاویهٔ افقی بین یک امتداد مبنا و امتداد مورد نظر است.

ــ مبدأ اندازه‌گیری (امتداد مبنا) ژیزمان همواره شمال شبکه (محور Y نقشه) است.

ــ ژیزمان در جهت حرکت عقربه‌های ساعت اندازه‌گیری می‌شود.

● در صورتی که ژیزمان امتدادی چون AB معلوم فرض شود(G_{AB}) ژیزمان معکوس آن‌را به‌صورت ژیزمان BA خوانده و به شکل(G_{BA})نشان می‌دهیم که مقدار آن از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است :

$$G_{BA} \quad G_{BA} \pm 180^{\circ}$$

که در این رابطه، چنانچه G_{AB} کوچکتر از ۱۸۰° باشد، از علامت   و در صورتی که G_{AB} مساوی و یا بزرگتر از ۱۸۰° باشد، از علامت   استفاده می‌شود.

● به کوچکترین زاویه‌ای که هر امتداد با محور Yها می‌سازد، زاویهٔ حامل آن امتداد می گویند که با V نمایش داده می‌شود. برای محاسبهٔ زاویهٔ حامل از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود :

$$V_{AB} = \tan^{-1}\left|\frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}}\right|$$

● ژیزمان هر امتداد را از روی مختصات دو نقطه از آن امتداد می‌توان محاسبه کرد. البته ابتدا زاویهٔ حامل امتداد را مشخص کرده و سپس با توجه به اینکه امتداد در کدام ربع مختصات قرار دارد، ژیزمان را به‌دست می‌آوریم.

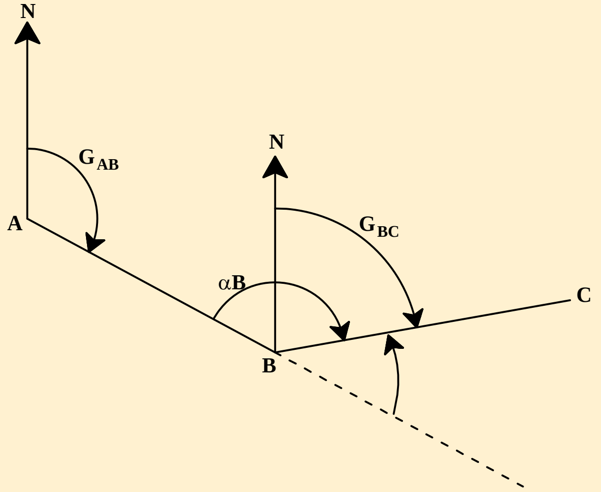
● جدول زیر ارتباط بین ژیزمان و زاویهٔ حامل را در چهار ربع مختصاتی نشان می‌دهد :

ربع مختصات	رابطهٔ ژیزمان و زاویهٔ حامل
ربع اول	$G_{AB} = V_{AB}$
ربع دوم	$G_{AB} = ۱۸\ ^{\circ} - V_{AB}$
ربع سوم	$G_{AB} = ۱۸\ ^{\circ} + V_{AB}$
ربع چهارم	$G_{AB} = ۳۶\ ^{\circ} - V_{AB}$

● برای انتقال ژیزمان و به عبارتی برای محاسبهٔ ژیزمان یک امتداد از روی ژیزمان امتداد قبل، مطابق شکل زیر کافی است که ابتدا زاویهٔ انحراف Δ را محاسبه کرده و سپس از رابطهٔ زیر مقدار ژیزمان امتداد را مشخص کرد.

G_{AB} معلوم

$$\left.\begin{array}{l} G_{BC} = G_{AB} - \Delta \\ \Delta = 180^\circ \text{ یا } (200\text{grad}) - \alpha_B \end{array}\right\} G_{BC} = G_{AB} - (180^\circ - \alpha_B) = G_{AB} + \alpha_B - 180^\circ$$



مثال ۴ــ۱ : ترسیم یک امتداد در یک سیستم مختصات دکارتی دوبعدی و اندازه‌گیری ژیزمان و زاویهٔ حامل آن با استفاده از نقاله

مختصات دو نقطهٔ A(۱۰۰۰,۱۰۰۰) و B(۱۰۵۰,۱۰۷۰) معلوم می‌باشند، مطلوب است ترسیم امتداد AB در یک سیستم مختصات دکارتی(قائم الزاویه) با مقیاس ۱۰۰۰ :۱

__راهکار کلی :__

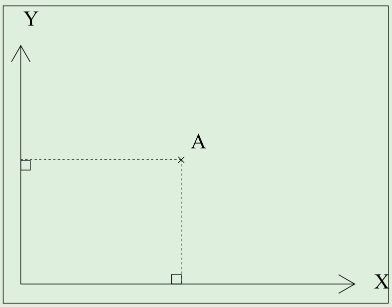
۱ــ محاسبهٔ ابعاد مناسب کاغذ برای ترسیم : برای ترسیم امتداد AB در یک سیستم دکارتی ابتدا ابعاد کاغذ مناسب برای ترسیم را مشخص کنید. برای این کار می‌توانید طول امتداد AB را از روی مختصات آن پیدا کرده و سپس این طول را در مقیاس خواسته شده ضرب کنید. با این کار معلوم می‌شود که امتداد AB در روی کاغذ چند سانتی‌متر است، حال با توجه به این مقدار می‌توانید کاغذ مناسب را انتخاب کنید.

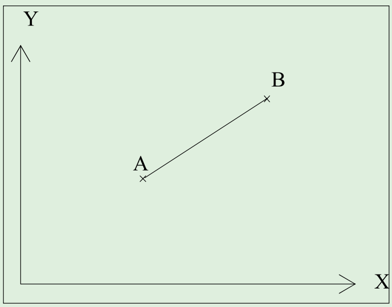
$$L_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

مقیاس × L_{AB} طول امتداد روی کاغذ

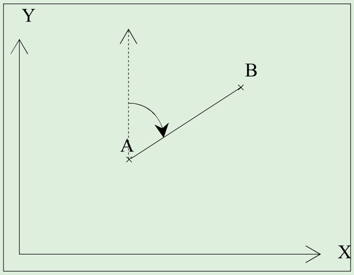
۲ــ تعیین مبدأ مختصات : اکنون محورهای مختصات X و Y را با استفاده از خط‌کش و گونیا به صورت کاملاً عمود بر هم ترسیم کرده و سپس با توجه به مختصات نقاط A و B کوچک‌ترین مختصات X و Y را مشخص کرده و سپس مبدأ مختصات را عددی رند و کوچک‌تر از آن‌ها در نظر بگیرید.

۳ــ تعیین محل دقیق نقاط در سیستم و ترسیم امتداد : حال با استفاده از اشل (خط‌کش مقیاس) مختصات‌های X و Y هر کدام از نقاط را با توجه به مبدأیی که انتخاب کردید، روی محورهای مختصات پیدا کرده و در نهایت با استفاده از گونیا، محل نقاط را در سیستم مشخص کنید و سپس این دو نقطه را به هم وصل کنید.





۴ــ برای اندازه‌گیری زاویهٔ حامل و ژیزمان از نقاله استفاده کنید. برای این کار از نقطهٔ A موازی محور Y خطی ترسیم نمایید. حال با توجّه به تعریف ژیزمان و زاویهٔ حامل به راحتی می‌توان زوایای مربوطه را با نقاله اندازه‌گیری کنید.



روش حل :

$$L_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} - \sqrt{(1050 - 1000)^2 + (1070 - 1000)^2}$$

$$L_{AB} \quad 86.02\ m \quad 8602cm$$

$$L_{AB} \times \text{مقیاس} \quad 8602 \times \frac{1}{1000} = 8.602cm \approx 9cm$$

بحث و بررسی :

بنابراین طول خط AB روی کاغذ تقریباً برابر ۹سانتی‌متر است. حال می‌توان کاغذی در نظرگرفت که این امتداد به راحتی در آن ترسیم گردد. برای این مثال می‌توان کاغذ A_4 را در نظر گرفت. پس از ترسیم محورهای مختصات نوبت به تعیین مبدأ سیستم می‌رسد. مختصات X دو نقطه را در نظر بگیرید. همان‌طور که می‌بینید مختصات X نقطهٔ A از مختصات X نقطهٔ B کمتر است. هم‌چنین مختصات Y نیز برای نقطهٔ A کمتر از مختصات Y نقطهٔ B است. پس مبدأ مختصات را با توجه به آنچه که گفته شد، به صورت عددی رند و کوچکتر از مختصات‌های گفته شده در نظر بگیرید به طوری‌که تمام طول خط AB را بتوان در کاغذ ترسیم نمود. به عنوان مثال در اینجا می‌توان مختصات مبدأ را (۹۵۰, ۹۵۰) در نظر گرفت.

تمرین کلاسی مثال ۴ ــ ۱

۱ــ مختصات دو نقطهٔ (۸۵۴,۱۴۳۲)F و (۹۸۰,۱۲۰۵)E معلوم می‌باشند، مطلوب است ترسیم امتداد EF در یک سیستم مختصات دکارتی(قائم الزاویه) با مقیاس ۱:۷۵۰

مثال ۴ـ۲ : تعیین ربع مختصاتی یک امتداد و زاویهٔ حامل و ژیزمان یک امتداد با معلوم بودن مختصات دو نقطه روی امتداد

مختصات دو نقطهٔ $A(۱۰۰۰,۱۰۰۰)$ و $B(۱۰۵۰,۱۰۷۰)$ معلوم می‌باشند، مطلوب است :

الف) تعیین کنید امتداد AB در کدام ربع مختصاتی قرار دارد.

ب) زاویهٔ حامل امتداد AB را محاسبه کنید.

ج) ژیزمان امتداد AB را محاسبه کنید.

راهکار کلی :

منظور از تعیین ربع مختصاتی یک امتداد، یعنی این‌که این مختصات در کدام ربع قرار دارد.

