فصل پنجم

کاربردهای معادلات درجه‌ی اوّل در حسابداری

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل، از فراگیرنده انتظار می‌رود :

۱ــ نقطه‌ی تعادل انواع توابع را تعیین نماید.

۲ــ اقلام مجهول هر حساب را به شکل‌های مختلف محاسبه کند.

۳ــ معادلات خطّی را در مسائل مالی انجام دهد.

۵ــ کاربردهای معادلات درجه‌ی اوّل در حسابداری

۱ــ ۵ مقدمه

کسانی که با حسابداری آشنا هستند می‌دانند که در بسیاری از موارد ممکن است اقلامی‌در دست نباشد ولی با اطّلاع از سایر داده‌ها می‌توان به اقلام مورد نظر دست یافت. مثلاً اگر هزینه‌ی ثابت، هزینه متغیر و تعداد واحد تولید شده در یک شرکت معین باشد، می‌توان بهای تمام شده‌ی هر واحد را تعیین نمود. به‌علاوه، اگر قیمت فروش مشخص شده باشد می‌توان تعداد واحد کالا در نقطه سر به سر را معین نمود. قبل از وارد شدن به اصل موضوع، در تعاریف زیر دقت کنید.

هزینه‌ی ثابت: به هزینه‌هایی که به تعداد تولید بستگی ندارد هزینه ثابت گویند، مانند هزینه‌ی نگهبانی یا هزینه‌ی روشنایی یا حقوق مدیریت و آن را با Fc نشان می‌دهند(برای تعداد معین تولید).

هزینه‌ی متغیر: به هزینه‌هایی که رابطه مستقیم با تعداد تولید دارد هزینه متغیر گویند، مانند هزینه‌ی مواد اولیه برای ساخت یک سطل پلاستیکی یا هزینه‌ی دستمزد برای دوختن یک پیراهن یا هزینه‌ی مصرفی برق برای پرس کردن یک دکمه و آن‌را با Vc نشان می‌دهند.

هزینه‌ی کل: مجموع هزینه‌های ثابت و هزینه‌های متغیر یک واحد تولیدی در یک دوره معین

را هزینه‌ی کل گویند و آن را با Tc نشان می‌دهند.

(=) **تساوی:** دو شئ یا دو عدد را زمانی با هم مساوی گویند که عیناً مانند یکدیگر باشند و نه مشابه یکدیگر، مثلاً $۴ = ۴$

معادله: اگر تساوی دو عبارت به متغیّری بستگی داشته باشد و این تساوی به ازای یک یا بعضی مقادیر عددی که به متغیّر می‌دهیم برقرار شود، به این‌گونه تساوی، معادله و یا تساوی شرطی گویند.

مثال ۱ــ هزینه‌ی ثابت مؤسّسه‌ای، روزانه ۳۰۰,۰۰۰ ریال و هزینه‌ی متغیّر هر واحد تولید شده ۱۰,۰۰۰ ریال باشد و روزی ۲۰ واحد کالا تولید گردد. بهای تمام شده‌ی هر واحد را تعیین کنید.

کل هزینه $\quad ۳۰۰,۰۰۰ + ۲۰ \times ۱۰,۰۰۰ = ۵۰۰,۰۰۰$

بهای تمام شده هر واحد $\quad \frac{۵۰۰,۰۰۰}{۲۰} = ۲۵,۰۰۰$

حال اگر تعداد تولید در یک روز افزایش یابد و به ۳۰ واحد برسد آن‌گاه بهای تمام شده برابر خواهد بود با :

