مقدمه

امروزه برای رفع بسیاری از مشکلات فرهنگی، اقتصادی، اجتماعی، نظامی و حتی سیاسی، از ریاضیات استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، پاسخ دادن به خیلی از سؤالات با استفاده از ریاضیات عملی‌تر است. مسئولین سطوح مختلف سازمان‌ها، برای تعیین اغلب اقلام مجهول و نامشخص، مثل پیش‌بینی نرخ تورّم یا قیمت نفت در سطح جهان یا نرخ بیکاری، از معادلات با متغیّرها و درجات مختلف استفاده می‌کنند.

هم‌چنین، مدیران برای برنامه‌ریزی دقیق در موقعیت‌های بحرانی و حسّاسی که متغیّرهای زیادی در امور دخالت دارند، ناچارند از تحقیق در عملیّات استفاده کنند. بدیهی است کسانی می‌توانند تحقیق در عملیّات را به خوبی به کار ببرند که با ریاضیات آشنا باشند. در این کتاب سعی شده است، با استفاده از ریاضیات، به حل برخی از مسائل موجود در امور مالی پرداخته شود. امید است با همکاری معلمان محترم مسائل بیش‌تری در زمینه‌های مربوط مطرح و در کلاس ارائه و حل و بحث گردد.

مؤلف

هدف کلی

ایجاد توانایی در انجام محاسبات به‌منظور تسلط در ثبت عملیات حسابداری.

فصل اوّل

محاسبات ذهنی

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل، از فراگیرنده انتظار می‌رود :

۱ــ ضرب و تقسیم‌های اعداد در «۵، ۵۰، ۵۰۰ و ...» و «۲۵، ۲۵۰، ۲۵۰۰ و...» را به‌طور ذهنی انجام دهد.

۲ــ «اعداد بین ۱۰ و ۲۰»، «اعداد دورقمی‌مختوم به ۵» و «مضارب ده‌دهی آن‌ها» را به‌صورت ذهنی درهم ضرب کند.

۳ــ اعداد قابل تبدیل به‌صورت $(a\pm b)^2$ و اتّحاد مزدوج را (که شکل ساده پیدا نمایند) با تبدیل آن‌ها به‌طور ذهنی ضرب نماید.

۴ــ «کسرهای متشکّل از صورت و مخرج به شکل عوامل ضرب» را با مهارت ساده نماید و قابلیّت تقسیم اعداد به ۲ تا ۱۱ را تشخیص دهد.

۵ــ کاربرد محاسبات ذهنی را در امور مالی انجام دهد.

۱ــ محاسبات ذهنی

۱ــ۱ ضرب اعداد در «۵، ۵۰، ۵۰۰ و...»

برای ضرب کردن هر عدد در «۵» راه‌های متعدّدی وجود دارد که به یک روش ساده‌ی آن اشاره می‌گردد.

۱ــ۱ــ ۱اگر بخواهیم عددی را در «۵» ضرب کنیم، می‌توانیم ابتدا عدد مورد نظر را در «۱۰» ضرب و سپس بر «۲» تقسیم کنیم.

مثال ۱ــ عدد ۱۶۵ را در ۵ ضرب کنید.

$$165 \times 5 = 165 \times \frac{10}{2} = \frac{1650}{2} = 825$$

انجام عملیّات به‌صورت ذهنی: صفر را در سمت راست عدد قرار می‌دهیم تا به ۱۶۵۰ تبدیل شود. حال ازسمت چپِ عدد شروع به تقسیم می‌نماییم $\frac{16}{2} = 8$ سپس ۵ را به ۲ تقسیم می‌کنیم که نتیجه‌ی آن ۲ می‌شود و یک باقی می‌ماند. عدد یک با توجّه به صفر، تبدیل به ده می‌شود که به ۲ تقسیم می‌گردد و پنج نتیجه‌ی آن است. پس، جواب ۸۲۵ می‌شود.

مثال ۲ــ عدد ۱۸۴ را در ۵ ضرب کنید.

یک صفر، در سمت راست عدد مزبور قرار می‌دهیم تا به ۱۸۴۰ تبدیل شود. حال از سمت چپِ عدد، شروع به تقسیم می‌نماییم. ۱۸ تقسیم بر ۲ می‌شود ۹، چهار تقسیم بر ۲ می‌شود ۲ و بالأخره صفر تقسیم بر ۲ می‌شود صفر. پس ۹۲۰ جواب سؤال ماست.

۲ــ۱ــ۱ضرب اعداد در «۲۵، ۲۵۰، ۲۵۰۰ و ...»: برای ضرب کردن هر عدد در ۲۵ راه‌های متعدّدی وجود دارد. امّا در این‌جا تنها به دو روش اشاره می‌گردد.

الف) برای ضرب کردن عددی مانند $A = \overline{a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0}$ در ۲۵ کافی است به روش‌های ذکر شده، عدد مورد نظر را دوبار در ۵ ضرب نماییم.

مثال ۳ــ حاصل‌ضرب عدد ۲۷ در ۲۵ را بیابید. $27 \times 25 = 27 \times 5 \times 5$

۲۷ را دوبار در ۵ ضرب می‌کنیم. $(27 \times 5) \times 5 = 135 \times 5 = 675$

یادآوری می‌شود برای ضرب هر عدد در ۵ پس از انجام چند تمرین، احتیاجی به قلم و کاغذ نیست.

ب) برای ضرب کردن عددی مانند A در ۲۵ می‌توانیم آن عدد را در ۱۰۰ ضرب و بر ۴ تقسیم نماییم. به‌عبارت دیگر، برای ضرب هر عدد در ۲۵، کافی است دو صفر در سمت راست آن عدد قرار داده، سپس به‌روش ذهنی، عدد جدید را به ۴ تقسیم نماییم.