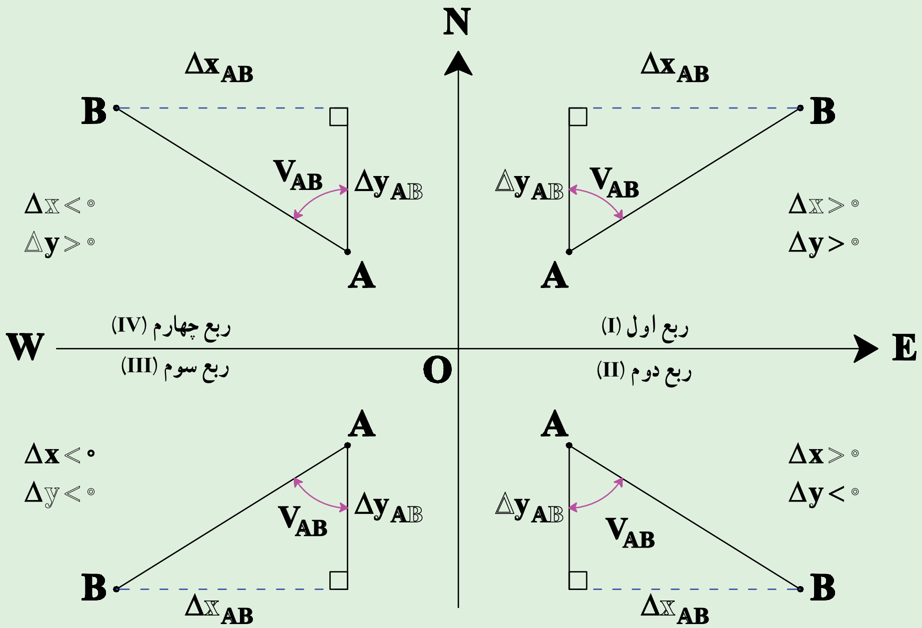
بنابراین کافی است که ابتدا ΔX و ΔY امتداد AB را به‌دست آورید و با توجه به علامت آن‌ها و جدول زیر ربع مختصاتی را مشخص کنید.

ربع مختصات	علامت ΔX	علامت ΔY
اول	+	+
دوم	+	−
سوم	−	−
چهارم	−	+

زاویهٔ حامل را از رابطهٔ زیر بدست آورید :

$$V_{AB} = \tan^{-۱}\left|\frac{\Delta X_{AB}}{\Delta Y_{AB}}\right|$$

و در پایان با توجه به ربعی که امتداد در آن قرار دارد و هم‌چنین زاویهٔ حامل که از رابطهٔ بالا آن را محاسبه کردید می‌توانید مقدار ژیزمان را به‌دست آورید. با توجه به جدول و شکل صفحه بعد داریم :



روش حل :

$$\left.\begin{aligned}\Delta X_{AB} &= X_B - X_A = 1050 - 1000 = +50\text{m}\\ \Delta Y_{AB} &= Y_B - Y_A = 1070 - 1000 = +70\text{m}\end{aligned}\right\} \text{ربع اول}$$

$$V_{AB} = tg^{-1}\left|\frac{50}{70}\right| = 35°32'16''$$

$$G_{AB} \quad V_{AB} \rightarrow G_{AB} \quad 35°32'16''$$

بحث و بررسی :

ژیزمان و زاویهٔ حامل محاسبه شده در این مثال را با مقادیری که با نقاله در مثال قبل اندازه‌گیری کردید مقایسه کنید. آیا اختلافی مشاهده می‌کنید؟

تمرین‌های کلاسی مثال ۴ ــ ۲

۱ــ دو نقطهٔ کنترل (۱۲۵۰/۲۳ و ۱۵۲۰/۲۰)A و(۴۵۲/۱۲ و ۸۵۲/۳۲)B را در نظر بگیرید.

مطلوب است :

الف) تعیین ربع مختصاتی امتداد AB.

ب) محاسبهٔ زاویهٔ حامل امتداد AB.

ج) محاسبهٔ ژیزمان امتداد AB.

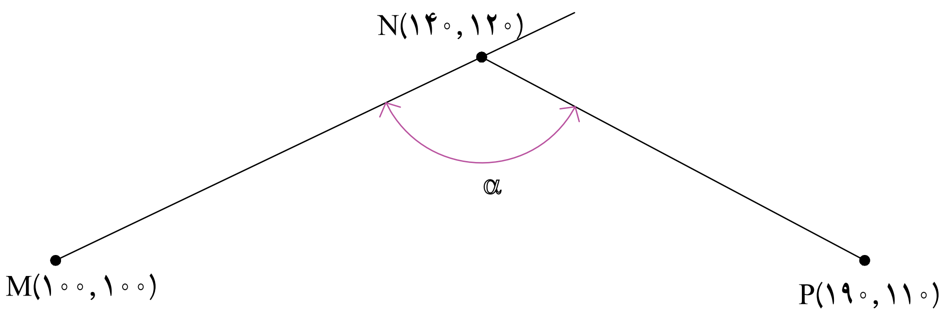
۲ــ سه نقطهٔ کنترل (۱۰۰,۱۰۰)A و (۱۵۰,۲۰۰)B و (۳۰۰,۱۰۰)C تشکیل یک مثلث می‌دهند. مطلوب است :

الف) ترسیم این مثلث در یک سیستم مختصات دوبعدی قائم الزاویه به مقیاس ۱/۲۰۰۰

ب) محاسبهٔ ژیزمان اضلاع AB وBC و CA

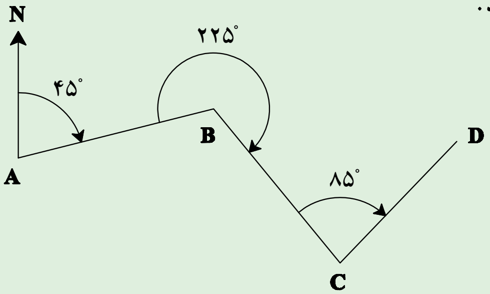
ج) محاسبهٔ زوایای داخلی مثلث ABC و کنترل محاسبات.

۳ــ در شکل زیر زاویهٔ α چند درجه است؟



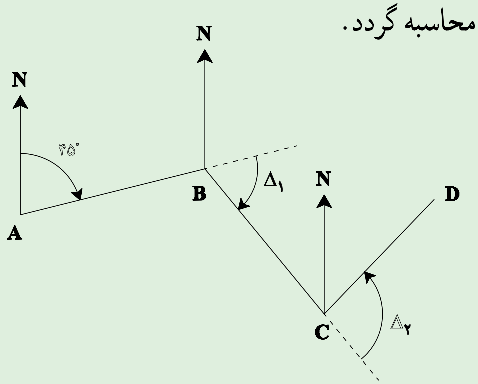
مثال ۴ــ۳ : انتقال ژیزمان

مطابق شکل زیر ژیزمان امتداد AB و همچنین زوایای رئوس B و C معلوم است. ژیزمان امتدادهای BC و CD را بدست آورید.



راهکار کلی :

همانطور که در کتاب نقشه‌برداری عمومی خواندید، برای انتقال ژیزمان و محاسبهٔ ژیزمان ضلع بعدی باید مقدار زاویهٔ انحراف Δ را ابتدا محاسبه کرده و جهت آن‌را تعیین کنید، دیدید که زمانی‌که زاویهٔ انحراف ساعت‌گرد بود، آن‌را مثبت در نظر گرفته و با ژیزمان ضلع قبل که معلوم است جمع می‌کنیم و در حالتی‌که زاویهٔ انحرافΔ خلاف حرکت ساعت باشد، آن‌را منفی در نظر گرفته و از ژیزمان ضلع قبل کم می‌کنیم تا ژیزمان ضلع بعد محاسبه گردد.



$G_{BC} \quad G_{AB} \quad \Delta_1$

$G_{CD} \quad G_{BC} \quad \Delta_2$

زوایای انحراف Δ۱ و Δ۲ به راحتی از روی زوایای رئوس B و C محاسبه می‌شوند.

روش حل :

$\Delta_1 \quad \angle B \quad 180^\circ \quad 255^\circ \quad 180^\circ \quad 75^\circ$

$\Delta_2 \quad 180^\circ \quad \angle C \quad 180^\circ \quad 85^\circ \quad 95^\circ$

$G_{BC} \quad 45^\circ \quad 75^\circ \quad 120^\circ$

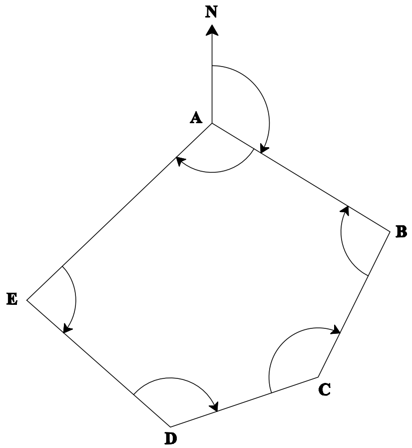
$G_{CD} \quad 120^\circ \quad 95^\circ \quad 25^\circ$

تمرین‌های کلاسی مثال ۴ ــ ۳

۱ــ ژیزمان امتدادAB برابر ۲۴۵/۲۵۳۰ گراد و زاویهٔ رئوس B و C راست‌گرد و به ترتیب برابر ۲۴۵/۲۴۵۲ و ۱۱۰/۷۸۸۵ گراد اندازه‌گیری شده‌اند. مطلوب است ترسیم کروکی این مثال و محاسبهٔ ژیزمان امتداد BC و CD.

(**راهنمایی**: منظور از زاویهٔ راست‌گرد یعنی هنگامی که دوربین در نقطهٔ B مستقر است به نقطهٔ A صفر صفر کند. زاویهٔ B و زاویهٔ C به‌صورت ساعتگرد اندازه‌گیری شده‌اند.)

۲ــ با توجه به شکل زیر ژیزمان کلیهٔ امتدادها را مشخص کنید.



A(100, 100) B(325, 55)

∠A 105.2369

∠B 95.2356

∠C 135.5448

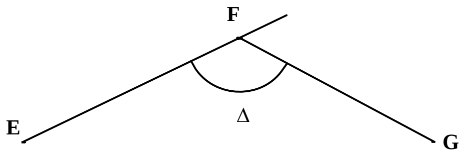
∠D 120.2350

∠E 143.7477

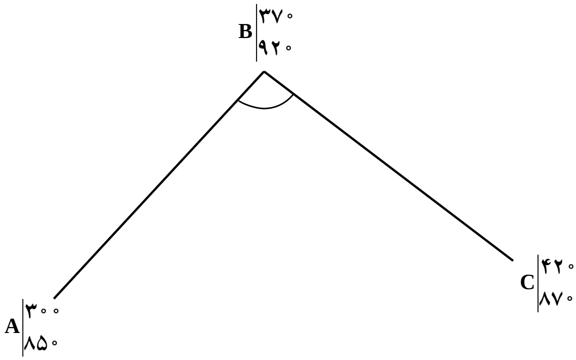
۳ــ در پیمایش بسته ABCD اطلاعات به‌دست آمده در جدول خلاصه شده است. زاویهٔ حامل و طول DA و ژیزمان کلیه امتدادها را محاسبه نمایید.

