

مشخص‌کننده‌های مرکزی (تمایل به مرکز)

- هدفهای رفتاری: در پایان این فصل، فراگیر باید بتواند:
- ۱- دلایل به کار بردن مشخصه‌های آماری را توضیح دهد.
 - ۲- کاربرد و دلایل استفاده از مشخص‌کننده‌های مرکزی را بیان کند.
 - ۳- مشخصه‌های مرکزی مهم در توزیع فراوانیهای صفت را به صورت جدول، محاسبه نموده، آنها را تعبیر نماید.
 - ۴- با استفاده از مشخصه‌های مرکزی، جامعه‌های مختلف را مقایسه کند.

مشخص‌کننده‌های آماری

در فصل گذشته درباره‌ی توزیع صفت متغیر در جامعه‌ها بحث شد و نحوه‌ی آرایه نتایج مشاهدات، هم با جدول و هم با نمودار، در مورد صفات کمی گسسته و پیوسته بیان گردید. ولی برای یک محقق، آگاهی از توزیع صفت در جامعه برحسب تمامی اندازه‌های صفت متغیر، چندان مفید نیست. اکثر اوقات داشتن اطلاعات اجمالی از خصوصیات صفت در جامعه، برای محقق مفیدتر خواهد بود.

کمیت‌هایی که خصوصیات جامعه‌ها را به طور اجمال بیان می‌کنند، «مشخصه‌های عددی» یا «مشخصه‌های آماری»^۱ توزیع صفت، نامیده می‌شوند.

بسته به اینکه، چه ویژگی‌هایی از توزیع صفت، مورد نظر باشد، گروه‌های مختلف مشخصه‌های آماری، تعریف می‌شوند و مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در این فصل درباره‌ی مشخصه‌های مرکزی (مشخص‌کننده‌های مرکزی)، که نقطه‌ی تمرکز توزیع صفت را منعکس می‌کنند، بحث خواهد شد.

مشخصه‌های مرکزی، مشخصه‌هایی هستند که مرکزیت اندازه‌ی صفت متغیر را در جامعه نشان

^۱ Statistical Characteristic

می دهند. مانند: میانگین حسابی (متوسط حسابی)، میانه و نما که جزو این مشخصه‌ها، به حساب می آیند.
میانگین حسابی^۱

یکی از مهمترین مشخصه‌های مرکزی در آمار، میانگین حسابی یا متوسط حسابی است که به صورت زیر تعریف می شود:

میانگین حسابی N متغیر $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ برابر است با:
 حاصل جمع متغیرهای $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ تقسیم بر تعدادشان، یعنی N که آن را با نماد \bar{X} (بخوانید ایکس بار) نشان می دهند. (توضیح اینکه غالباً میانگین کل جامعه را با علامت μ و میانگین مقادیر نمونه را با \bar{X} نشان می دهند. در این کتاب برای میانگین، به طور کلی از نماد \bar{X} استفاده شده است.)

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum X_i}{N} \quad (1)$$

مثال ۱: فرض کنید ۱۰ نفر دانش آموز را وزن نموده ایم و نتیجه به صورت اعداد زیر به دست آمده است:

۴۱، ۴۴/۲، ۴۲/۸، ۴۵، ۴۷، ۴۳/۵، ۴۵، ۴۳، ۴۲/۵، ۴۳

می خواهیم متوسط وزن این ۱۰ دانش آموز را محاسبه کنیم.
 اعداد بالا را باهم جمع کرده، نتیجه را بر ۱۰ (تعداد آنها) تقسیم می کنیم تا متوسط وزن آنها به دست آید:

$$\bar{X} = \frac{۴۳ + ۴۲/۵ + ۴۳ + ۴۵ + ۴۳/۵ + ۴۷ + ۴۵ + ۴۲/۸ + ۴۴/۲ + ۴۱}{۱۰} = \frac{۴۳۷}{۱۰} = ۴۳/۷$$

بنابراین متوسط وزن دانش آموزان، ۴۳/۷ کیلوگرم می باشد.
 در صورتی که حجم جامعه زیاد باشد و نتایج مشاهدات صفت متغیر را در جدول توزیع فراوانی بیان کرده باشیم، چون از هر کدام از مقادیر صفت، ممکن است بیش از یک فراوانی داشته باشیم، ابتدا مقادیر صفت را در فراوانی متناظرشان ضرب کرده، نتیجه را در یک ستون در ادامه جدول می نویسیم. سپس مقادیر این ستون را باهم جمع کرده، حاصل را بر N تقسیم می کنیم. بدین ترتیب، میانگین صفت به دست می آید، (جدول ۱)، در نتیجه فرمول محاسبه میانگین به صورت زیر در می آید:

$$\bar{X} = \frac{F_1 X_1 + F_2 X_2 + \dots + F_k X_k}{\sum F_i} = \frac{\sum F_i X_i}{N} \quad (2)$$

^۱ - Arithmetic Mean

جدول ۱

X_i	F_i	$F_i X_i$
X_1	F_1	$F_1 X_1$
X_2	F_2	$F_2 X_2$
X_3	F_3	$F_3 X_3$
\vdots	\vdots	\vdots
X_k	F_k	$F_k X_k$
–	N	$\sum F_i X_i$

تمامی محاسبات در جدول ۱ نشان داده شده است.

مثال ۲: توزیع سنی ۵۰ نفر در جدول زیر بیان شده است (جدول ۲). مطلوب است میانگین سن

برای جامعه فوق:

جدول ۲

سن X	۲۰	۲۲	۲۴	۲۶	۲۸	–
فراوانی F_i	۴	۶	۳۰	۷	۳	$\sum F_i = 50$

برای محاسبه میانگین، جدول زیر را تشکیل می‌دهیم (جدول ۳):

جدول ۳

X_i	F_i	$F_i X_i$
۲۰	۴	۸۰
۲۲	۶	۱۳۲
۲۴	۳۰	۷۲۰
۲۶	۷	۱۸۲
۲۸	۳	۸۴
–	۵۰	۱۱۹۸

$$\bar{X} = \frac{\sum F_i X_i}{N} = \frac{1198}{50} = 23.96$$

بنابراین متوسط سن برای هریک از اعضای این گروه، ۲۳/۹۶ سال می‌باشد. گفتنی است که هرچند سن، یک صفت کمی گسسته است^۱، ولی متوسط آن می‌تواند یک عدد غیر صحیح باشد، بنابراین نباید هیچ‌گونه تغییری در آن داده شود.

همانطور که از فرمول میانگین حسابی، دانسته می‌شود، فراوانیهای صفت در آن، مانند وزنه‌هایی هستند که به مقادیر صفت اثر می‌کنند، بدین معنی که اگر فراوانی یک مقدار صفت را بزرگ کنیم، متوسط حسابی، به آن مقدار، نزدیک خواهد شد. از این رو، میانگین حسابی که طبق فرمول ۲ محاسبه می‌شود، «میانگین حسابی وزنی» نامیده می‌شود.