$$۳۰۰,۰۰۰ + ۳۰ \times ۱۰,۰۰۰ = ۶۰۰,۰۰۰$$

بهای تمام شده‌ی هر واحد $\quad \frac{۶۰۰,۰۰۰}{۳۰} = ۲۰,۰۰۰$

ملاحظه می‌شود که با افزایش تعداد تولید از ۲۰ واحد به ۳۰ واحد بهای تمام شده از ۲۵,۰۰۰ ریال به ۲۰,۰۰۰ ریال کاهش می‌یابد. زیرا هزینه‌ی ثابت تغییری نداشته است. پس هر چه تعداد تولید افزایش یابد، از بهای تمام شده یک واحد کاسته می‌شود. ولی از طرف دیگر امکان افزایش تولید کالا تا حدی عملی است و از طرفی تقاضا برای خرید کالا نیز محدودیّت دارد. بنابراین، با جمع‌آوری اطلاعات از بازار و ظرفیت اسمی مؤسسه، می‌توان با استفاده از معادلات به بهترین شرایط تولید، که سودآوری مؤسّسه را دربر داشته باشد، دسترسی پیدا کرد.

۲ــ ۵ حل معادله درجه یک، یک مجهولی

منظور از حلّ معادله‌ی درجه یک، پیدا کردن جواب برای معادله است، به شکلی که این جواب بتواند معادله را به یک تساوی تبدیل کند. برای حل کردن معادله درجه‌ی یک، معمولاً باید آن را به‌صورت $ax = b$ درآورید.

دو معادله وقتی هم‌ارز هستند که جواب یا جواب‌های آن‌ها یکی باشد. برای حل معادله‌ی فوق

به شرط $a \neq 0$ می‌توانیم طرفین را بر a تقسیم کنیم.

$$\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$$

در نتیجه $x = \frac{b}{a}$ جواب معادله است.

اگر $a = 0$ و $b \neq 0$ باشد، آن‌گاه $0 \times x = b$ روشن است که برای x هیچ مقداری وجود نخواهد داشت که در رابطه‌ی بالا صدق کند. بنابراین، به این‌گونه معادلات، معادله‌ی غیرممکن گویند. امّا اگر $b = 0$ باشد، آن‌گاه $0 \times x = 0$ و برای x تعداد بسیار زیادی جواب دل‌خواه وجود دارد، به این گونه معادلات، معادله‌ی مبهم گویند.

گاهی می‌توان برای تقاضای کالای معینی در بازار معادله درجه‌ی یک تشکیل داد و هم‌چنین برای عرضه‌ی همان کالا، گاهی می‌توان معادله‌ی درجه یک تشکیل داد. برای به‌دست آوردن نقطه‌ی تعادل می‌توان معادله‌ی تقاضا را با معادله عرضه مساوی قرار داد.

مثال ۲ــ اگر معادله‌ی عرضه برای کالایی $S = 25x + 25$ و معادله‌ی تقاضا برای همان کالا $D = -50x + 250$ باشد، نقطه تعادل معادلات عرضه و تقاضا برای کالای مزبور را به‌دست آورید.

$$S = 25x + 25$$

$$D = -50x + 250$$

$$S = D$$

$$25x + 25 = -50x + 250$$

$$50x + 25x + 25 = 50x - 50x + 250$$

$$75x + 25 = 250$$

$$75x + 25 - 25 = 250 - 25$$

$$75x = 225$$

$$x = \frac{225}{75}$$

$$x = 3$$

بنابراین اگر به ازای x، عدد ۳ را در معادله قرار دهیم، دو طرف با هم مساوی می‌شوند. بدیهی است اگر به‌ازای جمیع مقادیری که به متغیر داده می‌شود، هر دو طرف با هم مساوی باشند، این

تساوی را اتّحاد گویند.

مثال ۳ـ اگر $۹x - ۴x + ۱ = ۳x + ۲x + ۱$ باشد در نتیجه $۵x + ۱ = ۵x + ۱$.

ملاحظه می‌شود که به ازای جمیع مقادیری که به x داده می‌شود، دو طرف با هم مساوی هستند. بنابراین، عبارت فوق یک اتّحاد است. و یا

$$(a-b)(a+b) = a^۲ - b^۲$$

که به ازای جمیع مقادیر a و b دو طرف با هم مساوی هستند.