امتداد	فاصله	زاویه حامل	ژیزمان
AB	۷۵۱	N ۱°۱ ′ W	?
BC	۳۹۲	N ۶۳°۴۳′ E	?
CD	۵۶۱	S ۱ °۵ ′ E	?
DA	?	?	?

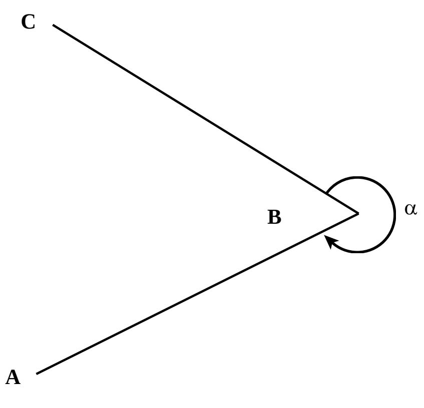
۴ــ ژیزمان امتداد EF مساوی ۵۵/۲۲ و ژیزمان امتداد FG مساوی ۱۵۰ گراد است. زاویهٔ Δ بین این دو امتداد چند گراد است؟



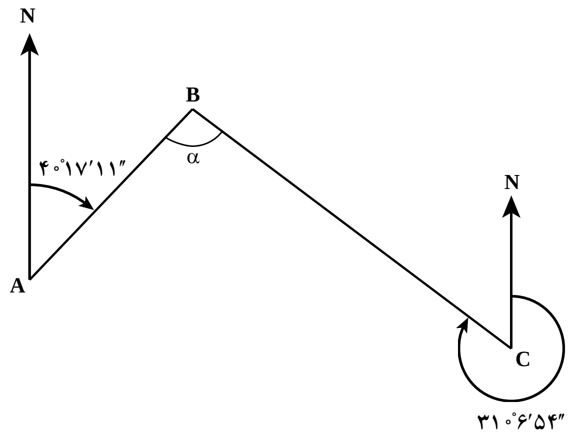
۵ــ با توجه به مختصات‌های داده شده زاویه $\hat{B}$ را محاسبه کرده و شکل مربوطه را با مقیاس $\frac{1}{2000}$ ترسیم نمایید.



۶ــ در شکل زیر اگر : (۱۰۰و۵۰) A ، (۱۸۰و۱۲۰) B و (۲۵۰و۷۰) C بر حسب متر باشند، جهت پیاده کردن نقطهٔ A مطلوب است محاسبهٔ مقدار زاویهٔ α.



۷ــ مطلوب‌است مقدار زاویه α به گراد.



۸ــ نشان دهید که می‌توان ژیزمان را در حالت کلی از رابطهٔ زیر به‌دست آورد.

$$G_n \quad G_{n\ ١} \pm \alpha_n \pm 180^{\circ}$$

α_n زاویه رأس است.

(**راهنمایی** : از روش Δ استفاده شده و مقادیر Δ جای‌گذاری شود.)

فصل پنجم

تعیین مختصات ایستگاهی

هدف‌های رفتاری

پس از آموزش و مطالعهٔ این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود بتواند :

۱ــ راهکار کلی مربوط به مراحل محاسبهٔ یک پیمایش باز را شرح دهد.

۲ــ مراحل محاسبات مربوط به یک پیمایش باز را به‌درستی انجام دهد.

۳ــ بحث و بررسی مربوط به مراحل محاسبهٔ یک پیمایش باز را شرح دهد.

۴ــ راهکار کلی مربوط به مراحل محاسبهٔ یک پیمایش بسته را شرح دهد.

۵ــ مراحل محاسبات مربوط به یک پیمایش بسته را به‌درستی انجام دهد.

۶ــ بحث و بررسی مربوط به مراحل محاسبهٔ یک پیمایش بسته را شرح دهد.

مطالب پیش نیاز

قبل از مطالعهٔ این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود با مطالب زیر آشنا باشد :

۱ــ آشنایی با فصل چهارم کتاب «نقشه‌برداری عمومی»

۲ــ آشنایی با فصل پنجم کتاب «نقشه‌برداری عمومی»

● **پیمایش** : مجموعهٔ عملیاتی که برای تعیین موقعیت مسطحاتی یک سری نقاط دنبال هم (نقاط ایستگاهی) در یک منطقه از زمین انجام می‌گیرد، پیمایش گفته می‌شود.

● در پیمایش برای اینکه بتوان ابتدا سیستم مختصات دو بعدی مورد نظر را مشخص نمود، به حداقل دو نقطه با مختصات معلوم (یک نقطه با مختصات معلوم و یک امتداد معلوم) در آن سیستم مختصات نیاز می‌باشد.

● پیمایش معمولاً به دو حالت باز و بسته تقسیم بندی می‌شود.

● **پیمایش باز** : اگر پیمایش از یک نقطه با مختصات معلوم و یا مفروض شروع و به نقطه‌ای با مختصات مجهول (نامعلوم) پایان یابد، به آن پیمایش باز می‌گویند.

● **پیمایش بسته (Closed traverse)** : در دو حالت زیر پیمایش را بسته می‌گویند :

۱ــ پیمایش از یک نقطه با مختصات معلوم (مفروض) شروع شود و به‌همان نقطه ختم گردد. به چند ضلعی بسته که در این حالت ایجاد می‌شود پلیگون (Polygon) می‌گویند.

۲ــ پیمایش از یک نقطه با مختصات معلوم شروع شود و به نقطهٔ دیگری با مختصات معلوم برسد. به این حالت پیمایش اتصالی (Link traverse) می‌گویند.

● از پیمایش بسته (پلیگون) معمولاً در مناطقی که طول و عرض منطقه تقریباً مساوی است استفاده می‌شود. همچنین در مناطقی که نقاط با مختصات معلوم در دسترس نیست می‌توان با فرضی گرفتن مختصات نقطهٔ اول از این نوع پیمایش استفاده کرد. البته این‌حالت فقط برای نقشه‌برداری مناطق کوچک کاربرد دارد.

● مراحل کلی پیمایش عبارتند از :

الف) شناسایی ب) اندازه‌گیری‌ها و مشاهدات پیمایش ج) محاسبات

● **الف) شناسایی** : در این مرحله گروه شناسایی با مراجعه مستقیم به محلی که قرار است پیمایش انجام شود، منطقه را شناسایی کرده و در نهایت از موقعیت نقاط موجود یک کروکی تهیه می‌کنند.

● **ب) اندازه‌گیری‌ها و مشاهدات پیمایش** : پس از ایجاد و استحکام نقاط پیمایش، گروه نقشه‌بردار به محل مراجعه کرده و با توجه به کروکی و نام نقاط، طول افقی همه اضلاع و همچنین زاویه افقی همه رئوس پیمایش و ژیزمان یکی از اضلاع موردنظر (که معمولاً ضلع اول می‌باشد) نیز اندازه‌گیری می‌شود.

● زاویه‌هایی که در پیمایش اندازه‌گیری می‌شوند معمولاً زاویه به راست (Clockwise angle) هستند. زاویه به راست در محاسبات پیمایش همواره مثبت در نظر گرفته می‌شود.

● منظور از زاویه به راست، زاویه‌ای است که یک امتداد نسبت به امتداد قبل و در جهت عقربه ساعت (جهت راست) می‌سازد.

● **ج) محاسبات پیمایش** : برای شروع محاسبات لازم است مختصات یکی از ایستگاه‌های پیمایش (معمولاً نقطهٔ اول) و همچنین ژیزمان یکی از اضلاع پیمایش (معمولاً ضلع اول) معلوم باشد.

● محاسبهٔ مختصات در پیمایش باز را می‌توان در سه مرحله خلاصه کرد :

۱ــ محاسبهٔ ژیزمان کلیهٔ اضلاع پیمایش با استفاده از ژیزمان ضلع اول و زاویه به راست رئوس پیمایش.

۲ــ محاسبه ΔX و ΔY کلیهٔ اضلاع پیمایش.

۳ــ محاسبه مختصات نقاط ایستگاه‌های پیمایش.

● ژیزمان یک امتداد را می‌توان از رابطه زیر به‌دست آورد :

$$G_{\text{امتداد بعدی}} \qquad (G_{\text{امتداد قبلی}} \qquad \text{زاویه به راست رأس}) \pm 180^\circ$$

● با استفاده از رابطهٔ زیر می‌توان ΔX و ΔY کلیهٔ امتدادها را محاسبه کرد :

$$\begin{cases} \Delta X_i = L_i \times \mathrm{Sin} G_i \\ \Delta Y_i = L_i \times \mathrm{Cos} G_i \end{cases}$$

● پس از محاسبهٔ ΔX و ΔYها با استفاده از روابط کلی زیر مختصات نقاط رئوس پیمایش را محاسبه می‌کنیم. به عنوان مثال برای نقطهٔ B داریم :

$$X_B \quad X_A \quad \Delta X_{AB}$$

$$Y_B \quad Y_A \quad \Delta Y_{AB}$$

● در محاسبهٔ ژیزمان اضلاع در پیمایش باز، از روی جهت حرکت پیمایش و همچنین جهت محاسبات می‌توان زاویه به‌راست را تعیین کرد.

● مجموع زوایای یک چند ضلعی در فضای ایده‌آل و بدون خطای ریاضی از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

جمع زوایای داخلی $(n \quad 2) \times 180^\circ$

جمع زوایای خارجی $(n \quad 2) \times 180^\circ$

● مقدار خطای بست زاویه‌ای در یک پیمایش بسته از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود :

$$e_\alpha \quad \Sigma\alpha_i \quad (n \pm 2) \times 180^\circ$$

● مقدار مجاز خطای بست زاویه‌ای در یک پیمایش بسته از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود :

$$e_{max} = \pm\, 2.5 \times d_\alpha \times \sqrt{\frac{n}{m}}$$

● مقدار تصحیح برای زوایا از رابطهٔ زیر بدست می‌آید :

$$C = \frac{-e_\alpha}{n}$$

● پس از تصحیح زوایا، با معلوم بودن ژیزمان امتداد اول، سایر ژیزمان‌ها را محاسبه می‌کنیم.