اگر توزیع صفت متغیر، با جدول توزیع فراوانیهای نسبی بیان شده باشد، میانگین حسابی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^k f_i X_i \quad (3)$$

خودآزمایی: نشان دهید که دو فرمول زیر معادل هستند:

$$\frac{\sum F_i X_i}{N} = \sum f_i X_i$$

نحوه محاسبه میانگین با فراوانی نسبی در جدول ۴ نشان داده شده است:

جدول ۴

X_i	f_i	$f_i X_i$
x_1	f_1	$f_1 x_1$
x_2	f_2	$f_2 x_2$
\vdots	\vdots	\vdots
x_k	f_k	$f_k x_k$
—	۱	$\sum f_i x_i$

مثال ۳: مجموعه‌ای از ۲۰۰ سند حسابداری مربوط به خریدهای کوچک، بر حسب تعداد

۱- سن در تعریف آمار دموگرافیک، عبارت از سالهای تمام شده عمر انسان؛ بنابراین فقط می‌تواند اعداد صحیح را اختیار کند و یک صفت کمی گسسته است.

نقصها در این اسناد، گروه‌بندی و نتایج مشاهدات به وسیلهٔ جدول توزیع فراوانیهای نسبی زیر، بیان شده است:

X تعداد نقص	۰	۱	۲	۳	۴	-
f _i فراوانی نسبی	۰/۵	۰/۲	۰/۲	۰/۰۵	۰/۰۵	۱

مطلوب است: متوسط تعداد نقصها، برای یک سند.

برای محاسبهٔ متوسط تعداد نقصها، جدول زیر را تشکیل می‌دهیم (جدول ۵):

جدول ۵

X	f _i	f _i X _i
۰	۰/۵	۰
۱	۰/۲	۰/۲
۲	۰/۲	۰/۴
۳	۰/۰۵	۰/۱۵
۴	۰/۰۵	۰/۲۰
-	۱	۰/۹۵

$$\bar{X} = \sum f_i X_i = 0/95$$

بنابراین متوسط تعداد نقصها برای یک سند، ۰/۹۵ می‌باشد. یعنی به‌طور متوسط در هر سند ۰/۹۵ نقص یا تقریباً یک نقص وجود دارد.

گاهی ممکن است حجم نتایج مشاهدات کوچک باشد. در چنین شرایطی، گروه‌بندی برای صفت انجام نمی‌شود و در این صورت میانگین حسابی به‌صورت ساده بیان می‌گردد و همان‌طور که قبلاً گفته شد، آن‌را با استفاده از فرمول ۱ محاسبه می‌کنند.

مثال ۴: طول سابقهٔ خدمت ۱۰ نفر مراجعه‌کننده برای اشتغال در یک مؤسسه (برحسب سال)

به‌قرار زیر است:

۸, ۴, ۱۰, ۷, ۸, ۶, ۵, ۱۰, ۷, ۱۱

متوسط حسابی سابقهٔ خدمت را برای یک مراجعه‌کننده، محاسبه کنید.

در این حالت به‌علت اینکه نتایج مشاهدات، گروه‌بندی نشده است، میانگین را طبق فرمول ۱

محاسبه می کنیم :

$$\bar{X} = \frac{8+4+10+7+8+6+5+10+7+11}{10} = \frac{76}{10} = 7.6$$

بنابراین، متوسط سابقه خدمت برای یک مراجعه کننده ۷/۶ سال می باشد.

در بسیاری موارد، فراوانیها در توزیع صفت، برحسب فاصله های مقادیر صفت بیان می شوند.

در این حالت توزیع صفت را «توزیع فاصله ای» می نامند.

در محاسبه میانگین برای توزیعهای فاصله ای، ابتدا وسط فاصله ها را به دست آورده، فرض

می کنند که این اعداد، خود مقادیر مشاهده شده صفت هستند. (یعنی صفت متغیر را به صورت گسسته

در نظر می گیرند) و سپس میانگین این توزیع جدید را طبق فرمول ۲ یا ۳ محاسبه می کنند. روش

محاسبه میانگین در چنین حالتی در جدول ۶ نشان داده شده است.

جدول ۶

فاصله گروه ها	F_i	X'_i	$F_i X'_i$
$X_1 - X_2$	F_1	X'_1	$F_1 X'_1$
$X_2 - X_3$	F_2	X'_2	$F_2 X'_2$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$X_k - X_{k+1}$	F_k	X'_k	$F_k X'_k$
-	N	-	$\sum F_i X'_i$

که در اینجا X'_i ها، نقاط میانی فاصله گروه هاند و از میانگین کرانه پایین و کرانه بالای هر گروه به دست

می آیند، مثلاً X'_1 از $X'_1 = \frac{X_1 + X_2}{2}$ به دست می آید.

مثال ۵: مزد و حقوق ماهانه کارکنان یک مؤسسه خدماتی به صورت جدول صفحه بعد گروه بندی

شده است (جدول ۷).

مطلوب است : متوسط مزد و حقوق ماهانه کارکنان این مؤسسه :

جدول ۷

فاصله طبقات X مزد و حقوق ماهانه بر حسب هزار تومان	فراوانی F_i
۴۰-۵۰	۴
۵۰-۶۰	۷
۶۰-۷۰	۱۲
۷۰-۸۰	۱۵
۸۰-۹۰	۸
۹۰-۱۰۰	۴
-	۵۰

برای محاسبه میانگین مزد و حقوق ماهانه، ابتدا وسط فاصله‌ها یعنی X'_i هر طبقه را محاسبه کرده، در ستون سوم جدول ۸ می‌نویسیم و سپس محاسبات را طبق فرمول ۲ انجام می‌دهیم:

جدول ۸

X فاصله طبقات	F_i	X'_i وسط فاصله‌ها	$F_i X'_i$
۴۰-۵۰	۴	۴۵	۱۸۰
۵۰-۶۰	۷	۵۵	۳۸۵
۶۰-۷۰	۱۲	۶۵	۷۸۰
۷۰-۸۰	۱۵	۷۵	۱۱۲۵
۸۰-۹۰	۸	۸۵	۶۸۰
۹۰-۱۰۰	۴	۹۵	۳۸۰
-	۵۰	-	۳۵۳۰

$$\bar{X} = \frac{\sum F_i X'_i}{N} = \frac{۳۵۳۰}{۵۰} = ۷۰/۶$$

بنابراین، متوسط مزد و حقوق ماهانه یک نفر در مؤسسه فوق، ۷۰۶۰۰ تومان است.

مثال ۶: روزهای غیبت کارگران در یک کارگاه ساختمانی به صورت جدول زیر است :

X روزهای غیبت	۰-۴	۵-۹	۱۰-۱۴	۱۵-۱۹	۲۰-۲۴	۲۵-۲۹	-
F _i فراوانی	۵	۸	۱۰	۶	۷	۴	۴۰

متوسط روزهای غیبت کارگران را محاسبه کنید.

