

فصل

پنجم

موانع در اندازه‌گیری فاصله



هدف های رفتاری :

پس از آموزش و مطالعه این فصل از فراگیرنده انتظار می رود بتواند:

- ۱- راهکار کلی اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش اخراج عمود را شرح دهد.
- ۲- محاسبات مربوط به اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش اخراج عمود را انجام دهد.
- ۳- محاسبات مربوط به اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش اخراج عمود را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.
- ۴- اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش اخراج عمود را مورد بحث و بررسی قرار دهد.
- ۵- راهکار کلی اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش مثلث قائم الزاویه را شرح دهد.
- ۶- محاسبات مربوط به اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش مثلث قائم الزاویه را انجام دهد.
- ۷- محاسبات مربوط به اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش مثلث قائم الزاویه را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.
- ۸- اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش مثلث قائم الزاویه را مورد بحث و بررسی قرار دهد.
- ۹- راهکار کلی اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش قضیه ی تالس را شرح دهد.
- ۱۰- محاسبات مربوط به اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش قضیه ی تالس را انجام دهد.
- ۱۱- محاسبات مربوط به اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش قضیه ی تالس را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.
- ۱۲- اندازه گیری فاصله ی افقی با وجود مانع عبور قابل دور زدن به روش قضیه ی تالس را مورد بحث و بررسی قرار دهد.

: مطالب پیش نیاز

۱۳- راهکارهای کلی اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با وجود مانع عبور غیر قابل دور زدن را شرح دهد.

۱۴- محاسبات مربوط به اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با وجود مانع عبور غیر قابل دور زدن را انجام دهد.

۱۵- محاسبات مربوط به اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با وجود مانع عبور غیر قابل دور زدن را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.

۱۶- اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با وجود مانع عبور غیر قابل دور زدن را مورد بحث و بررسی قرار دهد.

قبل از مطالعه‌ی این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود با مطالب زیر آشنا باشد:

۱- آشنایی با فصل پنجم کتاب «مساحی»

: مطالب پیش نیاز

مروری بر فصل پنجم کتاب «مساحی»

• سه نوع مانع در اندازه‌گیری فاصله وجود دارد:

۱ - دید

۲ - عبور

۳ - دید و عبور

• مانع عبور خود به تنهایی شامل دو قسمت است:

۱ - قابل دور زدن، مانند حوض ، استخر و ...

۲ - غیر قابل دور زدن، مانند رودخانه

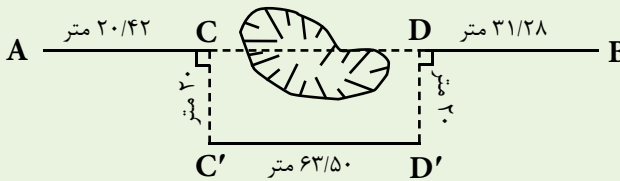
• با دانستن قضایای تالس و فیثاغورث می‌توان مشکلات وجود مانع در اندازه‌گیری فاصله را برطرف نمود.

مثال ۵-۱



اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با وجود مانع عبور قابل دورزدن - روش اخراج عمود

هنگام عملیات مترکشی در بین مسیر به گودال بزرگی برخورد کرده‌ایم که مانع عبور و امتدادگذاری است. مطابق شکل زیر، اندازه‌گیری‌هایی انجام شده است. فاصله‌ی AB را محاسبه کنید.



راهکار کلی: همان‌طور که مشاهده می‌کنید، طول $C'D'$ با طول CD برابر است. چون چهار ضلعی $CDD'C'$ یک مستطیل است و در مستطیل اضلاع روبه‌رو با هم برابرند. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC + CD + DB \\ \text{و} \\ CD = C'D' \end{array} \right\} \Rightarrow AB = AC + C'D' + DB$$