● طول‌های اندازه‌گیری شده در پیمایش مانند زوایای اندازه‌گیری شده دارای مقادیری خطا می‌باشند که در محاسبه ΔX و ΔY خطایی ایجاد می‌کنند که به آن خطای بست موضعی (خطای بست طولی) می‌گویند.

● خطای بست موضعی(خطای بست طولی) از رابطه زیر محاسبه می‌شود :

$$e_{X,Y} = \sqrt{(\Sigma\Delta X_i{}^2 + \Sigma\Delta Y_i{}^2)}$$

● خطای نسبی بست (دقت پیمایش) از رابطه زیر محاسبه می‌شود :

$$e_s = \frac{e_{X,Y}}{\Sigma L_i}$$

● تعدیل برای هر ضلع در دو جهت X و Y اعمال می‌شود و مقدارآن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\begin{cases} C_x = \dfrac{-L_i}{\Sigma L} \times \Sigma\Delta X \\[2ex] C_Y = \dfrac{-L_i}{\Sigma L} \times \Sigma\Delta Y \end{cases}$$

که با مقادیر ΔX و ΔY جمع شده و مقادیرتعدیل شدهٔ آنها به‌دست می‌آیند :

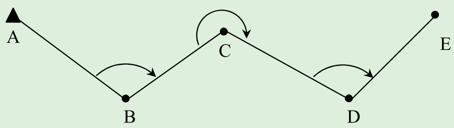
ΔX تصحیح شده = ΔX تصحیح نشده $\quad C_x$

ΔY تصحیح شده = ΔY تصحیح نشده $\quad C_Y$

و در پایان X و Y را به راحتی می‌توان از روی این مقادیر بدست آورد.

مثال ۵ـ۱ : پیمایش باز

مطابق شکل زیر به منظور ایجاد تعدادی نقطهٔ کنترل، یک پیمایش باز انجام شده است. مختصات نقطهٔ A برابر (۱۰۰ , ۱۰۰) و ۱۴۰° G_{AB} می‌باشد. مطلوب است محاسبه مختصات نقاط مجهول در این پیمایش.



AB 135m ∠B 120°

BC 125m ∠C 240°

CD 185m ∠D 100°

DE 150m

راهکار کلی :

برای راحتی کار و جلوگیری از اشتباه در محاسبات، ابتدا معلومات مسئله را در جدولی مطابق زیر وارد می‌کنیم :

ایستگاه	زاویه	ژیزمان	طول	ΔX	ΔY	X	Y
A		140°	135 000			100 000	100 000
B	120°		125 000				
C	240°		185 000				
D	100°		150 000				
E							

مرحلهٔ اول :

مرحلهٔ اول، محاسبهٔ ژیزمان کلیهٔ اضلاع پیمایش می‌باشد. یعنی ابتدا ستون سوم از جدول بالا را تکمیل می‌کنیم.

در فصل پیش با روش محاسبهٔ ژیزمان یک امتداد از روی امتداد قبلی آن آشنا شدید. همانطور که گفته شد با معلوم بودن ژیزمان امتداد قبلی و زاویه به راست رئوس، ژیزمان امتداد بعدی را می‌توان از رابطهٔ صفحهٔ بعد محاسبه کرد :

$G_{\text{امتداد بعدی}} \quad (G_{\text{امتداد قبلی}} \quad \text{زاویه به راست رأس}) \pm 180^\circ$

به عبارتی می‌توان نوشت :

$$G_{BC} \quad (G_{AB} \quad \alpha_B) \pm 180^\circ$$

$$G_{CD} \quad (G_{BC} \quad \alpha_C) \pm 180^\circ$$

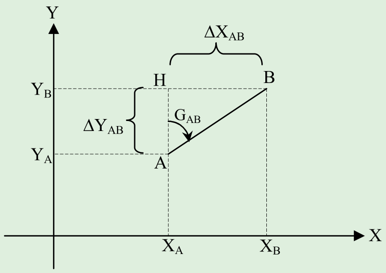
$$G_{DE} \quad (G_{CD} \quad \alpha_D) \pm 180^\circ$$

زوایای α_B و α_C و α_D در روابط فوق همان زاویه به راست در رأس‌های B و C و D می‌باشند که در رابطهٔ ژیزمان همواره مثبت در نظر گرفته می‌شوند.

مرحلهٔ دوم :

در این مرحله ΔX و ΔY کلیهٔ اضلاع پیمایش محاسبه می‌شود به عبارتی ستون‌های پنجم و ششم در این مرحله تکمیل می‌شوند.

برای محاسبه ΔX و ΔY می‌توان یک رابطهٔ کلی به‌دست آورد. به شکل زیر دقت کنید : فرض کنید AB یکی از اضلاع پیمایش باشد، مطابق شکل مثلث AHB یک مثلث قائم الزاویه است، بنابراین داریم :



$$\sin G_{AB} = \frac{HB}{AB} \rightarrow HB = AB \times \sin G_{AB}$$

$$\cos G_{AB} = \frac{AH}{AB} \rightarrow AH = AB \times \cos G_{AB}$$

امّا همانطور که در شکل مشاهده می‌کنید، HB همان ΔX_{AB} و AH همان ΔY_{AB} می‌باشد.

پس می‌توان نوشت :

$$\Delta X_{AB} \quad AB \times \sin G_{AB}$$

$$\Delta Y_{AB} \quad AB \times \cos G_{AB}$$

این روابط کلی هستند، بنابراین برای سایر اضلاع نیز می‌توان این روابط را نوشت :

$$\Delta X_{BC} \quad BC \times \sin G_{BC}$$

$$\Delta Y_{BC} \quad BC \times \cos G_{BC}$$

$$\Delta X_{CD} \quad CD \times \sin G_{CD}$$

$$\Delta Y_{CD} \quad CD \times \cos G_{CD}$$

$$\Delta X_{DE} \quad DE \times \sin G_{DE}$$

$$\Delta Y_{DE} \quad DE \times \cos G_{DE}$$

مرحلهٔ سوم :

در این مرحله به راحتی می‌توان مختصات نقاط مجهول را با استفاده از روابط بدیهی زیر بدست آورد :

$$X_B \quad X_A \quad \Delta X_{AB}$$

$$Y_B \quad Y_A \quad \Delta Y_{AB}$$

$$X_C \quad X_B \quad \Delta X_{BC}$$

$$Y_C \quad Y_B \quad \Delta Y_{BC}$$

$$X_D \quad X_C \quad \Delta X_{CD}$$

$$Y_D \quad Y_C \quad \Delta Y_{CD}$$

$$X_E \quad X_D \quad \Delta X_{DE}$$

$$X_E \quad X_D \quad \Delta X_{DE}$$

روش حل :

مرحلهٔ اول : محاسبهٔ ژیزمان اضلاع

$G_{BC} \quad (140^\circ \quad 120^\circ) \quad 180^\circ \quad 80^\circ$

$G_{CD} \quad (80^\circ \quad 240^\circ) \quad 180^\circ \quad 140^\circ$

$G_{DE} \quad (140^\circ \quad 100^\circ) \quad 180^\circ \quad 60^\circ$

ایستگاه	زاویه	ژیزمان	طول(m)	ΔX(m)	ΔY(m)	X(m)	Y(m)
A		140°	135 000			100 000	100 000
B	120°	80°	125 000				
C	240°	140°	185 000				
D	100°	60°	150 000				
E							

مرحلهٔ دوم : محاسبه ΔX و ΔY اضلاع

$\Delta X_{AB} \quad 135 \times \sin 140^\circ \quad 86.776$

$\Delta Y_{AB} \quad 135 \times \cos 140^\circ \quad 103.416$

$\Delta X_{CD} \quad 185 \times \sin 140^\circ \quad 118.916$

$\Delta Y_{CD} \quad 185 \times \cos 140^\circ \quad 141.718$

$\Delta X_{BC} \quad 125 \times \sin 80^\circ \quad 123.101$

$\Delta Y_{BC} \quad 125 \times \cos 80^\circ \quad 21.706$

$\Delta X_{DE} \quad 150 \times \sin 60^\circ \quad 129.904$

$\Delta Y_{DE} \quad 150 \times \cos 60^\circ \quad 75.000$

ایستگاه	زاویه	ژیزمان	طول(m)	ΔX(m)	ΔY(m)	X(m)	Y(m)
A		140°	135 000	86 776	103 416	100 000	100 000
B	120°	80°	125 000	123 101	21 706		
C	240°	140°	185 000	118 916	−141 718		
D	100°	60°	150 000	129 904	75 000		
E							

مرحلهٔ سوم : محاسبهٔ مختصات نقاط

$X_B \quad 100 \quad 86\ 776 = 186\ 776$

$Y_B \quad 100 \quad (\ 103\ 416) = -3\ 416$

$X_D \quad 309\ 877 \quad 118\ 916 = 428\ 803$

$Y_D \quad 18\ 290 \quad (\ 141\ 718) = -123\ 428$

$X_C \quad 186\ 776 \quad 123\ 101 = 309\ 887$

$Y_C \quad -3\ 416 \quad 21.706 = 18\ 290$

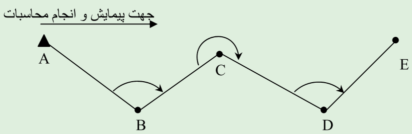
$X_E \quad 428\ 803 \quad 129\ 904 = 558\ 707$

$Y_E \quad -123\ 428 \quad 75\ 000 = -48\ 428$

ایستگاه	زاویه	ژیزمان	طول(m)	ΔX(m)	ΔY(m)	X(m)	Y(m)
A		140°	135 000	86 776	103 416	100 000	100 000
B	120°	80°	125 000	123 101	21 706	186 776	−3 416
C	240°	140°	185 000	118 916	−141 718	309 877	18 290
D	100°	60°	150 000	129 904	75 000	428 803	−123 428
E						558 707	−48 428

بحث و بررسی :

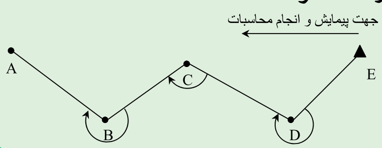
در محاسبهٔ ژیزمان اضلاع برای پیمایش باز، همانند حالتی که در پیمایش بسته گفته شد از روی جهت حرکت پیمایش و همچنین جهت محاسبات می‌توان زاویه به راست را تعیین کرد. در این مثال حرکت از چپ به راست است، بنابراین زوایای بالایی، زاویه به‌راست هستند که در محاسبات ژیزمان هم با علامت مثبت قرار داده می‌شوند.