نقطه سربه‌سر چیست؟ مقصود تعداد واحد کالایی است که باید تولید شود تا درآمد حاصل از فروش این مقدار کالا، کاملاً برابر با هزینه‌ی تمام شده آن باشد. نقطه‌ی سربه‌سر را با Q نشان می‌دهند. اگر قیمت فروش یک واحد کالا را با P نشان دهیم نقطه‌ی سربه‌سر را می‌توان از فرمول $Q = \frac{Fc}{P-V}$ به‌دست آورد.

زیرا در نقطه‌ی سربه‌سر، سود ویژه مساوی صفر است یعنی درآمد کل با هزینه کل مساوی است.

مثال ۴ـ هزینه‌ی ثابت تولید کالایی ۱۰۰۰ ریال و هزینه‌ی متغیّر برای هر واحد آن ۸ ریال است. اگر قیمت فروش هر واحد کالا ۱۰ ریال باشد، نقطه‌ی سربه‌سر کالا را به‌دست آورید.

$$۱۰x = ۸x + ۱۰۰۰$$

$$۱۰x - ۸x = ۸x + ۱۰۰۰ - ۸x$$

$$۲x = ۱۰۰۰$$

$$x = ۵۰۰$$

و یا با استفاده از فرمول

$$Q = \frac{Fc}{P-V}$$

$$Q = \frac{۱۰۰۰}{۱۰-۸} = \frac{۱۰۰۰}{۲} = ۵۰۰$$

بنابراین، حداقل تعداد تولید باید ۵۰۰ واحد باشد تا مؤسّسه زیان نداشته باشد. پس اگر ۶۰۰ واحد تولید گردد سود به دست آمده برابر با

$$۶۰۰ \times ۱۰ - ۱۰۰۰ - ۶۰۰ \times ۸ =$$

$$۶۰۰۰ - ۱۰۰۰ - ۴۸۰۰ =$$

$$۶۰۰۰ - ۵۸۰۰ = ۲۰۰$$

پس سود به دست آمده برابر با ۲۰۰ ریال است.

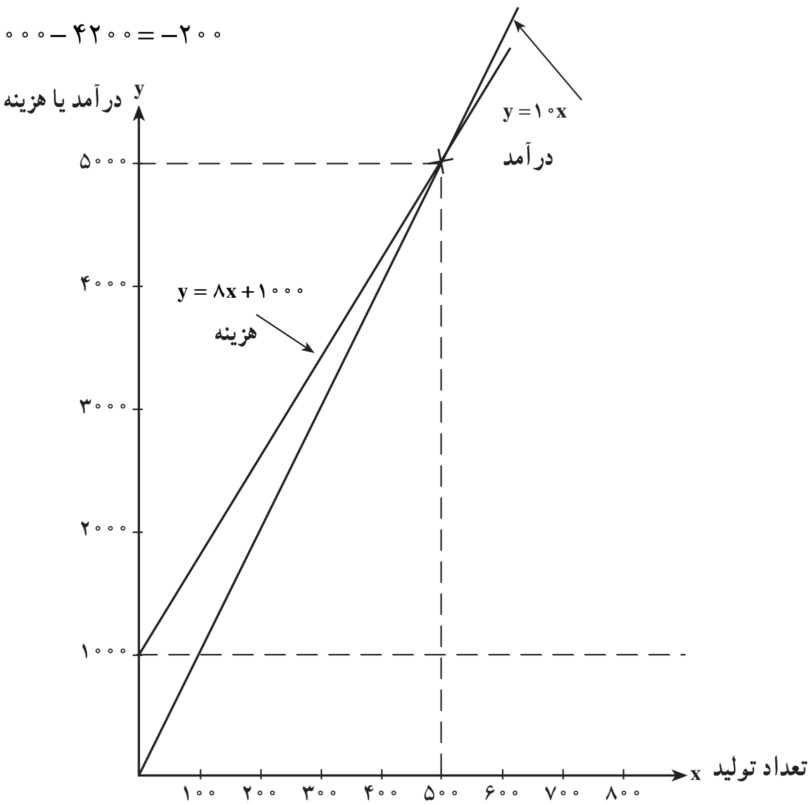
معادله‌ی هزینه‌ی کل را می‌توان به صورت $y = 8x + 1000$ و معادله درآمد کلی را می‌توان به صورت $y = 10x$ نشان داد. حال اگر نمودار معادلات فوق را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، محل تقاطع این دو معادله نقطه $y = 5000$ و $x = 500$ (که همان نقطه‌ی سر به سر است، یعنی $Q = 500$) باید باشد تا درآمد کل برابر با هزینه کل و مساوی ۵۰۰۰ ریال گردد.