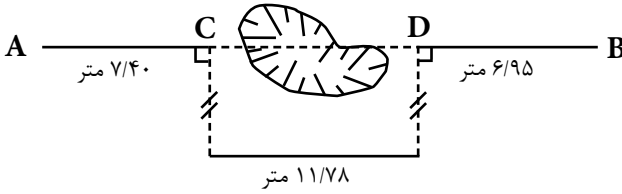
روش حل:

$$\left. \begin{array}{l} AC = 20/42 \text{ m} \\ DB = 31/28 \text{ m} \\ C'D' = 63/50 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AB = AC + C'D' + DB \\ AB = 20/42 + 63/50 + 31/28 \\ AB = 115/20 \text{ m} \end{array} \right.$$

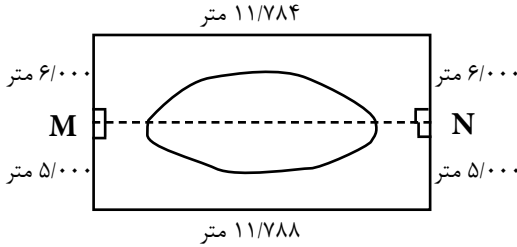
بحث و بررسی: دقت این روش به دقت در امتدادگذاری نقاط، پیاده‌کردن عمودها و اندازه‌گیری فاصله‌های افقی بر روی زمین بستگی دارد. یعنی اگر زوایای C و D ، 90° درجه نباشند دیگر نمی‌توان $C'D'$ را مساوی CD قرار داد، زیرا شکل مستطیل نیست. همچنین، طول عمودها باید طوری انتخاب شوند که از عرض مانع عبور کنند؛ یعنی بتوان به راحتی و مستقیم طول $C'D'$ را روی زمین مترکشی کرد.

تمرین‌های کلاسی مثال ۵ - ۱:

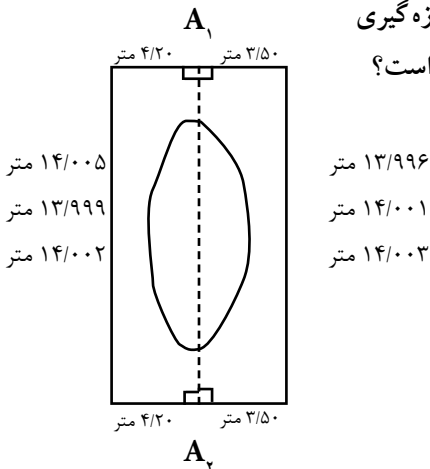
۱- در شکل زیر فواصل AB و AD ، CB چند متر است؟



۲- برای دقت بیش‌تر طول MN را از دو طرف مانع با دقت میلی‌متر اندازه‌گیری کرده‌ایم. طول MN چند متر است؟



۳- فاصله‌ی بین A_1 تا A_2 را سه بار از طرف راست و سه بار از طرف چپ مانع عبور قابل دورزدن اندازه‌گیری کرده‌ایم. محتمل‌ترین مقدار طول A_1A_2 چه قدر است؟

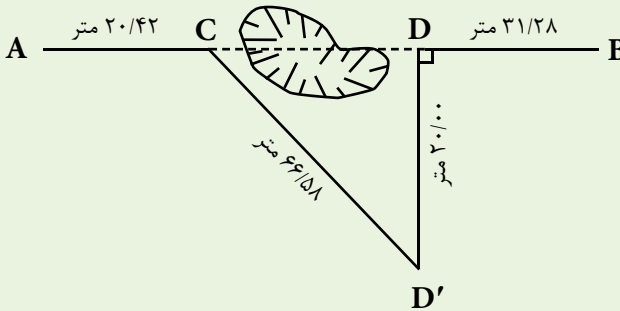


مثال ۵-۲



اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با وجود مانع عبور قابل دورزدن - روش مثلث قائم‌الزاویه

هنگام عملیات مترکشی در بین مسیر به گودال بزرگی برخورد کرده‌ایم که مانع عبور و امتدادگذاری می‌باشد. مطابق شکل زیر اندازه‌گیری‌هایی انجام شده است. فاصله‌ی AB را محاسبه کنید.