زوایای مشاهده شده درشکل،

زاویه به راست هستند.

اما چنانچه جهت پیمایش و محاسبات از راست به چپ باشد، در این حالت زوایای پایینی زاویه به راست هستند و در رابطهٔ ژیزمان، باید با علامت مثبت قرارداده شوند.



زوایای مشاهده شده درشکل،

زاویه به راست هستند.

تمرین‌های کلاسی مثال ۵ ــ ۱

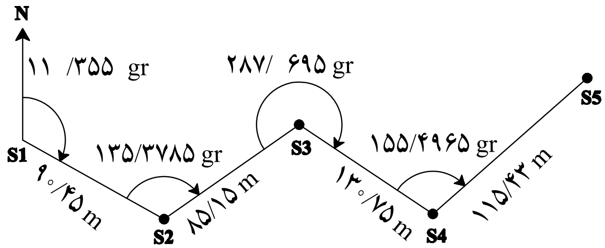
۱ــ اطلاعات طول و زاویهٔ مربوط به یک پیمایش باز مطابق جدول زیر مشاهده شده است، مختصات نقاط مجهول را محاسبه کنید.(همهٔ زوایا در حالت زاویه به راست هستند.(A (۱۵۰ ,۱۲۰) ,
$(G_{AB}$ ۱۲۰°۲۵′۵۰″

AB = 235 452 m	$\angle B = 240^\circ 25' 35''$
BC =125 800 m	$\angle C = 120^\circ 45' 50''$
CD = 385 215 m	$\angle D = 200^\circ 25' 26''$
DE = 150 215 m	

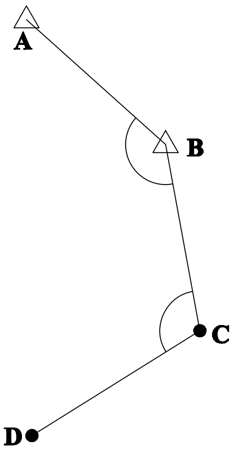
۲ــ یک عملیات پیمایش باز مطابق شکل زیر انجام گرفته. هرگاه مختصات ایستگاه شروع S_1(۱۵۰۰ و۱۵۰۰) متر باشد، مطلوب است :

الف) تنظیم جدول پیمایش باز

ب) محاسبهٔ مختصات ایستگاه‌های S_2 و S_3 و S_4 و S_5 (زوایا بر حسب گراد و طول‌ها بر حسب متر هستند.)



۳ــ در پیمایشی که مطابق شکل روبرو صورت گرفته است، مختصات A(۱۰۰۰ ،۱۰۰۰) و مختصات (۱۱۵۰ ، ۹۵۰) B می‌باشد. مختصات نقاط C و D را به‌دست آورید.



α_1 140.2738

α_2 112.3893

L_{BC} 179 m

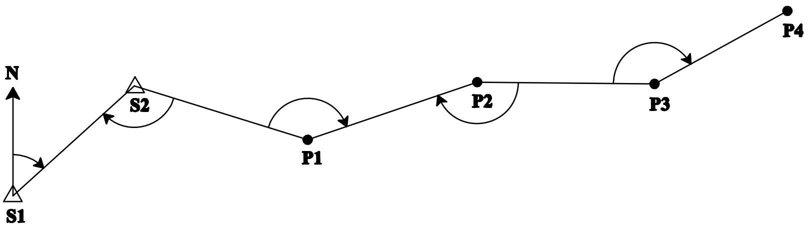
L_{CD} 210 m

۴ـ در پیمایش باز شکل زیر با توجه به مختصات معلوم نقاط S_1 و S_2 مختصات نقاط مجهول P_1 و P_2 و P_3 و P_4 را بر حسب متر محاسبه کنید.

$S_1 \quad (1000, 1000) \quad S_2 \quad (2000, 2000)$

$S_2 \quad 128.6659 \qquad \angle P_1 \quad 152.8713 \qquad \angle P_2 \quad 161.3517 \qquad \angle P_3 \quad 151.5844$

$\angle \quad L_{P_3P_4} \quad 766.463 \qquad L_{S_2P_1} \quad 1422.98 \qquad L_{S_2P_1} \quad 1021.39 \qquad L_{P_2P_3}$

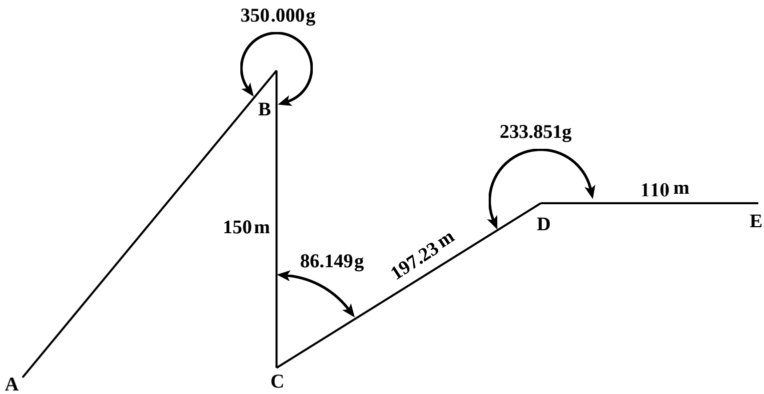


1443.893

۵ـ در پیمایش باز زیر مختصات نقاط A و B به ترتیب برابر (۱۰۰,۱۰۰) و (۲۵۰ , ۲۵۰) متر می‌باشد، با توجه به زاویه‌های مشخص شده در کروکی زیر مختصات سایر نقاط را محاسبه کنید.

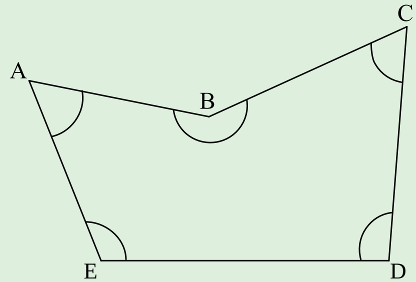
$\hat{B}$ ۳۵۰g , $\hat{C}$ ۶۶/۱۴۹g , $\hat{D}$ ۲۳۳/۸۵۱g

L_{BC} ۱۵۰m , L_{CD} ۱۹۷/۲۳m , L_{DE} ۱۱۰m



مثال ۵ــ۲ : پیمایش بسته

مطابق شکل زیر یک عمل پیمایش بسته انجام گرفته است. با فرض اینکه مختصات نقطه A برابر (Y ۹۰۸/۹۸۰ و X ۱۰۰/۰۰۰) و G_{AB} ۱۰۶°۲۳′۴۵″ باشد، مختصات نقاط دیگر(B , C, D , E) را محاسبه کنید. دقت زاویه‌ای دوربین را ۱۰ ثانیه درنظر بگیرید.



زاویه	طول
$A = 64^\circ 53' 00''$	AB = 690 880
$B = 206^\circ 34' 45''$	BC = 616 050
$C = 64^\circ 20' 45''$	CD = 677 970
$D = 107^\circ 33' 45''$	DE =970 260
$E = 96^\circ 38' 15''$	EA = 783 320

راهکار کلی :

الف) مرحله تعدیل و سرشکنی خطای بست زاویه‌ای :

مجموع زوایای یک چند ضلعی در فضای ایده‌آل و بدون خطای ریاضی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

جمع زوایای داخلی $(n \quad 2) \times 180^\circ$

جمع زوایای خارجی $(n \quad 2) \times 180^\circ$

که در آن n تعداد اضلاع چند ضلعی است.

بنابراین برای هر پیمایش چند ضلعی می‌توان این مقدار را معیاری برای درستی زوایای اندازه‌گیری شده در نظر گرفت. به عبارتی با مقایسه این مقدار با جمع زوایای مشاهده شده، می‌توان خطای بست زاویه‌ای را به‌دست آورد، بنابراین :

خطای بست زاویه‌ای : $e_\alpha = \Sigma\alpha_i - (n \pm 2) \times 180^\circ$

مجموع زوایای پلیگون $\Sigma\alpha_i$

مجموع زوایای پلیگون بدون خطا $(n \pm 2) \times 180^\circ$

نکته : از رابطه °۱۸۰×(n ۲) زمانی که زاویهٔ پلیگون، زاویهٔ خارجی است استفاده می‌شود.

از رابطه °۱۸۰×(۲ـ n) زمانی که زاویهٔ پلیگون، زاویهٔ داخلی است استفاده می‌شود.

بعد از محاسبهٔ خطای بست زاویه‌ای باید مقدار آن‌را مورد ارزیابی قرار داده و با مقدار مجاز آن مقایسه کنید.

در صورتی می‌توان این خطا را پذیرفت که مقدار آن کوچکتر و یا مساوی مقدار مجاز باشد.

مقدار مجاز خطای بست زاویه‌ای از رابطهٔ زیر بدست می‌آید :

$$e_{max} = \pm 2.5 \times d_{\alpha} \times \sqrt{\frac{n}{m}}$$ مقدار مجاز خطای بست زاویه‌ای

d_{α} دقت زاویه‌ای دوربین

n تعداد اضلاع چند ضلعی

m دفعات قرائت زاویه هر رأس

درصورتی که خطای بست زاویه‌ای قابل قبول باشد باید آن را بین زوایای پلیگون سرشکن کرده و زوایای تعدیل شده را به‌دست آورد.

برای به‌دست آوردن مقدار تصحیح برای هر زاویه، کافی است خطای بست را بر تعداد زوایای موجود با علامت مخالف تقسیم کنیم. سپس این مقدار تصحیح را با مقدار هر زاویه جمع می‌کنیم.