روشن است که اگر تعداد واحدهای تولیدی از ۵۰۰ واحد کم‌تر باشد مؤسسه با زیان مواجه خواهد شد. مثلاً اگر ۴۰۰ واحد تولید شده باشد.

$$400 \times 10 - 1000 - 400 \times 8 =$$

$$4000 - 1000 - 3200 =$$

$$4000 - 4200 = -200$$



مؤسسه ۲۰۰ ریال زیان داشته است، یعنی درآمد کل از هزینه‌ی کل کم‌تر بوده است. پس نقطه‌ی سربه‌سر همیشه حداقل تعداد تولید را در یک مؤسسه نشان می‌دهد.

همان‌گونه که مشهود است، در نقطه‌ی $x = ۵۰۰$ و $y = ۵۰۰۰$ هر دو خط یکدیگر را قطع می‌کنند، یعنی درآمد و هزینه باهم برابر است. بنابراین، برای xهای بزرگ‌تر از ۵۰۰ ، درآمد از هزینه بیش‌تر خواهد بود، مانند $x = ۶۰۰$

$$y = ۱۰x$$

$$y = ۱۰ \times ۶۰۰ = ۶۰۰۰$$

$$y = ۸x + ۱۰۰۰$$

$$y = ۸ \times ۶۰۰ + ۱۰۰۰ = ۵۸۰۰$$

$۶۰۰۰ - ۵۸۰۰ = ۲۰۰$ تفاوت درآمد و هزینه

مثال ۵ــ دفاتر حسابداری مؤسّسه‌ای نشان می‌دهد که ظرف ۳ سال گذشته، جمعاً مبلغ ۳۰,۰۰۰ ریال به صورت ذخیره‌ی استهلاک دستگاهی که قیمت خرید آن ۱۲۰,۰۰۰ ریال بوده کسر گردیده است. اگر روش محاسبه‌ی استهلاک، خطی بوده باشد و عمر مفید دستگاه ۱۰ سال تخمین زده شود، قیمت قراضه‌ی دستگاه را بعد از ۱۰ سال تعیین کنید.

$$(۱۲۰,۰۰۰ - x) \times \frac{۱۰}{۱۰۰} \times ۳ = ۳۰,۰۰۰$$

$$۱۲۰,۰۰۰ - x = ۱۰۰,۰۰۰$$

$x = ۲۰,۰۰۰$ قیمت دستگاه پس از ۱۰ سال

همان‌گونه که ملاحظه شد، برای هر معادله درجه‌ی اوّل (اگر توان مجهول، یک باشد آن را معادله درجه‌ی یک گویند) در ازای x جوابی می‌توان یافت. به طوری که دوطرف معادله در ازای آن x برابر گردند. این x را نیز نقطه‌ی تعادل معادله گویند.

مثال ۶ــ نقطه‌ی تعادل معادله $۳x + ۷ = ۲x + ۱۲$ را پیدا کنید.

$$۳x + ۷ - ۷ = ۲x + ۱۲ - ۷$$

$$۳x = ۲x + ۵$$

$$۳x - ۲x = ۲x - ۲x + ۵ \Rightarrow x = ۵$$

مثال ۷ــ محیط انبار مربع شکلی ۲۰ متر است. به هریک از اضلاع آن، چند متر اضافه کنیم تا به محیط آن ۲۴ متر افزوده گردد.