راهکار کلی: همان‌طور که مشاهده می‌کنید عمود DD' را طوری انتخاب می‌کنیم که از عرض مانع عبور کند. مثلث $CD'D$ مثلث قائم‌الزاویه است، زیرا یک زاویه‌ی آن (D) 90° درجه است. حال می‌توان با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورث طول ضلع مجهول CD را به‌دست آورد.

$$CD'^2 = CD^2 + DD'^2$$

$$CD^2 = CD'^2 - DD'^2 \Rightarrow CD = \sqrt{CD'^2 - DD'^2}$$

روش حل:

$$CD = \sqrt{CD'^2 - DD'^2}$$

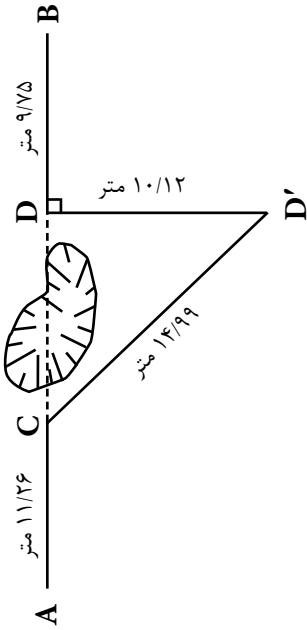
$$CD = \sqrt{66.58^2 - 20^2} = \sqrt{4032/90} = 63/50 \text{ m}$$

$$AB = AC + CD + DB = 20.42 + 63/50 + 31.28 = 115/20 \text{ m}$$

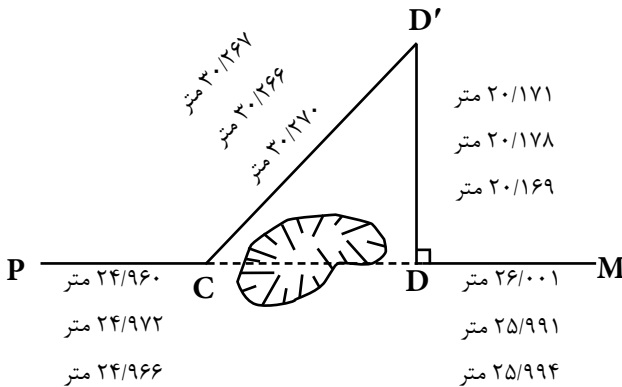
بحث و بررسی: طول DD' را باید طوری انتخاب کرد که اولاً زاویه‌ی رأس D قائم شود و ثانیاً ضلع CD' را بتوان مستقیماً روی زمین (و نه روی گودال) مترکشی کرد.

مرحله	کلید	صفحه‌ی نمایش	توضیح
۱			صفحه‌ی نمایش آماده می‌شود
۲			عمل رادیکال به ماشین معرفی می‌شود
۳			پرانتر را باز می‌کنیم تا در داخل آن عدد مورد نظر را محاسبه کنیم
۴			عدد ۶۶/۵۸ به ماشین معرفی می‌شود
۵			توان ۲ به ماشین معرفی می‌شود
۶			عمل منها به ماشین معرفی می‌شود
۷			عدد ۲۰ به توان ۲ به ماشین معرفی می‌شود
۸			پرانتر را می‌بندیم تا از کلیه‌ی اعداد داخل پرانتر رادیکال گرفته شود
۹			جواب را دریافت می‌کنیم
۱۰			اعداد را با هم جمع می‌کنیم تا طول AB به دست آید
۱۱			جواب را دریافت می‌کنیم

تمرین‌های کلاسی مثال ۵ - ۲:
 ۱- AB چند متر است؟



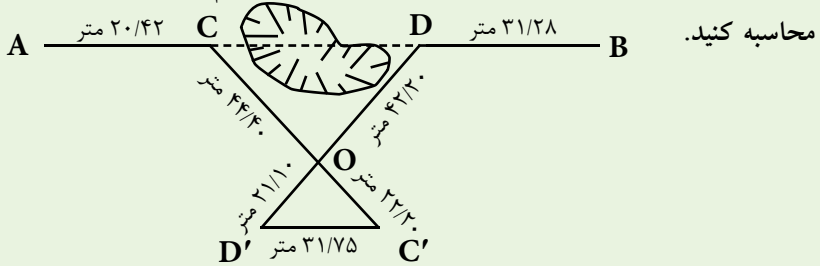
۲- در شکل زیر هر طول را سه بار اندازه‌گیری کرده‌ایم. بهترین مقدار PM در سه بار اندازه‌گیری با دقت میلی‌متر چه قدر است؟





اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با وجود مانع عبور قابل دورزدن - روش قضیه‌ی تالس

هنگام عملیات مترکشی در بین مسیر به گودال بزرگی برخورد کرده‌ایم که مانع عبور و امتدادگذاری است. مطابق شکل زیر اندازه‌گیری‌هایی انجام شده است. فاصله‌ی AB را محاسبه کنید.



راهکار کلی: در حل این مسائل ابتدا باید نسبت بین اضلاع CO و OC' و همچنین DO و OD' را به دست آورد.

$$\frac{OC'}{OC} = \frac{OD'}{OD} = \frac{1}{k}$$

پس از به دست آوردن این دو نسبت (که با هم برابر هستند. چرا؟) می‌توان طبق قضیه‌ی تالس اثبات کرد که $CD \parallel C'D'$ بوده و همچنین نسبت به دست آمده بین طول‌های CD و C'D' نیز برقرار است. حال با ضرب طول C'D' در عکس نسبت (k) به دست آمده، طول مجهول CD محاسبه می‌شود. پس خواهیم داشت:

$$AB = AC + CD + DB$$

$$AB = AC + (C'D' \times k) + DB$$

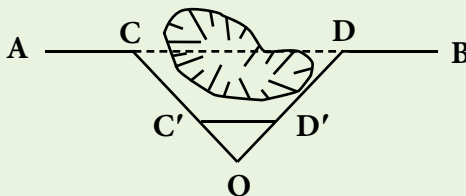
$$\frac{OC'}{OC} = \frac{1}{k} \Rightarrow \frac{22/20}{44/40} = \frac{1}{k} \Rightarrow k = 2$$

روش حل:

$$AB = 20.42 + (31.75 \times 2) + 31.28$$

$$AB = 115.2 \text{ m}$$

بحث و بررسی: می‌توان امتداد OC' و OD' را به جای اینکه به امتداد دو ضلع OC و OD اضافه کنیم بر روی این دو ضلع پیاده نماییم مانند شکل روبه‌رو:

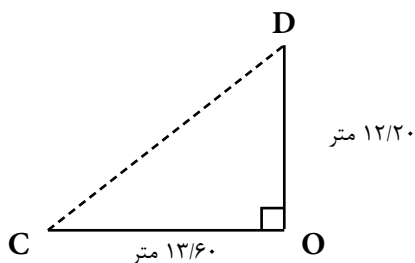


یادآوری می‌شود طول C'D' نباید داخل مانع قرار بگیرد. زیرا مترکشی آن میسر نخواهد شد.

مرحله	کلید	صفحه‌ی نمایش	توضیح
۱			برای محاسبه‌ی k دو عدد را بر هم تقسیم می‌کنیم
۲			جواب را دریافت می‌کنیم
۳			عدد 2 (k) را در $31/75$ ضرب می‌کنیم
۴			جواب را دریافت می‌کنیم
۵			اعداد را با هم جمع می‌کنیم
۶			جواب را دریافت می‌کنیم

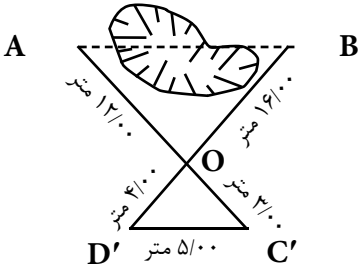
تمرین‌های کلاسی مثال ۵ - ۳:

۱- در شکل زیر CD چند متر است؟ (از نقطه‌ی O با استفاده از گونیای مسّاحی عمود OD را پیاده کرده‌ایم)