به عبارتی با این کار به هر رأس، سهم مساوی از تصحیح را اعمال می‌کنیم. بنابراین مقدار تصحیح برای زوایا از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$C = \frac{-e_{\alpha}}{n}$$ مقدار تصحیح برای زوایا

e_{α} خطای بست زاویه‌ای

n تعداد زوایا

در نتیجه برای هر زاویه خواهیم داشت :

$$\alpha_i' \quad \alpha_i \quad (C)$$

روش حل :

الف) مرحلهٔ تعدیل و سرشکنی خطای بست زاویه‌ای :

$$\Sigma\alpha_i \quad 64^\circ 53' 00'' + 206^\circ 34' 45'' + 64^\circ 20' 45'' + 107^\circ 33' 45'' + 96^\circ 38' 15''$$

$$\Sigma\alpha_i \quad 540^\circ 00' 30''$$

$$e_\alpha \quad 540^\circ 00' 30'' - (5-2) \times 180^\circ = +00^\circ 00' 30''$$

$$e_{max} = \pm 2.5 \times 10 \times \sqrt{\frac{5}{1}} \approx \pm 56'' \rightarrow e_\alpha < e_{MAX}$$

$$C = -\frac{+30''}{5} = -6''$$

حالا مقدار تصحیح را با تک‌تک زوایا جمع می‌کنیم تا زوایای تعدیل شده محاسبه شود. جهت کنترل، بعد از اعمال مقدار تصحیح به زوایا، یک‌بار دیگر آنها را جمع می‌کنیم. درصورتی‌که مقدار حاصل جمع زوایای جدید با مقدار واقعی آن برابر بود، این اعداد را به عنوان مقدار درست برای هر زاویه درنظر می‌گیریم.

$$64^\circ 53' 00'' + (-6'') = 64^\circ 52' 54''$$

$$206^\circ 34' 45'' + (-6'') = 206^\circ 34' 39''$$

$$64^\circ 20' 45'' + (-6'') = 64^\circ 20' 39''$$

$$107^\circ 33' 45'' + (-6'') = 107^\circ 33' 39''$$

$$96^\circ 38' 15'' + (-6'') = 96^\circ 38' 09''$$

$$\Sigma\alpha_i \quad 540^\circ 00' 00''$$

از این پس اطلاعات موجود را در جدولی مطابق زیر وارد کرده و محاسبات را ادامه می‌دهیم.

(در ادامهٔ حل مسأله جابه‌جایی‌هایی در سرستون‌ها دیده می‌شود که هر دوشکل ارائه شده صحیح می‌باشد.)

نقاط ایستگاه	زاویهٔ تعدیل شده	ژیزمان	طول	ΔX	C_x	ΔX_C	ΔY	C_Y	ΔY_C	X	Y
A											
B											
C											
D											
E											

ب) مرحلهٔ محاسبه ΔX و ΔY کلیه اضلاع :

راهکار کلی :

برای محاسبهٔ ΔX و ΔY اضلاع پیمایش، ابتدا باید ژیزمان کلیه اضلاع را از روی ژیزمان معلوم ضلع اول و زوایای تعدیل شده در مرحله قبل محاسبه کنیم. روش محاسبه ژیزمان اضلاع را در فصل۴ کتاب «نقشه‌برداری عمومی» آموختید. همانطور که گفته شد، ژیزمان اضلاع را از رابطه زیر می‌توان محاسبه کرد :

G امتداد بعدی (G امتداد قبلی (زاویه به راست رأس) $\pm 180^\circ$

به عبارتی می‌توان نوشت :

$G_{BC} \quad (G_{AB} \quad \alpha_B) \pm 180^\circ$

$G_{CD} \quad (G_{BC} \quad \alpha_C) \pm 180^\circ$

$G_{DE} \quad (G_{CD} \quad \alpha_D) \pm 180^\circ$

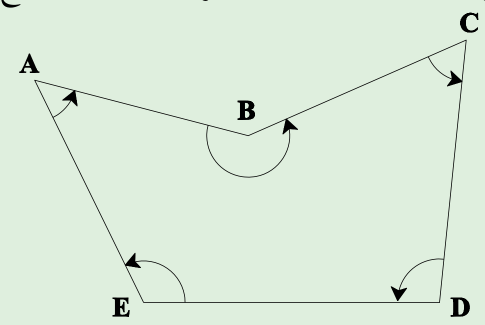
$G_{EA} \quad (G_{DE} \quad \alpha_E) \pm 180^\circ$

نکته‌ای که باید به آن توجه داشت این است که زاویهٔ رئوس α در این رابطه، زاویه به راست درنظر گرفته شده‌اند و چنانچه زاویه‌های پیمایش، زاویه به راست نباشند، در این رابطه منفی می‌شوند. به عبارتی رابطهٔ بالا به صورت زیر تبدیل می‌شود :

G امتداد بعدی (G امتداد قبلی (زاویه به راست رأس) $\pm 180^\circ$

در این مثال مطابق شکل زیر، جهت حرکت و محاسبات پیمایش در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت است، بنابراین زوایای داخلی قرائت شده برای پیمایش زاویه به راست نیستند. درنتیجه زوایا در رابطه ژیزمان، منفی در نظر گرفته می‌شوند.

پس از محاسبه ژیزمان‌ها، با استفاده از رابطه زیر، ΔX و ΔY اضلاع را محاسبه می‌کنیم :



$$\begin{cases} \Delta X_i = L_i \times \text{Sin}G_i \\ \Delta Y_i = L_i \times \text{Cos}G_i \end{cases}$$

L_i : طول ضلع i ام　　　　　G_i : ژیزمان ضلع i ام

روش حل :

ب) مرحلهٔ محاسبه ΔX و ΔY کلیهٔ اضلاع پیمایش :

G_{BC}　$(106°23'45''$　$206°34'39'')$　$180°$　$79°49'06''$

G_{CD}　$(79°49'06''$　$64°20'39'')$　$180°$　$195°28'27''$

G_{DE}　$(195°28'27''$　$107°33'39'')$　$180°$　$267°54'48''$

G_{EA}　$(267°54'48''$　$96°38'09'')$　$180°$　$351°16'39''$

نکته : برای اطمینان از درستی محاسبات، ژیزمان AB را مجدداً محاسبه کرده و با مقدار معلوم آن مقایسه می‌کنیم :

G_{AB}　G_{EA}　$\alpha_A \pm 180°$

G_{AB}　$351°16'39''$　$64°52'54''$　$180°$　$106°23'45''$

همانطور که مشاهده می‌کنید، همان مقدار برای ژیزمان AB به‌دست آمد که خود نشان دهنده درستی محاسبات ژیزمان می‌باشد. در اینجا ستون‌های دوم و سوم جدول پیمایش مطابق شکل زیر تکمیل می‌شوند :

نقاط ایستگاه	زاویهٔ تعدیل شده	ژیزمان
A		
B	$206°34'39''$	
C	$64°20'39''$	$106°23\ 45$
D	$107°33'39''$	$79°49'06''$
E	$96°38'09''$	$195°28'27''$
A	$64°52'54''$	$267°54'48''$
B		$351°16'39''$
جمع	$\Sigma a_i = 540°$	$106°23'45''$

حال با استفاده از طول‌های اضلاع و ژیزمان محاسبه شده برای هر ضلع می‌توان ΔX و ΔY

اضلاع را به‌دست آورد :

$$\begin{cases}\Delta X_{AB} = 690.880 \times \text{Sin}106°23'45'' = +662.785 \\ \Delta Y_{AB} = 690.880 \times \text{Cos}106°23'45'' = -194.767\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta X_{BC} = 616.050 \times \text{Sin}79°49'06'' = +606.349 \\ \Delta Y_{BC} = 616.050 \times \text{Cos}79°49'06'' = -108.899\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta X_{CD} = 677.970 \times \text{Sin}195°28'27'' = -180.885 \\ \Delta Y_{CD} = 677.970 \times \text{Cos}195°28'27'' = -653.394\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta X_{DE} = 971.260 \times \text{Sin}267°54'48'' = -970.616 \\ \Delta Y_{DE} = 971.260 \times \text{Cos}267°54'48'' = -35.365\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta X_{EA} = 783.320 \times \text{Sin}351°16'39'' = -118.790 \\ \Delta Y_{EA} = 783.320 \times \text{Cos}351°16'39'' = +774.260\end{cases}$$

در اینجا ستون‌های پنجم و ششم جدول پیمایش مطابق شکل زیر تکمیل می‌شوند :

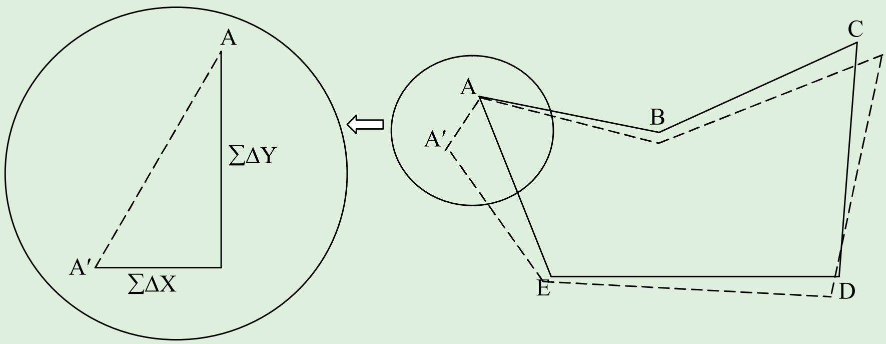
نقاط ایستگاه	زاویهٔ تعدیل شده	ژیزمان	طول	ΔX	ΔY
A					
		106°23′45″	690 880	662 785	−195 016
B	206°34′39″				
		79°49′06″	616 050	606 349	108 899
C	64°20′39″				
		195°28′27″	677 970	−180 885	−653 394
D	107°33′39″				
		267°54′48″	970 260	−969 617	−35 328
E	96°38′09″				
		351°16′39″	783 320	−118 790	774 260
A	64°52′54″				
		106°23′45″			
B					
جمع	$\Sigma a_i = 540°$				

ج) مرحلهٔ تعدیل و سرشکنی خطای بست طولی :

همانطور که مشاهده کردید، خطای زاویه‌ای موجود در پیمایش چنانچه در حد مجاز باشد، بین رأس‌های پیمایش تعدیل می‌شود ولی این بدین معنی نیست که این خطا حذف می‌شود بلکه سرشکنی این خطا فقط به رابطهٔ هندسی حاکم بر شکل تحقق بخشیده است. به عبارتی این خطا هنوز در پیمایش وجود دارد. همچنین طول‌های اندازه‌گیری شده در پیمایش نیز مانند زوایای اندازه‌گیری شده دارای مقادیری خطا می‌باشند که در محاسبه ΔX و ΔY خطایی ایجاد می‌کنند که به آن خطای بست موضعی(خطای بست طولی) می‌گویند. از آنجا که پیمایش به صورت یک چند ضلعی بسته است یعنی از یک نقطه شروع شده و به همان نقطه ختم می‌گردد، پس باید جمع جبری اختلاف مختصات نقاط متوالی پیمایش یعنی مقادیر $\Sigma\Delta x$ و $\Sigma\Delta y$ مساوی صفر شوند. اما به دلیل آنکه طول‌ها و زوایا دارای مقادیری خطا هستند که این خود خطایی در محاسبهٔ ΔX و ΔY ایجاد می‌کند، در نتیجه این شرط برقرار نمی‌شود. بنابراین $\Sigma\Delta x$ و $\Sigma\Delta y$ بیانگر مقادیر خطا در جهت محور x و y می‌باشند. به عبارتی نشان می‌دهند که نقاط پیمایش چه‌مقدار در اثر خطای طول و زاویه جابه‌جا شده‌اند. بنابراین خطای بست موضعی در پیمایش بسته پلیگون، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\boxed{e_{X,Y} = \sqrt{(\Sigma\Delta X_i{}^2 + \Sigma\Delta Y_i{}^2)}}$$

شکل زیر که در آن خطاهای طول و زاویه با اغراق ترسیم شده‌اند، به وضوح، مطالب گفته شده در بالا را نشان می‌دهد :



همانطور که در شکل صفحهٔ قبل مشاهده می‌کنید، به دلیل وجود خطاهای موجود در پیمایش، نقطهٔ A و ′A بر هم منطبق نمی‌شوند، به ضلع ′AA ضلع خطا می‌گویند و طول آنکه از رابطه بالا به‌دست می‌آید، همان خطای بست موضعی پیمایش می‌باشد.