برای محاسبه میانگین روزهای غیبت کارگران جدول زیر را تشکیل می دهیم (جدول ۹) :

جدول ۹

X فاصله طبقات	F _i	X' وسط فاصله‌ها	F _i X' _i
۰-۴	۵	۲	۱۰
۵-۹	۸	۷	۵۶
۱۰-۱۴	۱۰	۱۲	۱۲۰
۱۵-۱۹	۶	۱۷	۱۰۲
۲۰-۲۴	۷	۲۲	۱۵۴
۲۵-۲۹	۴	۲۷	۱۰۸
-	۴۰	-	۵۵۰

$$\bar{X} = \frac{\sum F_i X'_i}{N} = \frac{550}{40} = 13.75 \text{ روز}$$

میانگین حسابی روزهای غیبت کارگران ۱۳/۷۵ روز می باشد.

— بعضی خواص ریاضی میانگین حسابی

۱- میانگین حسابی N کمیت ثابت برابر است با خود آن کمیت :

فرض کنید $X = a$ باشد، در این صورت

$$\bar{X} = \frac{\sum F_i a}{\sum F_i} = \frac{a \sum F_i}{\sum F_i} = a$$

۲- اگر فراوانیهای مقادیر صفت را چند برابر بزرگ یا کوچک کنیم، میانگین حسابی تغییری

نمی کند. برای مثال اگر تمام فراوانیها را K برابر کوچک کنیم، خواهیم داشت :

$$\bar{X} = \frac{\sum \frac{F_i}{k} X_i}{\sum \frac{F_i}{k}} = \frac{\frac{1}{k} \sum F_i X_i}{\frac{1}{k} \sum F_i} = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i}$$

۳- حاصل جمع انحرافهای (تفاضلهای) مقادیر صفت از میانگین خود، همواره مساوی صفر

است، یعنی :

$$\sum (X_i - \bar{X}) = 0 \Rightarrow \sum X_i - \sum \bar{X} = \sum X_i - N\bar{X} = \sum X_i - \sum X_i = 0$$

$$\sum F_i (X_i - \bar{X}) = 0$$

و به همین ترتیب

۴- اگر از تمامی مقادیر صفت، یک عدد ثابت کم شود و یا یک عدد ثابت به آنها اضافه گردد،

از میانگین این کمیت‌های جدید نیز، همان مقدار ثابت کاسته، یا به آن افزوده خواهد شد.

$$(\overline{X+a}) = \bar{X} + a$$

$$(\overline{X-a}) = \bar{X} - a$$

۵- اگر تمامی مقادیر صفت را، b برابر بزرگ یا کوچک کنیم، متوسط حسابی آنها نیز b برابر

بزرگ یا کوچک خواهد شد :

$$(\overline{bX}) = b\bar{X}$$

$$\left(\overline{\frac{X}{b}}\right) = \frac{1}{b}\bar{X}$$

$$b \neq 0$$

محاسبه میانگین به روش کوتاه: خواص بالا می‌توانند برای ساده کردن محاسبه میانگین به کار

روند که «روش کوتاه» نامیده می‌شوند. در کاربرد این خواص، فرمول محاسبه میانگین را به صورت

زیر می‌توان بیان کرد :

$$\bar{X} = b\bar{Y} + a$$

(۴)

$$\bar{Y} = \frac{\sum F_i Y_i}{N}$$

که در آن

$$Y_i = \frac{X_i - a}{b}$$

و

a و b اعداد دلخواه هستند (در جدول توزیع فراوانیها با فاصله‌های مساوی، برای سهولت کار، a را حد وسط یکی از طبقات میانی جدول و b را فاصله طبقات در نظر می‌گیرند). چون از تمامی X_i ها عدد a کم شده است، بنابراین متوسط کمیّت جدید به اندازه عدد a کوچک خواهد شد (خاصیت ۴) و چون اعداد $(X_i - a)$ بر عدد b تقسیم شده‌اند، متوسط این اعداد نیز، b برابر کوچکتر خواهد شد (خاصیت ۵). از این رو، متوسط به دست آمده برای مقادیر Y_i ها (یعنی \bar{Y}) باید در عدد b ضرب و به حاصل، عدد a اضافه شود.

مثال ۷: قد دانش‌آموزان یک کلاس دبیرستانی را اندازه‌گیری کرده‌ایم و نتایج مشاهدات به صورت جدول توزیع فراوانی زیر به دست آمده است (جدول ۱۰):

جدول ۱۰

X فاصله طبقات	F_i
۱۴۰-۱۴۵	۳
۱۴۵-۱۵۰	۴
۱۵۰-۱۵۵	۱۰
۱۵۵-۱۶۰	۱۶
۱۶۰-۱۶۵	۸
۱۶۵-۱۷۰	۶
۱۷۰-۱۷۵	۳
-	۵۰

متوسط قد دانش‌آموزان این کلاس را با استفاده از روش کوتاه محاسبه می‌کنیم. برای این منظور، ابتدا وسط فاصله‌ها را به دست می‌آوریم (این اعداد در ستون سوم جدول ۱۱ قرار داده شده‌اند).

جدول ۱۱

X_i	F_i	X'_i	$X'_i - ۱۵۷/۵$	$Y_i = \frac{X_i - ۱۵۷/۵}{۵}$	$F_i Y_i$
۱۴۰-۱۴۵	۳	۱۴۲/۵	-۱۵	-۳	-۹
۱۴۵-۱۵۰	۴	۱۴۷/۵	-۱۰	-۲	-۸
۱۵۰-۱۵۵	۱۰	۱۵۲/۵	-۵	-۱	-۱۰
۱۵۵-۱۶۰	۱۶	۱۵۷/۵	۰	۰	۰
۱۶۰-۱۶۵	۸	۱۶۲/۵	۵	۱	۸
۱۶۵-۱۷۰	۶	۱۶۷/۵	۱۰	۲	۱۲
۱۷۰-۱۷۵	۳	۱۷۲/۵	۱۵	۳	۹
-	۵۰	-	-	-	۲

به منظور ساده کردن محاسبات، عدد دلخواه a را، مساوی با $۱۵۷/۵$ در نظر می‌گیریم. از تمامی مقادیر وسطی X_i ها، عدد دلخواه a را کم کرده، تفاضلها را در ستون ۴ جدول فوق قرار داده‌ایم. سپس تفاضلهای ستون ۴ را بر عدد $b = ۵$ تقسیم کرده، حاصل را در ستون ۵ جدول می‌نویسیم که این اعداد را با Y_i نشان داده‌ایم. حال آنها را در فراوانیهای متناظر ضرب کرده (که حاصل در ستون ۶ جدول نوشته شده است). حاصل جمع را برای محاسبه میانگین Y_i ها به دست می‌آوریم. بنابراین خواهیم داشت:

$$\bar{Y} = \frac{\sum F_i Y_i}{N} = \frac{۲}{۵۰} = ۰/۰۴$$

حال، متوسط صفت X را طبق فرمول ۴ محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{X} = b\bar{Y} + a$$

$$= ۵ \times ۰/۰۴ + ۱۵۷/۵ = ۱۵۷/۷$$

— مقایسه توزیعهای فراوانی به وسیله میانگین و نتیجه‌گیری نسبت به یکسان بودن آنها: از تعریف میانگین ملاحظه می‌شود که میانگین حساسی صفت متغیر، تابعی از توزیع صفت است، یعنی هم از مقادیر صفت و هم از فراوانیهای آن مقادیر، تبعیت می‌کند. بنابراین، اگر دو توزیع (دو جامعه)، دو میانگین حساسی متفاوت داشته باشند، آنگاه دو توزیع متفاوت خواهند بود. ولی اگر میانگینهای دو توزیع یکسان باشند، نمی‌توان نتیجه‌گیری کرد که دو توزیع یکسان هستند، زیرا ممکن است دو توزیع