$۲۰ + ۲۴ = ۴۴$ محیط انبار جدید

$۲۰ \div ۴ = ۵$ طول یک ضلع انبار

$x+5$ طول یک ضلع انبار جدید

$4(x+5)=44$

$4x+20=44$

$4x+20-20=44-20$

$4x=24 \quad \Rightarrow \quad x=6$

$6+5=11$ طول ضلع انبار جدید

مثال ۸ ــ سردخانه‌ی هتلی به شکل مکعّب به ضلع ۲ متر است. با توجّه به نیاز هتل حجم سردخانه باید دو برابر شود امّا از جهت سقف و عرض امکان افزایش نیست. بنابراین، فقط طول سردخانه قابل افزایش است. تعیین کنید چه مقدار به طول سردخانه باید اضافه گردد تا حجم آن دو برابر شود.

$2+x$ طول جدید متر

$2\times2\times2=8$ متر مکعّب حجم سردخانه

$8\times2=16$ متر مکعّب حجم سردخانه جدید

$(2+x)\times2\times2=8+4x$

$8+4x=16$

$8-8+4x=16-8$

$4x=8 \quad \Rightarrow \quad x=2 \quad \Rightarrow$ طول جدید متر $\Rightarrow \quad 2+2=4$

مثال ۹ ــ در پایان سال گذشته کارکنان یک شرکت، زمانی که مشغول تراز گرفتن دفاتر حسابداری بودند، متوجّه شدند که مانده‌ی طرف بدهکار با مانده‌ی طرف بستانکار ترازنامه ۱۹۸۰ ریال اختلاف دارد. رئیس حسابداری معتقد بود که به احتمال زیاد در انتقال عددی، یک صفر آن حذف گردیده است. اگر حدس او درست باشد تعیین کنید چه رقمی واقعی و چه رقمی اشتباه ثبت شده است؟

اگر فرض کنیم به جای ۱۰۰۰، ۱۰۰ ثبت شده باشد، پس به جای رقم اصلی ده درصد آن رقم ثبت گردیده است.

$$(x-\frac{10}{100}x)=1980$$

$100x-10x=198000$ طرفین را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم

$90x=198000$

بنابراین، اشتباه در ثبت ۲۲۰ به جای ۲۲۰۰ است. $x=۲۲۰۰$

یا برعکس، زیرا $۲۲۰۰-۲۲۰=۱۹۸۰$

روشن است که حل معادلات درجه‌ی اوّل بسیار ساده است، امّا تشکیل معادلات احتیاج به دقّت و تمرین زیاد دارد.

۳ــ ۵ معادلات خطّی

هرگاه بتوان رابطه‌ی بین دو متغیّر مثلاً فروش و هزینه‌ی تبلیغات یک مؤسّسه را به صورت معادله‌ی درجه‌ی اوّل فرضی در آورد، به آن معادله‌ی خطّی گویند. مثلاً اگر y را فروش ماهیانه و x را هزینه‌ی تبلیغات یک مؤسّسه فرض کنیم، معادله $y=۱۰۰+۲x$ بین x و y روابطی را برقرار می‌نماید.

این معادله نشان می‌دهد که اگر $y\leq ۱۰۰$ باشد، مبلغی بابت تبلیغات پرداخت نخواهد شد ولی اگر $y>۱۰۰$ باشد پرداخت هزینه تبلیغات عملی‌است.

مثال ۱۰ ــ اگر فروش ماهیانه ۱۲۰ ریال باشد، چه مبلغی را می‌توان به هزینه‌ی تبلیغات اختصاص داد؟

$$y=۱۰۰+۲x$$

$$۱۲۰=۱۰۰+۲x$$

$$۱۲۰-۱۰۰=۱۰۰+۲x-۱۰۰$$

$$۲۰=۲x$$

$$\boxed{x=۱۰}$$

پس، ۱۰ ریال می‌توان به تبلیغات اختصاص داد.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود این معادله‌ی خطّی، بی‌نهایت جواب دارد. یعنی به ازای xهای مختلف yهای مختلف به‌دست می‌آید.