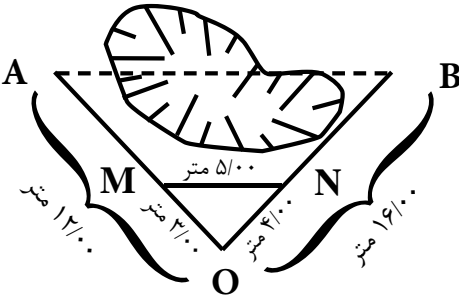


۲- در شکل‌های زیر AB چند متر است؟

(الف)



(ب)



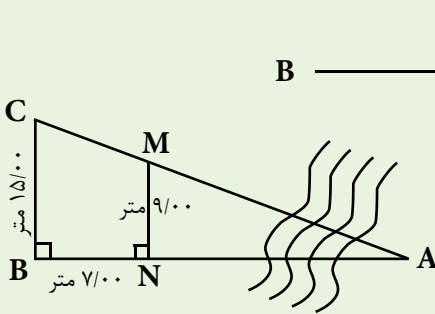
نکته‌ها:

انسانِ دانا، به جای این که در انتظار رسیدن یک فرصت خوب در زندگی خود باشد، خودش آن فرصت را به وجود می‌آورد. «فرانسیس-بیکن»



اندازه گیری فاصله با وجود مانع عبور غیرقابل دورزدن - روش اول

نقطه‌ی A در طرف دیگر یک رودخانه در جای مشخص قرار دارد. می‌خواهیم فاصله‌ی این نقطه تا نقطه‌ی B را، در طرف قابل دسترس رودخانه اندازه‌گیری نماییم.



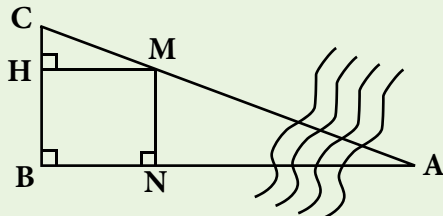
بر روی کروکی اندازه‌گیری‌های انجام شده یادداشت گردیده است. اندازه‌ی طول AB چند متر است؟

راهکارکلی: اگر از M عمودی بر روی BC رسم کنیم و پای عمود را H بنامیم، طول MH برابر با BN است. با نوشتن اضلاع تشابه دو مثلث ABC و MHC، داریم:

$$\frac{MH}{AB} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow AB = \frac{MH \times BC}{HC}$$

در رابطه‌ی بالا مقادیر BC و MH معلوم است و CH نیز مطابق شکل برابر است با:

$$CH = BC - BH = BC - MN \quad \text{چرا؟}$$



روش حل:

$$AB = \frac{MH \times BC}{HC}$$

$$CH = BC - MN = 15 - 9 = 6m$$

$$\Rightarrow AB = \frac{7 \times 15}{6} = 17.5m$$

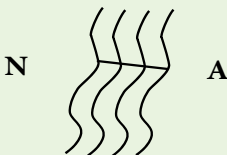
بحث و بررسی: می‌توان ضلع AC را نیز با نوشتن اضلاع تشابه دو مثلث گفته شده به دست آورد.

• در حین عملیات باید دقت شود که نقطه‌ی A ثابت فرض گردد و

جای آن اشتباهاً در نظر گرفته نشود.

• با این روش می‌توان عرض رودخانه را در یک نقطه‌ی

خاص به دست آورد:



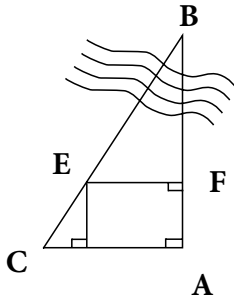
تمرین‌های کلاسی مثال ۵ - ۴:

۱- در شکل زیر طول AB چند متر است؟

$$EF = 20/485 \text{ m}$$

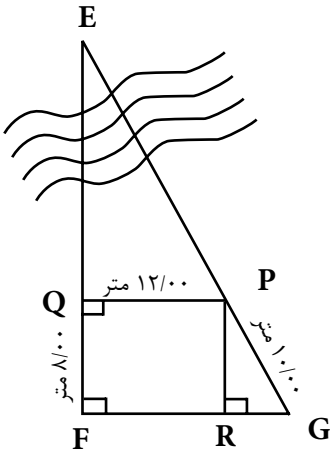
$$AC = 48/500 \text{ m}$$

$$FA = 15/485 \text{ m}$$



۲- با توجه به شکل زیر طول‌های EF و EG را به دست

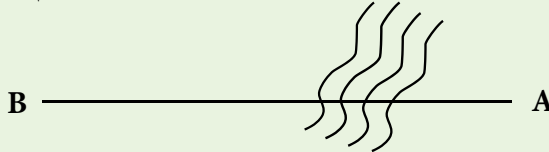
آورید.