یکسان باشند و نیز ممکن است یکسان نباشند. به عبارت دیگر، دو توزیع یکسان، میانگینهای حسابی یکسانی را مشخص می نمایند، ولی دو میانگین حسابی یکسان، دو توزیع یکسان را مشخص نمی کنند. به عنوان مثال، دو توزیع زیر را می توان در نظر گرفت (جداول ۱۲ و ۱۳):

جدول ۱۲

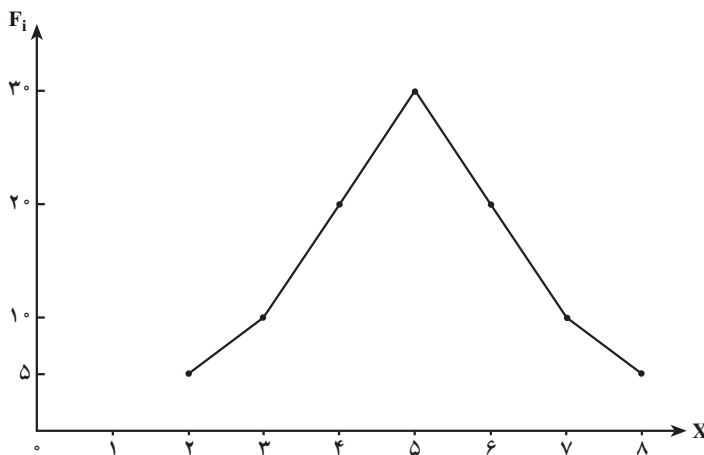
X_i	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	-
F_i	۵	۱۰	۲۰	۳۰	۲۰	۱۰	۵	۱۰۰

جدول ۱۳

X	۳	۴	۵	۶	۷	-
F_i	۲	۳	۹۰	۳	۲	۱۰۰

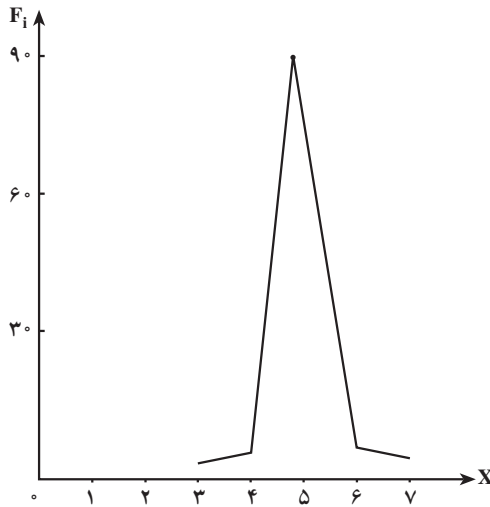
متوسط حسابی برای هر دو توزیع یکسان می باشد. $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 5$

ولی به وضوح دیده می شود که این دو جدول، دو توزیع متفاوت را بیان می کنند. برای روشن شدن این تفاوت، می توان دو توزیع را با چندگوش نیز، نمایش داد (شکلهای ۱ و ۲):



شکل ۱- چندگوش توزیع صفت متغیر جدول ۱۲

بنابراین، همان گونه که از مثال فوق برمی آید، برای پی بردن به یکسان بودن توزیعهای صفت متغیر، همواره نمی توان تنها به مشخصه های مرکزی، مانند میانگین حسابی، اکتفا نمود.



شکل ۲- چند گوش صفت متغیر (جدول ۱۳)

میانۀ^۱

هم‌ردیف با میانگین، به عنوان مشخصه آماری توزیع صفت، کمیت‌های دیگری وجود دارند که در توزیع صفت متغیر به عنوان مشخصه مرکزی مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از چنین مشخصه‌هایی، میانۀ می‌باشد که آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

میانۀ، مقدار صفتی است که جامعه را به ۲ گروه با حجم یکسان تقسیم می‌کند.

بر طبق معمول، میانۀ را با نماد Me نشان می‌دهیم.

از تعریف دقیق میانۀ برای متغیرهای گسسته در اینجا صرف‌نظر می‌کنیم.^۲

اگر مقادیر صفت متغیر گسسته را به طور صعودی مرتب کنیم، در صورتی که تعداد اعضای جامعه، عدد فرد باشد، یعنی اگر $(N = 2m + 1)$ باشد، آنگاه میانۀ، مقداری است که با شماره X_{m+1} مشخص می‌شود.

و در صورتی که تعداد اعضای جامعه عدد زوج باشد یعنی $(N = 2m)$ باشد، آنگاه میانۀ، متوسط حسابی عضو X_m و X_{m+1} خواهد بود، یعنی:

^۱ - Median

^۲ - به کتابهای آمار ریاضی مراجعه شود.

$$Me = \frac{X_m + X_{m+1}}{2}$$

مثلاً اگر مقادیر مشاهدات به صورت زیر به دست آمده باشد :

۵, ۲, ۳, ۳, ۴, ۳, ۲, ۶, ۴, ۲, ۳

برای تعیین میانه، ابتدا این مقادیر را به طور صعودی مرتب می‌کنیم.

۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۶

چون در اینجا $N = 2m + 1 = 11$ می‌باشد در نتیجه $m = 5$ خواهد بود در این صورت عدد

وسطی یعنی عضو $X_{m+1} = X_{5+1} = X_6 = 3$ میانه می‌باشد.

مثال دیگر - اگر مجموعه مشاهدات به صورت زیر باشد :

۳, ۴, ۴, ۶, ۸, ۹

چون در اینجا $N = 2m = 6$ و $m = 3$ ، در نتیجه میانه مقدار صفتی است که با میانگین

حسابی X_m و X_{m+1} مشخص می‌شود. یعنی :

$$Me = \frac{X_m + X_{m+1}}{2} = \frac{X_3 + X_4}{2} = \frac{4 + 6}{2} = 5$$

خواهد بود.

اگر حجم مشاهدات (N)، بزرگ باشد و مقادیر صفت گروه‌بندی شده باشند، دیگر نوشتن

تمامی مشاهدات، به صورت دنباله، مشکل و گاهی غیرممکن می‌شود. در چنین حالتی، عضو وسطی

را برای توزیع، به وسیله فراوانیهای انباشته، جستجو می‌کنیم.