۴ــ ۵ دستگاه معادلات خطی

دستگاه معادلات عبارت است از یک یا چند معادله که در هریک، یک یا چند متغیّر وجود داشته باشد.

منظور از حل دستگاه معادلات خطّی، به‌دست آوردن جواب‌های معادله (مقادیر مربوط به متغیرها) است. به این ترتیب که اگر مقادیر به‌دست آمده را در دستگاه قرار دهیم، دو طرف معادله مساوی گردد. برای حل مسائل و به دست آوردن جواب‌ها باید تعدادی معادله تشکیل دهیم.

مثال ۱۱ــ دو پالایشگاه وجود دارد که در هر ساعت محصولات مشترکی را طبق جدول زیر تولید می‌کنند.

	پالایشگاه شماره‌ی دو	پالایشگاه شماره‌ی یک
محصول در هر ساعت	y	x
بنزین (هزار بشکه)	۳	۲
نفت (هزار بشکه)	۱	۱

چنان‌چه سفارش تولید ۱۱ هزار بشکه بنزین و ۵ هزار بشکه نفت داده شده باشد؛ معیّن کنید این دو پالایشگاه در چه مدّت زمانی بدون تولید اضافی، میزان سفارش را انجام می‌دهند؟

$$\begin{cases} ۲x + ۳y = ۱۱ \\ x + y = ۵ \end{cases}$$

معادله‌ی دوم را در ۲ ضرب و از معادله‌ی یک کم می‌کنیم.

$$-\begin{cases} ۲x + ۳y = ۱۱ \\ ۲x + ۲y = ۱۰ \end{cases}$$

$$۳y - ۲y = ۱۱ - ۱۰$$

$$y = ۱$$

$$x + ۱ = ۵$$

$$x + ۱ - ۱ = ۵ - ۱$$

$$x = ۴$$

بنابراین، لازم است که پالایشگاه شماره‌ی یک، چهار ساعت و پالایشگاه شماره‌ی دو، یک ساعت پالایش نماید تا اقلام مورد نیاز تأمین گردد.

مثال ۱۲ــ شرکتی دارای دو کارگاه خیاطی است. کارگاه اوّل، در هر ساعت می‌تواند ۴ کت و ۶ شلوار بدوزد. کارگاه دوم، در هر ساعت ۷ کت و ۱۳ شلوار می‌دوزد. اگر شرکت قراردادی منعقد نموده باشد که هر روز ۴۰ کت و ۷۰ شلوار تحویل دهد، معیّن کنید هر کارگاه باید چند ساعت در روز کار کند که ضمن تأمین نیاز شرکت، لباس اضافی تولید نشود؟ تعداد ساعاتی را که کارگاه اوّل باید فعال باشد، x فرض می‌نماییم.

تعداد ساعاتی را که کارگاه دوم باید فعّال باشد، y فرض می‌کنیم.

	کارگاه دوم	کارگاه اوّل
	y	x
کت	۷	۴
شلوار	۱۳	۶

$$\begin{matrix}۳\\۲\end{matrix}\begin{cases}۴x+۷y=۴۰\\۶x+۱۳y=۷۰\end{cases}$$

برای حلّ این دستگاه دو معادله‌ی دو مجهولی کافی است معادله‌ی اوّل را سه برابر و معادله‌ی دوم را دو برابر کنیم. سپس، نتایج به‌دست آمده را از هم کم کنیم تا یکی از مجهولات حذف گردد.

$$-\begin{cases}۱۲x+۲۱y=۱۲۰\\۱۲x+۲۶y=۱۴۰\end{cases}$$

$$۵y=۲۰\Rightarrow y=۴$$

$$۴x+۷\times۴=۴۰$$

$$۴x+۲۸=۴۰$$

$$۴x+۲۸-۲۸=۴۰-۲۸$$

$$۴x=۱۲$$

$$x=۳$$

درنتیجه، باید کارگاه اوّل روزی سه ساعت و کارگاه دوم روزی چهار ساعت فعال شود تا سفارش‌ها تهیّه گردد.