از تقسیم طول ضلع خطا (خطای بست طولی) بر مجموع اضلاع پیمایش، خطای نسبی بست (دقت پیمایش) به‌دست می‌آید که خود معیاری است برای ارزیابی دقت کار و مجاز بودن خطای بست. در اکثر کارهای عمرانی خطای نسبی بست طولی ۱/۵۰۰۰ یا کمتر، خطای قابل قبول تلقی می‌شود. در صورتی که این مقدار در حد مجاز باشد، می‌توان آن را سرشکن کرد.

$$e_s = \frac{e_{X,Y}}{\Sigma L_i}$$

روش‌های مختلفی برای تعدیل خطای بست طولی وجود دارد که در این کتاب یکی از آنها را شرح می‌دهیم.

این روش که به روش قطب‌نما (compass) معروف است خطای بست را به نسبت طول اضلاع پیمایش بین اضلاع سرشکن می‌کند. به عبارتی در این روش، فرض بر آن است که تأثیر خطاهای اندازه‌گیری زاویه و طول با هم برابرند. امروزه وسایل دقیق اندازه‌گیری طول به تحقق این فرض کمک کرده است. تعدیل برای هر ضلع در دو جهت X و Y اعمال می‌شود و مقدارآن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} C_x = \frac{-L_i}{\Sigma L} \times \Sigma \Delta X \\ C_Y = \frac{-L_i}{\Sigma L} \times \Sigma \Delta Y \end{cases}$$

ΣL : مجموع طول‌های پیمایش بسته

که با مقادیر ΔX و ΔY جمع شده و مقادیرتعدیل شده آنها به‌دست می‌آیند:

ΔX تصحیح شده = ΔX تصحیح نشده C_x

ΔY تصحیح شده = ΔY تصحیح نشده C_Y

و در پایان X و Y را به راحتی می‌توان از روی این مقادیر به‌دست آورد.

روش حل :

ج) مرحله تعدیل و سرشکنی خطای بست طولی :

نقاط ایستگاه	زاویهٔ تعدیل شده	ژیزمان	طول	ΔX	ΔY
A					
		106°23′45″	690 880	662 785	−195 016
B	206°34′39″				
		79°49′06″	616 050	606 349	108 899
C	64°20′39″				
		195°28′27″	677 970	−180 885	−653 394
D	107°33′39″				
		267°54′48″	970 260	−969 617	−35 328
E	96°38′09″				
		351°16′39″	783 320	−118 790	774 260
A	64°52′54″				
		106°23′45″			
B					
جمع	$\Sigma a_i = 540^\circ$			$\Sigma\Delta X = -0\ 158$	$\Sigma\Delta Y = -0\ 579$

$$\Sigma\Delta X = 662\ 785 + 606\ 349 + (-180\ 885) + (-969\ 617) + (-118\ 790)$$

$$\Sigma\Delta X = -0\ 158$$

$$\Sigma\Delta Y = (-195\ 016) + 108\ 899 + (-653\ 394) + (-35\ 328) + (774\ 260)$$

$$\Sigma\Delta Y = -0\ 579$$

$$e_{X,Y} = \sqrt{(-0.158)^2 + (-0.579)^2} = 0.6002m = 60.02cm$$

$$e_s = \frac{0.600}{3738.480} \approx \frac{1}{6230}$$

همانطور که مشاهده می‌کنید خطای نسبی (دقت) این پیمایش ۶۲۳۰ :۱ است که دقت بالایی محسوب می‌شود.

حال مقدار تصحیح ΔX و ΔY را برای هر ضلع پیمایش را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم :

$$\begin{cases} CX_{AB} = \dfrac{-690.880}{3738.480} \times -0.158 = 0.029m \\ CY_{AB} = \dfrac{-690.880}{3738.480} \times -0.579 = 0.107m \end{cases}$$

$$\begin{cases} CX_{BC} = \dfrac{-616.050}{3738.480} \times -0.158 = 0.026m \\ CY_{BC} = \dfrac{-616.050}{3738.480} \times -0.579 = 0.096m \end{cases}$$

$$\begin{cases} CX_{CD} = \dfrac{-677.970}{3738.480} \times -0.158 = 0.029\text{m} \\ CY_{CD} = \dfrac{-677.970}{3738.480} \times -0.579 = 0.105\text{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} CX_{DE} = \dfrac{-670.260}{3738.480} \times -0.158 = 0.041\text{m} \\ CY_{DE} = \dfrac{-670.260}{3738.480} \times -0.579 = 0.150\text{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} CX_{EA} = \dfrac{-783.320}{3738.480} \times -0.158 = 0.033\text{m} \\ CY_{EA} = \dfrac{-783.320}{3738.480} \times -0.579 = 0.121\text{m} \end{cases}$$

نقاط ایستگاه	زاویهٔ تعدیل شده	زیرمان G_i	طول L_i	ΔX	ΔY	C_x	C_Y
A							
		$106^\circ 23' 45''$	690.880	662.785	−195.016	0.029	0.107
B	$206^\circ 34' 39''$						
		$79^\circ 49' 06''$	616.050	606.349	108.899	0.026	0.096
C	$64^\circ 20' 39''$						
		$195^\circ 28' 27''$	677.970	−180.885	−653.394	0.029	0.105
D	$107^\circ 33' 39''$						
		$267^\circ 54' 48''$	970.260	−969.617	−35.328	0.041	0.150
E	$96^\circ 38' 09''$						
		$351^\circ 16' 39''$	783.320	−118.790	774.260	0.033	0.121
A	$64^\circ 52' 54''$						
		$106^\circ 23' 45''$					
B							
جمع	$\Sigma a_i = 540^\circ$			$\Sigma = -0.158$	$\Sigma = -0.579$	$\Sigma = 0.158$	$\Sigma = 0.579$

نکته : برای کنترل محاسبات اگر C_Xها و C_Yها را با هم جمع کنید، باید به ترتیب با مقدار $\Sigma\Delta X$ــ و $\Sigma\Delta Y$ــ برابر شود.

اکنون مقادیر تصحیح C_X و C_Y را با مقادیر ΔX و ΔY جمع جبری می‌کنیم تا ستون‌های نهم و دهم یعنی ΔX_C و ΔY_C تکمیل شوند :

$$\begin{cases} \Delta X_{C\ \ AB} = 662.785 + 0.029 = 662.814 \\ \Delta Y_{C\ \ AB} = -195.016 + 0.107 = -194.909 \end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta X_{C\ \ BC} = 606.349 + 0.026 = 606.375 \\ \Delta Y_{C\ \ BC} = 108.899 + 0.096 = 108.995\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta X_{C\ \ CD} = -180.885 + 0.029 = -180.856 \\ \Delta Y_{C\ \ CD} = -653.394 + 0.105 = -653.289\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta X_{C\ \ DE} = -969.617 + 0.041 = -969.576 \\ \Delta Y_{C\ \ DE} = -35.328 + 0.150 = -35.178\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta X_{C\ \ EA} = -118.790 + 0.033 = -118.757 \\ \Delta Y_{C\ \ EA} = -774.260 + 0.121 = 774.381\end{cases}$$

نقاط ایستگاه	زاویه تعدیل شده	ژیزمان G_i	طول L_i	ΔX	ΔY	C_x	C_Y	ΔX_C	ΔY_C
A									
		106°23′45″	690.880	662.785	195.016	0.029	0.107	662.814	194.909
B	206°34′39″								
		79°49′06″	616.050	606.349	108.899	0.026	0.096	606.375	108.995
C	64°20′39″								
		195°28′27″	677.970	180.885	653.394	0.029	0.105	180.856	653.289
D	107°33′39″								
		267°54′48″	970.260	969.617	35.328	0.041	0.150	969.576	35.178
E	96°38′09″								
		351°16′39″	783.320	118.790	774.260	0.033	0.121	118.575	774.381
A	64°52′54″								
		106°23′45″							
B									
جمع	$\Sigma a_i = 540°$			Σ= 0.158	Σ= 0.579	Σ= 0.158	Σ= 0.579	Σ=0	Σ=0

نکته : برای کنترل محاسبات، چنانچه ستون‌های ΔX_C و ΔY_C را جمع ببندید حاصل برابر صفر می‌گردد.