مثال ۸: فرض کنید، توزیع صفت متغیر به وسیله جدول فراوانیهای زیر بیان شده باشد :

جدول ۱۴

X_i	۲	۳	۴	۵	۶	۷	-
F_i	۲	۲	۳	۵	۴	۴	۲۰

برای به دست آوردن میانه صفت، ابتدا فراوانیهای انباشته را، محاسبه می‌کنیم :

جدول ۱۵

X_i	۲	۳	۴	۵	۶	۷	-
F_i	۲	۲	۳	۵	۴	۴	۲۰
FC_i	۲	۴	۷	۱۲	۱۶	۲۰	-

حال چنین استدلال می‌کنیم :

حجم مشاهدات $N = 20$ است. باز هم ردیف میانه را مشخص می‌کنیم :

$$Me = \frac{X_m + X_{m+1}}{2} = \frac{X_{10} + X_{11}}{2}$$

یعنی در دنباله مقادیر صفت، عضو دهم و عضو یازدهم، اعضای وسطی هستند. می‌خواهیم ببینیم این اعضای وسطی (شماره ۱۰ و ۱۱) در کدام گروه قرار دارند. با توجه به فراوانیهای انباشته، مشاهده می‌شود، عضو یکم و دوم در گروه $X = 2$ هستند.

عضو سوم و چهارم در گروه $X = 3$ هستند.

عضو پنجم، ششم و هفتم در گروه $X = 4$ هستند.

عضو هشتم، نهم، دهم، یازدهم و دوازدهم در گروه $X = 5$ قرار دارند.

بنابراین اعضای وسطی، یعنی عضو دهم و یازدهم، در گروه $X = 5$ ، یعنی از صفت متغیر،

مقدار $X = 5$ را دارند و طبق تعریف بالا، خواهیم داشت :

$$Me = \frac{X_{10} + X_{11}}{2} = \frac{5 + 5}{2} = 5$$

اگر توزیع صفت، برحسب فاصله‌ها بیان شده باشد (اغلب در حالت صفت متغیر پیوسته)، پس از محاسبه فراوانیهای انباشته در جدول، فاصله‌ای که $\frac{N}{2}$ در آن فراوانی انباشته قرار گرفته باشد، آن فاصله را «فاصله میانه» یا طبقه میانه‌دار می‌نامند و توسط فرمول زیر مقدار میانه را به دست می‌آورند :

$$Me = X_i + \frac{\frac{N}{2} - FC_i}{F_i} \times I \quad (5)$$

که در آن :

X_i - حد پایین «فاصله میانه» یا طبقه میانه‌دار

FC_i - فراوانی انباشته طبقه قبل از طبقه میانه‌دار

F_i - فراوانی مطلق طبقه میانه‌دار

I - فاصله طبقه میانه‌دار

می‌باشند.

مثال ۹: فرض کنید می‌خواهیم میانه حجم تولید مؤسسات تولیدکننده مواد شیمیایی (X) را به دست آوریم (جدول ۱۶)، ابتدا ستون فراوانیهای انباشته را تشکیل می‌دهیم:

جدول ۱۶

مقدار محصول X	تعداد مؤسسات F _i	فراوانی انباشته FC _i
۱۱-۱۳	۷	۷
۱۳-۱۵	۹	۱۶
۱۵-۱۷	۱۰	۲۶
۱۷-۱۹	۸	۳۴
۱۹-۲۱	۶	۴۰
-	۴۰	-

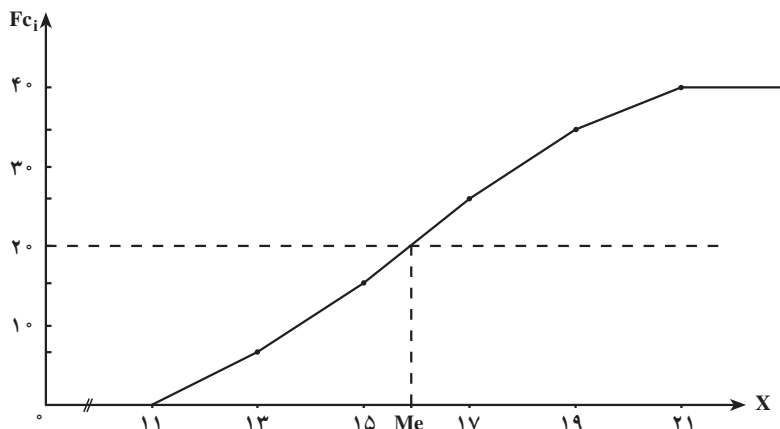
سپس نصف حجم مشاهدات را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

چون نصف حجم جامعه، در فاصله ۱۵-۱۷ قرار گرفته، بنابراین، طبقه میانه‌دار، طبقه ۱۵-۱۷ می‌باشد، طبق فرمول ۵، میانه را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} Me &= X_i + \frac{\frac{N}{2} - FC_i}{F_i} \times I \\ &= 15 + \frac{20 - 16}{10} \times 2 \\ &= 15 + \frac{8}{10} = 15.8 \end{aligned}$$

میانه را می‌توان به طور هندسی نیز با استفاده از چندگوش فراوانیهای انباشته، به دست آورد (شکل ۳).



شکل ۳- تعیین مقدار میانه برای مقدار محصول در مثال (۹)

— خواص میانه

۱- محاسبه میانه از محاسبه میانگین آسان تر است.

۲- برای توزیعهای صفت که مقادیر آن در دامنه‌های توزیع، نامعین باشد، میانگین به‌عنوان مقدار متوسط، نمی‌تواند محاسبه گردد، در صورتی که، میانه را برای چنین توزیعهایی، می‌توان محاسبه کرد.

مثلاً، اگر نمایه (لیست) حقوق کارگران یک مؤسسه به‌صورت جدول زیر در دست باشد :

جدول ۱۷

حقوق کارگران (برحسب هزار تومان) X	تعداد کارگران F _i
کمتر از ۳۰ هزار تومان	۱۰
۳۰-۴۰	۲۰
۴۰-۵۰	۴۰
۵۰-۶۰	۱۵
۶۰-۷۰	۱۰
۷۰ هزار تومان به‌بالا	۵
—	۱۰۰

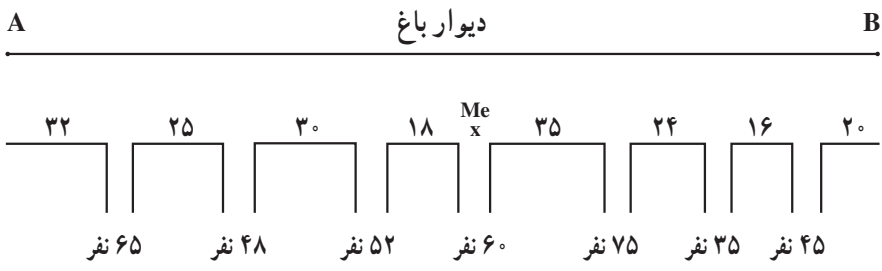
برای چنین توزیعی، محاسبه میانگین حسابی، امکان‌پذیر نیست، زیرا باید وسط فاصله‌ها را برای هرگروه محاسبه کرد، که چون گروه اول و گروه آخر، حدود معینی ندارند، بنابراین وسط فاصله آنها را نمی‌توان به‌دست آورد. ولی برای این توزیع، میانه را می‌توان محاسبه نمود، چون میانه با طبقات میانی جدول محاسبه می‌شود و به طبقات اول و آخر جدول کاری ندارد.

