

فصل  
سوم



# اندازه گیری فاصله‌ی افقی به روش غیر مستقیم



## هدف های رفتاری :

- پس از آموزش و مطالعه‌ی این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود بتواند:
- ۱- محاسبات مربوط به اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با استفاده از فاصله‌ی مایل و زاویه‌ی شیب را انجام دهد.
  - ۲- محاسبات مربوط به اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با استفاده از فاصله‌ی مایل و زاویه‌ی شیب را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.
  - ۳- اندازه‌گیری فاصله‌ی مایل در مثلث شیب را مورد بحث و بررسی قرار دهد.

قبل از مطالعه‌ی این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود با مطالب زیر آشنا باشد:

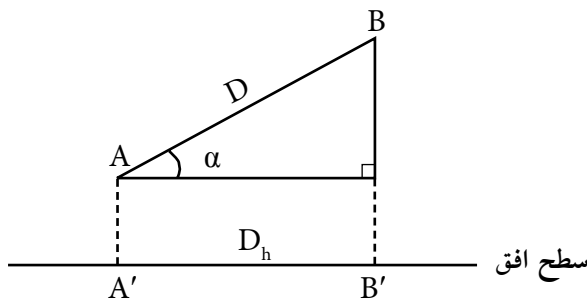
- ۱- آشنایی با فصل سوم کتاب «مساحی»
- ۲- آشنایی بامثلث قائم‌الزاویه و روابط آن
- ۳- آشنایی با مفهوم درصد

: مطالب پیش نیاز

مروری بر فصل سوم کتاب «مساحی»

- اندازه‌گیری غیرمستقیم فاصله‌ی افقی روشی است که در آن با استفاده از روابط هندسی و با کمک گرفتن از طول‌های دیگر، فاصله‌ی افقی محاسبه می‌شود.
- دلیل امتدادگذاری در مساحی: تقسیم فاصله‌های بلند به فواصل کوتاه‌تر از طول متر موجود.
- امتداد گذاری؛ یعنی ایجاد یک سری نقاط فرعی بین دو نقطه‌ی ثابت، به طوری که همگی در یک راستا باشند.
- رابطه‌ی اندازه‌گیری فاصله‌ی افقی با استفاده از فاصله‌ی مایل و زاویه‌ی شیب:

$$D_h = D \times \text{Cos } \alpha \quad \text{رابطه‌ی ۱-۳}$$



$$A'B' = AB \times \text{Cos } \alpha$$

$$D_h = D \times \text{Cos } \alpha$$

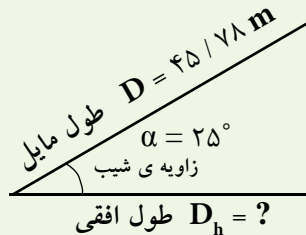


اندازه گیری فاصله ی افقی با استفاده از طول مایل و زاویه ی شیب

در دامنه های جنوبی کوه دماوند که زاویه ی شیب آن ۲۵ درجه است فاصله ای را بر روی زمین به صورت رفت و برگشت اندازه گیری کرده میانگین آن را ۴۵/۷۸ متر محاسبه کرده ایم. فاصله ی افقی آن چه قدر است؟



راهکار کلی: هدف از این مثال تبدیل فاصله ی مایل به فاصله ی افقی است. برای فهم بهتر صورت مسئله، کروکی ( شکل ) آن را ترسیم و اعداد مسئله را بر روی آن یادداشت می کنیم.



افق

همان طور که در شکل بالا مشاهده می کنید، می توان با معلوم بودن فاصله ی مایل و زاویه ی شیب فاصله ی افقی را مطابق رابطه ی ۱-۳ بدست آورد.

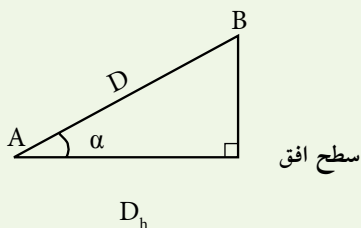
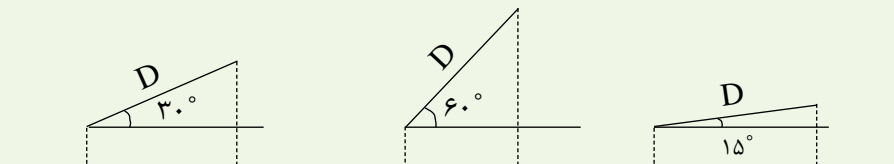
روش حل:

$$\left| \begin{array}{l} D = 45 / 78 \text{ m} \\ \alpha = 25^\circ \\ D_h = ? \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} D_h = D \times \text{Cos } \alpha \\ D_h = 45 / 78 \times \text{Cos } 25^\circ \\ D_h = 41 / 49 \text{ m} \end{array} \right.$$

مرحله	کلید	صفحه‌ی نمایش	توضیح
۱			توجه: ابتدا ماشین حساب را در حالت درجه قرار دهید. با زدن دکمه  صفحه‌ی نمایش آماده می‌شود
۲			عدد ۴۵ به ماشین معرفی می‌شود
۳			ممیز جلوی عدد قرار می‌گیرد
۴			عدد ۷۸ به ماشین معرفی می‌شود
۵			عمل ضرب به ماشین وارد می‌شود
۶			کلید محاسبه ی $\cos$ زاویه را می‌زنیم
۷			عدد ۲۵ به ماشین معرفی می‌شود
۸			جواب را دریافت می‌کنیم



**بحث و بررسی:** با تغییر مقدار زاویه ی شیب مشاهده می کنیم که مقدار فاصله ی افقی تغییر می کند. به این صورت که هر چه زاویه ی شیب بیش تر شود فاصله ی افقی کم تر خواهد شد و برعکس. برای درک بهتر این مطلب به شکل های زیر توجه کنید (در تمام حالات فاصله ی مایل برابر است).