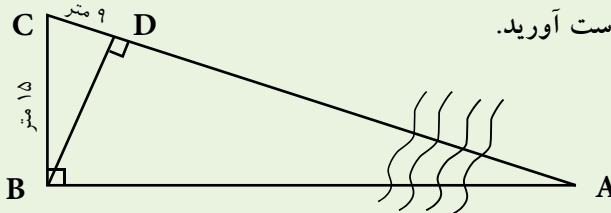
مثال ۵-۵



اندازه گیری فاصله با وجود مانع عبور غیر قابل دورزدن - روش دوم
 نقطه‌ی A در طرف دیگر یک رودخانه در جای مشخص قرار دارد. می‌خواهیم فاصله‌ی این
 نقطه تا نقطه‌ی B را، در طرف قابل دسترس رودخانه اندازه‌گیری کنیم.



برای به دست آوردن فاصله‌ی AB اندازه‌گیری‌هایی مطابق شکل زیر انجام گرفته است.
 طول AB را به دست آورید.



راهکارکلی: می‌توان ثابت کرد که دو مثلث ABC و BCD با هم متشابه اند (به حالت زضز)

چرا؟

$$\left. \begin{array}{l} \angle B = \angle D = 90^\circ \\ \angle C = \angle C = \text{مشترک} \\ BC = BC = 15\text{m} \end{array} \right\}$$

حال می‌توان اضلاع تشابه را برای این مثلث به صورت زیر نوشت:

$$\frac{BC}{CD} = \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{BC}$$

با استفاده از تناسب $\frac{BC}{CD} = \frac{AB}{BD}$ ضلع مجهول AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \frac{BC \times BD}{CD}$$

در رابطه‌ی فوق اضلاع BC و DC معلوم‌اند و ضلع BD را می‌توان از رابطه‌ی فیثاغورث
 در مثلث BCD محاسبه نمود.

$$BD^2 + CD^2 = BC^2 \Rightarrow BD = \sqrt{BC^2 - CD^2}$$

$$BD = \sqrt{BC^2 - CD^2}$$

$$BD = \sqrt{15^2 - 9^2} \Rightarrow BD = 12\text{m}$$

$$AB = \frac{BC \times BD}{CD} \Rightarrow AB = \frac{15 \times 12}{9} \Rightarrow AB = 20\text{m}$$

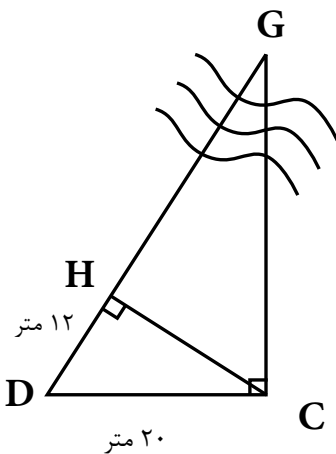
بحث و بررسی: • برای حل این مثال، کافی است دو ضلع از مثلث کوچک تر را به دلخواه اندازه گیری کنیم و در محاسبات شرکت دهیم.

• در نوشتن نسبت های تشابه دو مثلث دقت شود تا در صورت یا مخرج کسر از یک مثلث واحد استفاده گردد، به این مفهوم که مثلاً در صورت، اضلاع مثلث بزرگ و در مخرج، اضلاع مثلث کوچک نوشته شود.

• باید مواظب بود هنگام عملیات، نقطه ی D داخل رودخانه قرار نگیرد .

تمرین های کلاسی مثال ۵ - ۵:

۱- در شکل زیر طول CG چند متر است؟



۲- با توجه به شکل زیر طول KH چه قدر است؟