۳- میانه، حاصل جمع قدرمطلق انحرافات مقادیر صفت را از خودش به حداقل می‌رساند:

$\sum X_i - Me = \min$	(۶)
یا	
$\sum F_i X_i - Me = \min$	(۷)

از این خاصیت برای نصب یا ایجاد وسایلی که استفاده همگانی دارند، استفاده می‌کنند. مثلاً برای نصب باجه تلفن عمومی در یک معبر و یا تعیین محل مناسب برای ایستگاه اتوبوس در یک خیابان و مواردی از این قبیل، از نقطه میانه این مکانها استفاده می‌شود.

مثال ۱۰: شرکت مخابرات در نظر دارد یک باجه تلفن عمومی در خیابان معینی نصب کند. موقعیت خیابان و فاصله مکانها و تعداد افراد ساکن در این مکانها در شکل زیر نشان داده شده است:



برای تعیین جای مناسب نصب باجه تلفن، جدول توزیع فراوانی فاصله‌ها را از نقطه A به‌دست آورده، سپس با تشکیل فراوانیهای انباشته، میانه توزیع را تعیین می‌کنیم:

جدول ۱۸

فاصله مکانها تا نقطه A X	تعداد نفرات مکانها F _i	فراوانی انباشته FC _i
۳۲	۶۵	۶۵
۵۷	۴۸	۱۱۳
۸۷	۵۲	۱۶۵
۱۰۵	۶۰	۲۲۵
۱۴۰	۷۵	۳۰۰
۱۶۴	۳۵	۳۳۵
۱۸۰	۴۵	۳۸۰
—	۳۸۰	—

نصف حجم جامعه $\left(\frac{N}{2}\right)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{N}{2} = \frac{380}{2} = 190$$

با مقایسه $\left(\frac{N}{2}\right)$ ، ۱۹۰ با ستون فراوانیهای انباشته، معلوم می‌شود که در فراوانی انباشته ۲۲۵ قرار دارد و گروه X متناظر آن فاصله ۱۰۵ می‌باشد، بنابراین میانه این خیابان نقطه ۱۰۵ متری از نقطه A می‌باشد که در شکل خیابان نشان داده شده است.

چنانچه میانه این خیابان را از نقطه B محاسبه کنیم، میانه، فاصله ۹۵ متری از نقطه B به دست خواهد آمد که دقیقاً روی نقطه قبلی خواهد افتاد.

نما (مد)

یکی دیگر از مشخصه‌های مرکزی «نما» است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

«مقدار صفتی که بزرگترین فراوانی یا بزرگترین چگالی فراوانی را در توزیع فراوانی، دارا باشد، «نما» نامیده می‌شود.»

نمای صفت را بعد از این با Mo نشان خواهیم داد.

مثال ۱۱: فرض کنید توزیع صفت متغیر، به وسیله جدول زیر بیان شده باشد:

جدول ۱۹

X	۲	۳	۴	۵	۶	-
F _i	۱۰	۲۵	۴۰	۲۰	۵	۱۰۰

چون بزرگترین فراوانی در جدول، ۴۰ است و این فراوانی به مقدار ۴ تعلق دارد، بنابراین، نما در این توزیع ۴ خواهد بود، یعنی:

$$Mo = 4$$

در توزیعهای فاصله‌ای، ابتدا می‌توان، طبقه یا فاصله‌ای را که شامل نما می‌شود، تعیین کرد. این فاصله را «فاصله نما» یا «طبقه نما» می‌نامند. در توزیعهای با فاصله‌های مساوی، فاصله نما، از روی بزرگترین فراوانی تعیین می‌گردد. ولی در توزیعهای با فاصله‌های نامساوی، فاصله نما، به وسیله بزرگترین چگالی فراوانی، تعیین می‌شود. برای به دست آوردن نما در توزیعهای با فاصله‌های مساوی، از فرمول زیر استفاده می‌شود:

$$Mo = X_i + \frac{F_i - F_{(i-1)}}{[F_i - F_{(i-1)}] + [F_i - F_{(i+1)}]} \times I \quad (8)$$

که در آن

X_i - حد پایین فاصله نما

I - طول فاصله نما

F_i - فراوانی مطلق متعلق به فاصله نما (بزرگترین فراوانی در جدول)

$F_{(i-1)}$ - فراوانی متعلق به فاصله مجاور ماقبل نما

$F_{(i+1)}$ - فراوانی متعلق به فاصله مجاور بعد از نما

می‌باشند. برای ساده نمودن فرمول ۷ می‌توان از تبدیلهای زیر استفاده نمود:

$$F_i - F_{(i-1)} = d_1$$

$$F_i - F_{(i+1)} = d_2$$

در این صورت فرمول ۸ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Mo = X_i + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times I \quad (9)$$

مثال ۱۲: توزیع قد دانش‌آموزان یک کلاس دبیرستانی در جدول ۲۰ آورده شده است. نمای قد دانش‌آموزان را محاسبه نمایید.

جدول ۲۰

X قد دانش‌آموزان	F _i
۱۴۰-۱۴۵	۳
۱۴۵-۱۵۰	۶
۱۵۰-۱۵۵	۱۵
۱۵۵-۱۶۰	۱۸
۱۶۰-۱۶۵	۱۰
۱۶۵-۱۷۰	۸
-	۶۰

چون بزرگترین فراوانی ۱۸ است، گروه متناظر آن، فاصله ۱۶۰-۱۵۵ است. بنابراین مطابق فرمول ۸، نما را محاسبه می‌کنیم:

$$Mo = 155 + \frac{18-15}{(18-15)+(18-10)} \times 5$$

$$= 155 + \frac{15}{11} = 155 + 1/35 = 156/35$$

نکته: در هر توزیع، به بیش از یک میانگین و یک میانه، نمی‌توان دست یافت ولی می‌توان بیش از یک نما به دست آورد.