مثال ۱۳ـ اگر معادلـه‌ی تقاضا برای کـالایی برابر با $y=۱۵-۳x$ و معادلـه‌ی عرضه برای همان کالا برابر با $y=۴x+۱$ باشد، نقطه‌ی تعادل معادلات عرضه و تقاضا برای کالای مزبور را پیدا کنید. در این معادله، فقط به ازای $x=۲$ تعادل برقرار است و درنتیجه $y=۹$ است.

$$۴x+۱=۱۵-۳x$$

$$۴x+۱+۳x=۱۵-۳x+۳x$$

$$۷x=۱۴$$

$$x=۲$$

$$y=۹$$

تمرین‌های فصل پنجم

۱ــ معادلات زیر را حل و جواب آن‌ها را پیدا کنید.

$$(x+۳)-(x-۳)=\frac{۵x+۱}{۲} \qquad ۳x+۲=۷x-۲$$

$$\frac{x-۲}{۳}-\frac{۱۲-x}{۲}+۱=\frac{۵x-۶۳}{۴} \qquad ۱۶x-۲۵=۲x+۳$$

$$\frac{x-۲}{۲}-(x-\frac{۲x-۱}{۳})=\frac{-۱}{۳} \qquad ۵x-۲=۷۳$$

۲ــ معادله‌ی عرضه و تقاضا برای کالایی به صورت زیر است. نمودار آن را رسم و نقطه‌ی تعادل معادلات را پیدا کنید.

$$y=۷x+۶$$

$$y=۱۶-۲x$$

۳ــ کلّ هزینه‌ی ثابت برای تولید کالایی ۷۵۰ ریال و هزینه‌ی متغیّر برابر با ۷۰٪ قیمت فروش آن است. اگر قیمت فروش هر واحد ۱۰ ریال باشد :

الف) نقطه‌ی سربه‌سر آن کالا را پیدا کنید.

ب) اگر هزینه‌ی متغیّر به ۸۰٪ قیمت فروش افزایش یابد، نقطه‌ی سربه سر را پیدا کنید.

ج) اگر هزینه‌ی ثابت ۲۰٪ افزایش پیدا کند و هزینه‌ی متغیّر همان ۷۰٪ قیمت فروش باشد، نقطه‌ی سربه‌سر را محاسبه کنید.

۴ــ مبلغ ۱۶۴,۰۰۰ ریال را بین چهار نفر چنان تقسیم کنید که اوّلی ۴ برابر چهارمی و چهارمی ۴ برابر سومی و دومی برابر اوّلی و چهارمی سهم ببرند.

۵ــ اختلاف مانده‌ی بدهکار و مانده‌ی بستانکار ترازنامه‌ای ۴۵۶۳۰ ریال است. اگر به احتمال زیاد این اختلاف ناشی از ثبت یک رقم با حذف صفر سمت راست آن باشد، آن عدد واقعی و اشتباه را بیابید.

۶ــ محیط حوض مستطیل شکلی ۱۴ متر است. اگر فرض کنیم که عرض آن ثابت و طول آن قابل تغییر باشد و بخواهیم محیط آن به ۱۰ متر کاهش داده شود، تعیین کنید که طول آن حوض چه مقدار باید کاهش داده شود؟

۷ــ یک شرکت با تدارکات ارتش قراردادی منعقد نموده که روزانه ۱۱۰,۰۰۰ کیلو روغن جامد و ۴۱,۰۰۰ کیلو روغن مایع تحویل نماید. هیئت مدیره تصمیم گرفته است که روغن مورد نیاز

این قرارداد را فقط از طریق دو کارخانه، که یکی در تهران و دیگری در شیراز است، تأمین نماید.

ظرفیّت کارخانه‌ی تهران در هر ساعت ۱۰,۰۰۰ کیلو روغن جامد و ۴,۰۰۰ کیلو روغن مایع است. ظرفیت کارخانه‌ی شیراز در هر ساعت ۶,۰۰۰ کیلو روغن جامد و ۲,۰۰۰ کیلو روغن مایع است.