• در هنگام اندازه گیری فاصله ی افقی با استفاده از طول مایل و زاویه ی شیب، همواره یک مثلث قائم الزاویه ی فرضی بر روی زمین یا زیرزمین ایجاد می شود:

در این مثلث قائم الزاویه که به آن «مثلث شیب» گفته می شود، ضلعی که در راستای سطح افق بوده

فاصله ی افقی ( $D_h$ )، ضلع عمود بر سطح افق اختلاف ارتفاع بین دو نقطه ( $\Delta h$ ) و ضلع دیگر (وتر) همان طول مایل ( $D$ ) است. هم چنین زاویه ی  $\alpha$  بین طول مایل و سطح افق، زاویه ی شیب است.

حال می توان به صورت زیر با استفاده از رابطه ی فیثاغورث و روابط مثلثاتی در مثلث قائم الزاویه ( $\sin$ ،  $\cos$ ،  $\tan$ ) مجهولات مثلث شیب را با دانستن دو معلوم حل کرد:

الف) دو ضلع از سه ضلع معلوم باشد: در این حالت ضلع مجهول را می توان از رابطه ی فیثاغورث به دست آورد.

$$\begin{cases} D^2 = D_h^2 + \Delta h^2 \\ D_h^2 = D^2 - \Delta h^2 \\ \Delta h^2 = D^2 - D_h^2 \end{cases}$$

ب) اگر زاویه ی شیب و یکی از اضلاع

معلوم باشد، برای محاسبه ی ضلع های دیگر از روابط مثلثاتی روبه رو استفاده

می گردد:

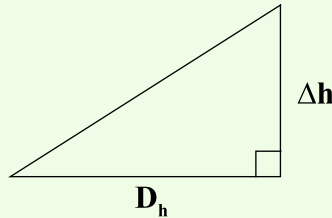
$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{\Delta h}{D} \Rightarrow \Delta h = D \times \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{D_h}{D} \Rightarrow D_h = D \times \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\Delta h}{D_h} \Rightarrow \Delta h = D_h \times \tan \alpha$$

در روابط بالا، نسبت  $\frac{\Delta h}{D_h}$  را شیب بین دو نقطه گویند که همان  $\tan$  زاویه ی شیب است.

$$\text{شیب} = \frac{\Delta h}{D_h} = \tan \alpha$$



عدد شیب را در مساحتی به صورت درصدی نیز نمایش می دهند یعنی آن را در عدد ۱۰۰ ضرب می کنند:

$$\text{شیب درصد} = P\% = \frac{\Delta h}{D_h} \times 100 = \tan \alpha \times 100$$

مثلاً اگر شیب امتدادی ۱۰٪+ باشد منظور این است که به ازای طی ۱۰۰ متر فاصله ی افقی به میزان ۱۰ متر ارتفاع زیاد می شود.

اگر شیب ۱۰٪- باشد چطور؟

تمرین های کلاسی مثال ۳-۱:

۱- فاصله ی مایل بین دو نقطه ی A و B بر روی زمین برابر ۴۲/۲۸ متر و زاویه ی شیب برابر ۳۰° است.

الف) فاصله ی افقی بین A تا B چند متر است؟

ب) اختلاف ارتفاع A تا B ( $\Delta h_{AB}$ ) چند متر است؟

ج) شیب این امتداد چند درصد است؟ (شیب درصد)

د) اختلاف بین فاصله ی افقی و مایل چه قدر است؟

راهنمایی: به این اختلاف، تصحیح تبدیل به افق (C) گفته شده که از رابطه ی زیر به دست

$$C = D_h - D = D \times \cos \alpha - D = D (\cos \alpha - 1)$$

می آید:

بنابراین چنانچه این مقدار (C) را محاسبه کرده و با طول مایل جمع جبری شود، می توان طول افقی را به صورت غیرمستقیم به دست آورد.

۲- فاصله‌ی مایل بین دو نقطه در روی خیابانی با شیب طولی ثابت ۱۰ درجه برابر ۲۵ متر است. اختلاف ارتفاع و فاصله‌ی افقی بین دو نقطه‌ی فوق چند متر است؟

۳- یک آنتن تلویزیونی از ارتفاع ۴۰ متری با یک کابل به شکل قائم نگه‌داشته شده است. این کابل به فاصله‌ی ۳۲ متر از پایه‌ی آنتن به زمین وصل شده است. طول این کابل چند متر است؟