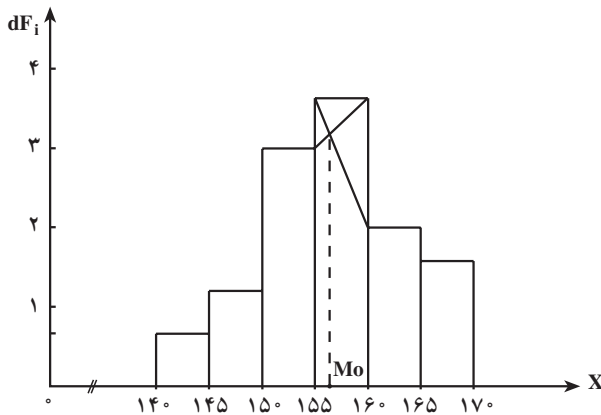
نما را نیز می‌توان با استفاده از شکل توزیع صفت در جامعه، تعیین نمود.
نما را برای صفت متغیر (قد دانش‌آموزان) در مثال ۱۲ با شکل (هیستوگرام) توزیع به دست می‌آوریم.

جدول ۲۱

X	F _i	dF _i
۱۴۰-۱۴۵	۳	۰/۶
۱۴۵-۱۵۰	۶	۱/۲
۱۵۰-۱۵۵	۱۵	۳
۱۵۵-۱۶۰	۱۸	۳/۶
۱۶۰-۱۶۵	۱۰	۲
۱۶۵-۱۷۰	۸	۱/۶
-	۶۰	-

ابتدا چگالی فراوانیها را برای گروههای X در جدول توزیع فراوانی محاسبه می کنیم (جدول ۲۱).

سپس هیستوگرام توزیع را رسم می کنیم :



شکل ۴- تعیین نما با استفاده از هیستوگرام توزیع

در هیستوگرام توزیع، در داخل بلندترین ستون، از ستونهای مجاور، دو خط را مطابق شکل ۴ رسم می کنیم، سپس از نقطه تقاطع این دو خط، عمودی بر محور طولها، ترسیم می کنیم. مقدار صفتی که با طول نقطه عمود بر روی محور طولها، متناظر است، نمای صفت خواهد بود. در بعضی موارد، نما برای توزیع صفت، یک مشخصه مرکزی برتر است که بیشترین مقادیر

صفت در حول آن متمرکز می‌گردد. از این رو، در توصیف جامعه، در چنین حالاتی به عنوان مشخصه مرکزی، نما نسبت به میانگین برتری دارد.

مثلاً در مورد تقاضا نسبت به یک اندازه معین کفش یا لباس، «نما» نسبت به میانگین یک مشخصه بهتر است. به طور کلی، میانگین در اینجا ارزشی ندارد.

باید متذکر شد که برای توزیعهای کاملاً قرینه، مقادیر میانگین حسابی (\bar{X})، میانه (Me) و نما (Mo) برهم منطبق می‌شوند، یعنی:

$$\bar{X} = Me = Mo$$

ولی اگر توزیع قرینه نباشد (البته اگر از حالت قرینگی انحراف بسیار نداشته باشد)، بین این سه مشخصه مرکزی، می‌توان رابطه تقریبی زیر را نوشت:

$$\bar{X} - Mo = 3(\bar{X} - Me)$$

یا

$$Mo = 3Me - 2\bar{X}$$

از تساوی تقریبی فوق، می‌توان برای تعیین مقدار یکی از ۳ مشخصه مرکزی، وقتی که ۲ تای دیگر معلوم باشد، استفاده کرد.

مثلاً برای یک توزیع تقریباً غیرقرینه، اگر میانگین برابر ۴۲ و میانه برابر ۴۰ باشد، با استفاده از رابطه بالا، مقدار نما را محاسبه می‌کنیم:

$$Mo = \bar{X} - 3(\bar{X} - Me) = 42 - 3(42 - 40) = 36$$

یا

$$Mo = 3Me - 2\bar{X} = 3 \times 40 - 2 \times 42 = 36$$



سؤالات و تمرینها

۱- مشخصه‌های آماری چه مشخصه‌هایی هستند؟ لزوم وارد کردن آنها در آمار

چيست؟

۲- مشخصه‌های مرکزی، چه ویژگی از صفت متغیر را بیان می‌کنند؟

۳- میانگین حسابی را تعریف کنید.

۴- توزیع میزان فروش یک شرکت بازرگانی در ماه گذشته در جدول زیر بیان شده است، میانگین حسابی فروش روزانه این شرکت را محاسبه کنید.

X (میزان فروش بر حسب هزار تومان)	۱۰۰-۳۰۰	۳۰۰-۵۰۰	۵۰۰-۷۰۰	۷۰۰-۹۰۰	۹۰۰-۱۱۰۰	۱۱۰۰-۱۳۰۰	-
F_i تعداد روز	۳	۷	۱۰	۳	۲	۱	۲۶

- ۵- میانگین حسابی ساده چیست؟ در چه مواردی از آن استفاده می‌کنند؟
 ۶- میانگین حسابی برای توزیعهای فاصله‌ای، چگونه محاسبه می‌شود؟
 ۷- توزیع سن کارگران یک واحد تولیدی، در جدول زیر بیان شده است:

X سن کارگران	۱۸-۲۲	۲۳-۲۷	۲۸-۳۲	۳۳-۳۷	۳۸-۴۲	۴۳-۴۷	-
F_i فراوانی	۴	۱۴	۲۰	۱۶	۱۶	۱۰	۸۰

متوسط حسابی سن کارگران را محاسبه کنید.

۸- جدول زیر، توزیع خانوارهای یک منطقه مسکونی را بر حسب تعداد افراد خانوار نشان

می‌دهد:

X تعداد افراد خانوار	۳	۴	۵	۶	۷	۸	-
f_i فراوانی نسبی	۰/۰۵	۰/۱۴	۰/۳۰	۰/۲۵	۰/۱۶	۰/۱۰	۱

متوسط تعداد افراد خانوار را در این منطقه محاسبه کنید.

۹- خواص میانگین حسابی را بیان کنید. این خواص چه اهمیتی دارند و کاربردشان چیست؟

۱۰- اگر در توزیعهای فاصله‌ای، فاصله طبقات نامساوی باشد، می‌توان از روش کوتاه،

میانگین را محاسبه نمود؟ چرا؟

۱۱- میانگین تمرین ۷ را با استفاده از روش کوتاه، محاسبه نمایید.

۱۲- میانه را تعریف کنید.