تعیین کنید هریک از این دو کارخانه روزانه باید چند ساعت فعّال باشند تا شرکت بتواند روغن مورد نیاز را تحویل دهد و روغن اضافی در انبار نماند.

۸ ــ اگر قیمت فروش واحد کالایی ۱۲۵ ریال و هزینه‌ی متغیّر آن ۱۰۵ ریال باشد، نقطه‌ی سربه‌سر کالا را به‌دست آورید (در صورتی که می‌دانیم کل هزینه ثابت ۲,۵۰۰ ریال است).

۹ ــ اندازه‌ی ضلع انبار مربع شکلی ۱۰ متر است، گنجایش آن کافی نیست و نیاز است که اضلاع مربّع از هر طرف به یک اندازه افزایش یابد، تا در کل ۲۴ متر به محیط آن افزوده گردد. مقدار افزایش از هر طرف را تعیین کنید.

۱۰ ــ معادله‌ی تقاضا برای کالایی $y=100-5x$ است و معادله‌ی عرضه برای همان کالا $y=15x+20$ است. اولاً قیمت و مقدار کالا در نقطه‌ی تعادل را به‌دست آورید. ثانیاً اگر قیمت کالا ۵ ریال باشد مقادیر هر یک از عرضه و تقاضا را مشخص کنید و بررسی کنید که بازار در وضعیت کمبود یا مازاد است؟ ثالثاً اگر قیمت کالا ۳ ریال باشد مقادیر هر یک از عرضه و تقاضا را تعیین و وضعیت بازار را نیز مشخص نمایید.

۱۱ــ هزینه‌ی ثابت شرکتی ۵۰۰,۰۰۰ ریال و هزینه‌ی متغیر هر واحد کالا ۴۰۰۰ ریال است. اگر قیمت فروش هر واحد کالا ۵۰۰۰ ریال باشد مطلوب است اولاً تعداد تولید در نقطه‌ی سربه‌سر، ثانیاً چنان‌چه تعداد تولید ۴۰۰ واحد باشد این شرکت سود ده است، یا زیان ده؟ ثالثاً اگر با تغییراتی در روش تولید، هزینه‌ی ثابت هیچ‌گونه تغییری نیابد و در نقطه‌ی سربه‌سر ۲۵۰ واحد کالا تولید گردد هزینه‌ی متغیر کاهش یا افزایش داشته است؟ چه مقدار؟

۱۲ــ هزینه‌ی ثابت شرکتی برابر با ۸,۰۰۰,۰۰۰ ریال و هزینه‌ی متغیر هر واحد کالا ۶۰۰۰ ریال است. اگر قیمت فروش هر واحد کالا برابر ۱۰,۰۰۰ ریال باشد، اولاً تعداد تولید در نقطه‌ی سربه‌سر را محاسبه کنید. ثانیاً در سطح تولید ۱۸۰۰ واحد میزان سود یا زیان شرکت را محاسبه کنید. ثالثاً درصورتی که شرکت بخواهد مبلغ ۲۰۰,۰۰۰ ریال سود داشته باشد چه تعداد کالا باید تولیدگردد؟

۱۳ــ شرکتی دارای دو کارگاه تولیدی است. کارگاه اوّل، در هر ساعت می‌تواند ۵۰۰ واحد چنگال و ۶۰۰ واحد قاشق تولید نماید. هم‌چنین کارگاه دوم، در هر ساعت می‌تواند ۴۰۰ واحد چنگال

و ۷۰۰ واحد قاشق تولید نماید. با توجه به این‌که شرکت قراردادی منعقد نموده است که هر روز باید۵۸۰۰ واحد چنگال و ۸۵۰۰ واحد قاشق تحویل دهد، معیّن کنید هرکارگاه لازم است چند ساعت در روز کار کند که ضمن تأمین نیاز، قاشق و چنگال اضافی تولید نگردد؟