در پایان با معلوم بودن مختصات نقطهٔ اول (A) و ستون‌های ΔX_C و ΔY_C، مختصات سایر نقاط را محاسبه کرده و ستون‌های یازدهم و دوازدهم جدول را تکمیل می‌کنیم :

$$\begin{cases}X_B = X_A + \Delta X_{C\ \ AB} = 100.000 + 662.814 = 762.814 \\ Y_B = Y_A + \Delta Y_{C\ \ AB} = -194.909 + 908.980 = 714.071\end{cases}$$

$$\begin{cases}X_C = X_B + \Delta X_{C\ \ BC} = 762.814 + 606.375 = 1369.189 \\ Y_C = Y_B + \Delta Y_{C\ \ BC} = 714.071 + 108.995 = 823.066\end{cases}$$

$$\begin{cases}X_D = X_C + \Delta X_{C\ \ CD} = 1369.189 - 180.856 = 1188.333 \\ Y_D = Y_C + \Delta Y_{C\ \ CD} = 823.066 - 653.289 = 169.777\end{cases}$$

$$\begin{cases}X_E = X_D + \Delta X_{C\ \ DE} = 1188.333 - 969.576 = 218.757 \\ Y_E = Y_D + \Delta Y_{C\ \ DE} = 169.777 - 35.178 = 134.599\end{cases}$$

نقاط ایستگاه	زاویهٔ تعدیل شده	ژیزمان G_i	طول L_i	ΔX	ΔY	C_x	C_Y	ΔX_C	ΔY_C	x	Y
A		106°23′45″	690.880	662.785	195.016	0.029	0.107	662.814	194.909	100.000	908.980
B	206°34′39″	79°49′06″	616.050	606.349	108.899	0.026	0.096	606.375	108.995	762.814	714.071
C	64°20′39″	195°28′27″	677.970	180.885	653.394	0.029	0.105	180.856	653.289	1369.189	823.066
D	107°33′39″	267°54′48″	970.260	969.617	35.328	0.041	0.150	969.576	35.178	1188.333	169.777
E	96°38′09″	351°16′39″	783.320	118.790	774.260	0.033	0.121	118.757	774.381	218.757	134.599
A	64°52′54″									100.000	908.980
B											
جمع											

تمرین‌های کلاسی مثال ۵ ــ ۲

۱ــ در یک پیمایش بسته (چهار ضلعی) زوایا تصحیح شده و طول‌ها طبق جدول ذیل اندازه‌گیری شده است. با توجه به این که زوایا با دستگاه تئودلیتی با مقدار خطای زاویه‌ای اندازه‌گیری شده dα ۰°۰′۴۰″ و ژیزمان امتداد AB برابر ۷۰°۱۱′ و مختصات نقطهٔ A برابر (۵۰۰ و ۵۰۰) متر باشد، مطلوب است :

الف) محاسبه و کنترل خطای بست پیمایش. ب) تکمیل جدول پیمایش.

ایستگاه	زوایای تعدیل شده	ژیزمان	طول
A			
		۷ °۱۱′	۱ ۷/۸۶
B	۱ ° ۷′ ″		
			۹۲/۵۱
C	۸۷°۴ ′۴۶″		
			۱۲۸/۱۷
D	۸ °۴۱′۱۲″		
			۱ ۸/۵۵
A	۹۱°۳۱′۲″		

۲ــ یک عملیات پیمایش بسته مطابق شکل زیر انجام شده است. درصورتی‌که نقطهٔ A به مختصات (۱۰۰۰ و ۱۰۰۰) متر و ژیزمان AB برابر ۴۵ درجه باشد، مطلوب است تنظیم جدول پیمایش و محاسبهٔ سایر ایستگاه‌ها.

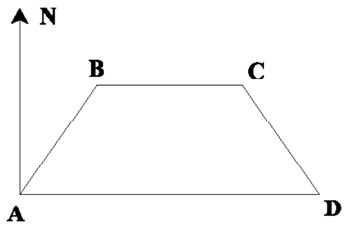
$\angle A \quad 45^\circ \qquad \angle B \quad 135^\circ \qquad \angle C \quad 135^\circ \qquad \angle D \quad 45^\circ$

AB 35.36 m

BC 50 m

CD 35.36 m

DA 100 m



۳ــ در یک عملیات پیمایش بسته پس از انجام محاسبات جدول پیمایش مقادیر ΔXها و ΔYها برابر زیر شده است :

$\Delta X_1 \quad 79.589 \,, \quad \Delta X_2 \quad 19.780 \,, \quad \Delta X_3 \quad 104.725 \,, \quad \Delta X_4 \quad 5.326$

$\Delta Y_1 \quad 9.547 \,, \quad \Delta Y_2 \quad 69.812 \,, \quad \Delta Y_3 \quad 34.304 \,, \quad \Delta Y_4 \quad 113.675$

مطلوب است :

الف)محاسبهٔ خطای بست موضعی پیمایش

ب) در صورت قابل قبول بودن خطای بست موضعی پیمایش، مقادیر تصحیح ΔXها و ΔYها را محاسبه کنید.

۴ــ در یک پیمایش بسته به طول ۴۴۵/۲۷۷ متر مقادیر ΔX وΔYها به‌ترتیب زیر می‌باشد :

ΔX_{DA} ۱۰۴/۳۶ ΔX_{CD} ۶۲/۴۴ ΔX_{BC} ۱۱۵/۳۴ ΔX_{AB} ۵۱/۴۹

و و و

ΔY_{DA} ۴۶/۳۳ ΔY_{CD} ۹۴/۴۵ ΔY_{BC} ۳۴/۶۶ ΔY_{AB} ۸۲/۷۲

مطلوب است :

الف) محاسبهٔ خطای بست موضعی پیمایش

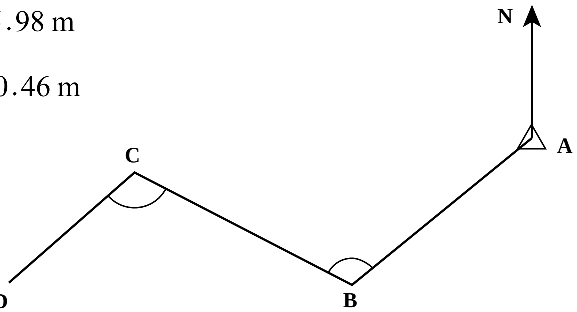
ب) دقت پیمایش (خطای نسبی) را محاسبه کنید، آیا مجاز به سرشکنی خطای بست موضعی پیمایش می‌باشیم؟

۵ــ در پیمایش باز داده شدهٔ زیر اگر مختصات نقطه A برابر A(1000 , 1500) متر باشد با توجه به طول‌ها و زوایای برداشت شده مختصات نقاط B، C، D را در جدول پیمایش تنظیم و محاسبه نمایید.

$G_{AB} \quad 200^\circ \qquad L_{AB} \quad 150.25\ \text{m}$

$\hat{B} \quad 120^\circ 10' 40'' \qquad L_{BC} \quad 165.98\ \text{m}$

$\hat{C} \quad 145^\circ 40' 25'' \qquad L_{CD} \quad 100.46\ \text{m}$



۶ــ در پیمایش بسته ABCDEA زوایای داخلی هر رأس را محاسبه و پس از کنترل زوایا، خطای بست موضعی پیمایش و دقت پیمایش را محاسبه کنید.

امتداد	فاصله	ژیزمان
AB	۵۲	۹۲°
BC	۶۳۴	۱۷۴°
CD	۵۸	۲۲ °
DE	۱۲۳۲	۲۷۹°
EA	۱۳۴۸	۴۸°

۷ــ جدول داده شده، مختصات رئوس پیمایش یک پنج ضلعی بسته می‌باشد. این پلیگون بسته را با مقیاس $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ ترسیم نمایید.

نقاط P	X	Y
A	1000	1000
B	1050 50	1040 30
C	1110 60	995 80
D	1070 20	950 40
E	1000	955 70

۸ــ جدول داده شده مختصات رئوس یک پیمایش چهارضلعی بسته را نشان می‌دهد در صورتی‌که مبدأ مختصات (۹۳۰ و ۹۸۰) متر باشد پیمایش را با مقیاس $\frac{۱}{۲۰۰۰}$ ترسیم نمایید.

نقاط	X(m)	Y(m)
A	۱	۱
B	۱ ۸ /۳	۱۱۲ /۷۲
C	۱۲۵	۱ ۶ /۳
D	۱۱۳ /۶	۹۶ /۴۵

۹ــ زاویه‌های داخلی یک پیمایش هفت ضلعی بسته را با دوربینی با دقت زاویه‌ای ۱۵ثانیه اندازه‌گیری نموده‌ایم و جمع زاویه‌های اندازه‌گیری شده ″۴۲′ ۰ °۹۰۰ به‌دست آمده است. اگر هر زاویه را ۳ مرتبه اندازه‌گیری نموده باشیم مطلوب‌است :

الف) آیا خطای زاویه‌ای پیمایش در حد مجاز می‌باشد؟

ب) مقدار تصحیح برای هر زاویه را محاسبه کنید.

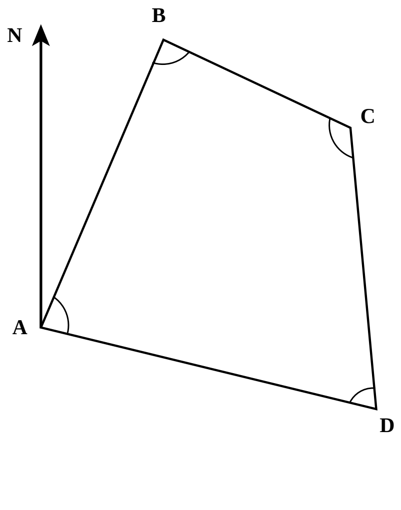
۱۰ــ مشاهدات یک پیمایش بسته با کروکی زیر به‌صورت جدول زیر می‌باشد، مطلوب‌است :

الف) محاسبه خطای بست موضعی و خطای نسبی پیمایش

ب) محاسبه مختصات تصحیح شدۀ نقاط

ج) رسم پلیگون با مقیاس $\frac{۱}{۱۰۰۰}$

نقاط	طول (m)	زاویه‌های تعدیل شده (داخلی)	ژیزمان(درجه)	ΔX	ΔY	C_x	C_Y	X	Y
A		′۵۸ °۸۶							
	۴ /۵۹		° ۳					۱ m	۱ m
B		′۸ °۸۵							
	۳۱/۹۵								
C		′۱۲ °۱۲۳							
	۴								
D		′۴۲ °۶۴							
	۵ /۹								
A									



۱۱ــ زوایای یک سه ضلعی به‌وسیلهٔ زاویه‌یاب به روش کوپل طبق جدول زیر برداشت شده است مطلوب‌است :

الف) محاسبهٔ مقدار زوایای سه ضلعی

ب) اگر دقت زاویه‌ای $1'$ da دقیقه گرادی باشد خطای بست زاویه‌ای را محاسبه کنید.

ج) در صورت قابل قبول بودن خطای زاویه‌ای آن‌را سرشکن و زوایای تصحیح شده رامحاسبه نمایید.

ایستگاه S	نقاط P	دایره به چپ L	دایره به راست R	میانگین	مقدار زاویه α	مقدار تصحیح	زاویه تصحیح شده
A	B	20	220 002				
	C	90 405	290 409				
B	C	120	319 996				
	A	210 584	10 582				
C	A	220	20 004				
	B	259 014	59 020