- ۱۳- اگر حجم مشاهدات در جامعه، زوج باشد، میانه را چگونه تعیین می‌کنند؟
- ۱۴- یکی از خواص میانه که لزوم آن را در آمار، اجباری می‌سازد، کدام است؟
- ۱۵- اگر توزیع صفت، به وسیله جدول توزیع فراوانیها، بیان شده باشد، میانه را چگونه محاسبه می‌کنند؟
- ۱۶- تعداد تصادفات اتومبیل در روز، در یک شهر، طی دو ماه گذشته به صورت جدول زیر گروه‌بندی شده است :

X تعداد تصادف	۱۰	۱۲	۱۵	۱۶	۱۸	۲۰	-
F_i روز	۳	۱۵	۱۸	۱۴	۷	۳	۶۰

- میانه را برای تعداد تصادفات اتومبیل به دست آورید.
- ۱۷- مبلغ اضافه کار پرداختی در یک شرکت تولیدی در ماه گذشته به صورت جدول زیر گروه‌بندی شده است :

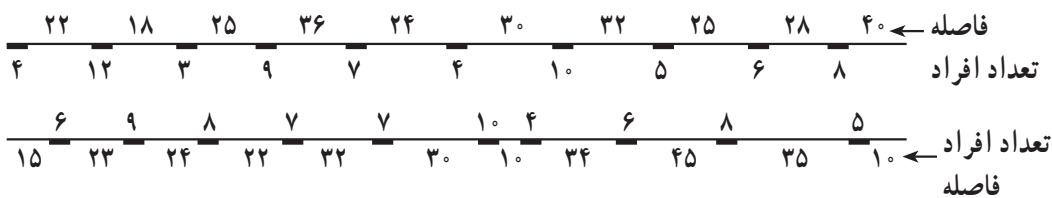
X مبلغ اضافه کار پرداختی بر حسب هزار تومان	۲۰-۳۰	۳۰-۳۵	۳۵-۴۰	۴۰-۴۵	۴۵-۵۰	-
F_i فراوانی	۸	۱۸	۲۵	۱۲	۷	۷۰

- میانه، اضافه کار پرداختی در این شرکت، چقدر است؟
- ۱۸- میزان پارچه‌های تولید شده در کارخانه‌های بافندگی کشور در سال گذشته به صورت جدول صفحه بعد گروه‌بندی شده است : (واحد میلیون متر پارچه)

تعداد کارخانه	پارچه تولیدشده برحسب میلیون متر
F_i	X
۵	۱۰ و کمتر
۱۷	۱۰-۲۰
۲۸	۲۰-۴۰
۳۵	۴۰-۶۰
۲۵	۶۰-۱۰۰
۱۰	۱۰۰ و بیشتر
۱۲۰	-

میانه پارچه تولید شده در کارخانه‌های بافندگی کشور را محاسبه کنید.

- ۱۹- یکی از خواص مهم میانه، که در برنامه‌ریزیها مورد استفاده قرار می‌گیرد، کدام است؟
- ۲۰- فرض کنید شرکت اتوبوسرانی تصمیم دارد در یک خیابان به طول ۲۸۰ متر، یک ایستگاه اتوبوس دایر کند، با توجه به مشخصات شکل زیر و با استفاده از خاصیت میانه، نقطه مناسب محل ایستگاه را مشخص کنید.



(اعداد خارج از معبر فاصله‌ها را و اعداد داخل معبر تعداد افراد ساکن در خانه‌ها را نشان می‌دهد.)

- ۲۱- نما را تعریف کنید.
- ۲۲- نمرات درس ریاضی برای دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر گروه‌بندی شده است:

X نمره ریاضی	۶	۷	۸	۱۰	۱۱	۱۲	۱۴	۱۶	-
F_i فراوانی	۳	۲	۵	۱۲	۶	۱۵	۷	۴	۵۴

نما برای نمرات درس ریاضی، چه نمره‌ای است؟

۲۳- نما را برای تمرین ۸، به دست آورید.

۲۴- نما را برای تمرین ۷ (سن کارگران یک واحد تولیدی) محاسبه کنید.

۲۵- نما را برای تمرین ۱۷ (اضافه کار پرداختی) محاسبه کنید.

۲۶- نما را برای تمرین ۱۶ (تعداد تصادفات اتومبیل) به دست آورید.

۲۷- نما را برای تمرین ۱۷ با استفاده از شکل هیستوگرام به دست آورید.

۲۸- در توزیعهای قرینه، چه رابطه‌ای بین مشخصه‌های مرکزی (میانگین، میانه و نما)، وجود

دارد؟

۲۹- در توزیعهای غیر قرینه (که انحراف آنها کم است)، چه رابطه‌ای بین میانگین، میانه و نما

وجود دارد؟ آن را بنویسید.

خودآزمونهای چهارگزینه‌ای

۱- کدام یک از گزینه‌های زیر، یکی از خواص میانگین را نشان می‌دهد؟

الف - $\sum (X_i - \bar{X}) = 0$ ب - $\sum (X_i - \bar{X}) = \max$

ج - $\sum (X_i - \bar{X}) > 0.5$ د - $\sum (X_i - \bar{X}) = \min$

۲- میانگین ۱۰ عدد برابر ۸ می‌باشد، $\sum X_i$ کدام است؟

الف - ۴۰ ب - ۱۶۰ ج - ۸۰ د - ۱۶

۳- اگر به تمامی مقادیر صفت متغیر، یک عدد ثابت مانند $a = 5$ اضافه کنیم،

الف - میانگین به اندازه ۵ واحد کم می‌شود.

ب - میانگین تغییری نمی‌کند.

ج - میانگین به اندازه ۵ واحد زیاد می‌شود.

د - میانگین دو برابر می‌شود.

۴- میانه ۳۲ عضو برابر ۱۶ می‌باشد، اگر فراوانی مطلق طبقه میانه ۶ و فاصله طبقه میانه ۴ و

فراوانی انباشته طبقه ماقبل $\frac{N}{4}$ ، ۱۰ باشد، کرانه پایین طبقه میانه، کدام است؟

الف - ۱۰ ب - ۸ ج - ۱۲ د - ۶

۵- کدام یک از گزینه‌های زیر یکی از خواص میانه می‌باشد؟

الف - $\sum (X_i - Me) = 0$ ب - $\sum |X_i - Me| = 0$

ج - $\sum |X_i - Me| = \max$ د - $\sum |X_i - Me| = \min$

۶- کدام یک از گزینه‌های زیر تعریف میانه است؟

الف - مقدار صفتی که بیشترین فراوانی را دارد.

ب - مقداری از صفت که در وسط توزیع مرتب شده قرار دارد.

ج - حاصل جمع مقادیر صفت تقسیم بر تعدادشان

د - بزرگترین اندازه صفت در جامعه

۷- هر توزیع صفت متغیر

الف - فقط یک میانگین و یک نما دارد.

ب - فقط یک میانه و یک نما دارد.

ج - فقط یک میانگین و یک میانه دارد.

د - بیش از یک میانه دارد.

۸- نهضت سوادآموزی، زمان پخش برنامه تلویزیونی را از زنان روستایی، نظرخواهی نموده

است، کدام مشخصه مرکزی برای تعیین زمان پخش برنامه نهضت مناسب است؟

الف - میانگین ب - میانه ج - نما د - هیچکدام

۹- در توزیعهای قرینه، کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

الف - $\bar{X} > Me > Mo$ ب - $\bar{X} < Me < Mo$

ج - $\bar{X} = Me = Mo$ د - $\bar{X} = 3Me - 2Mo$

۱۰- در توزیعهای تقریباً غیرقرینه کدام رابطه بین سه مشخصه مرکزی وجود دارد؟

الف - $\bar{X} = 3Me - 2Mo$ ب - $Mo = 3Me - 2\bar{X}$

ج - $Me = 3\bar{X} - 2Mo$ د - $Mo = 3\bar{X} - 2Me$