مثال ۴ــ حاصل‌ضرب ۱۴ در ۲۵ را به‌صورت ذهنی پیدا کنید.

$$14 \times 25 = \frac{1400}{4} = 350$$

بدیهی است اگر حاصل‌ضرب عددی در ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ مورد نظر باشد کافی است آن عدد را در ۲۵ ضرب کنیم. سپس یک یا دو صفر به سمت راست عدد حاصل اضافه نماییم.

مثال ۵ــ حاصل‌ضرب ۲۴۵ در ۲۵۰۰ را به‌صورت ذهنی محاسبه کنید.

$$۲۴۵\times۲۵۰۰=(۲۴۵\times۲۵)\times۱۰۰=\frac{۲۴۵۰۰}{۴}\times۱۰۰=۶۱۲۵۰۰$$

و یا

$$(۲۴۵\times۵)\times۵\times۱۰۰=(۱۲۲۵\times۵)\times۱۰۰=۶۱۲۵۰۰$$

۲ــ۱ تقسیم اعداد بر «۵، ۵۰، ۵۰۰ و ...»

۱ــ۲ــ۱ برای تقسیم هر عدد بر ۵، کافی است آن عدد را در ۲ ضرب و بر ۱۰ تقسیم نماییم.

مثال ۶ــ حاصل تقسیم ۱۴۰ بر ۵ را بیابید.

$$۱۴۰\div۵=\frac{۱۴۰\times۲}{۱۰}=\frac{۲۸۰}{۱۰}=۲۸$$

۲ــ۲ــ۱ برای تقسیم هر عدد بر ۵۰، می‌توان آن عدد را در ۲ ضرب نمود و بر ۱۰۰ تقسیم کرد. برای تقسیم بر ۵۰۰ و ۵۰۰۰ و ... نیز به همین شکل، قابل محاسبه است.

مثال ۷ــ حاصل تقسیم ۱۸۶ بر ۵۰ را محاسبه کنید.

$$۱۸۶\div۵۰=\frac{۱۸۶\times۲}{۱۰۰}=\frac{۳۷۲}{۱۰۰}=۳/۷۲$$

مثال ۸ــ حاصل‌تقسیم ۲۷۰۰۰ بر ۵۰۰ را پیدا نمایید.

$$۲۷۰۰۰\div۵۰۰=\frac{۲۷۰۰۰\times۲}{۱۰۰۰}=\frac{۵۴۰۰۰}{۱۰۰۰}=۵۴$$

۳ــ۱ تقسیم اعداد بر «۲۵، ۲۵۰، ۲۵۰۰ و ...»

۱ــ۳ــ۱ برای تقسیم هر عدد بر ۲۵، می‌توان آن‌را در ۴ ضرب و بر ۱۰۰ تقسیم کرد. (زیرا $۲۵=\frac{۱۰۰}{۴}$ است.)

مثال ۹ــ ۶۲۵ را بر ۲۵ تقسیم و سپس پاسخ را مشخّص کنید.

$$۶۲۵\div۲۵=\frac{۶۲۵\times۴}{۱۰۰}=\frac{۲۵۰۰}{۱۰۰}=۲۵$$

۲ــ۳ــ۱ برای تقسیم هر عدد بر ۲۵۰ یا ۲۵۰۰ یا ... کافی است آن عدد را در ۴ ضرب و بر ۱,۰۰۰ یا ۱۰,۰۰۰ و یا ... تقسیم کنیم، زیرا $\frac{۴}{۱,۰۰۰}=\frac{۱}{۲۵۰}$ و $\frac{۴}{۱۰,۰۰۰}=\frac{۱}{۲۵۰۰}$ است.

مثال ۱۰ــ حاصل تقسیم ۳۵۰۰ بر ۲۵۰ را محاسبه کنید.

$$۳۵۰۰ \div ۲۵۰ = ۳۵۰۰ \times \frac{۴}{۱,۰۰۰} = \frac{۱۴۰۰۰}{۱,۰۰۰} = ۱۴$$

مثال ۱۱ــ حاصل تقسیم ۴۵۶۰ بر ۲۵۰۰ را پیدا کنید.

$$۴,۵۶۰ \div ۲,۵۰۰ = ۴,۵۶۰ \times \frac{۴}{۱۰,۰۰۰} = \frac{۱۸۲۴۰}{۱۰,۰۰۰} = ۱/۸۲۴$$

۴ــ۱ ضرب عدد دورقمی بین ۱۰ و ۲۰ در خودش

برای ضرب دو عدد دورقمی که بین ۱۰ و ۲۰ قرار دارند باید به این نکته توجه داشت که نتیجه، عددی سه رقمی بین $۱۰۰ = ۱۰^۲$ و $۴۰۰ = ۲۰^۲$ است.

برای پیدا کردن حاصل‌ضرب اعداد دو رقمی بین ۱۰ و ۲۰ در خودش به طریق زیر عمل می‌کنیم.

الف) رقم یکان آن دو عدد را در هم ضرب می‌کنیم. اگر حاصل یک‌رقمی‌است، آن‌را به‌نشانه‌ی اوّلین رقم سمت راست می‌نویسیم و اگر دو رقمی‌است رقم یکان آن‌را می‌نویسیم و دهگان آن را، یعنی ده بر یک یا بیست بر دو و یا ... در حافظه‌ی خود نگه می‌داریم.

ب) رقم یکان آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم و اگر دهگانی از قبل داشته باشیم به آن می‌افزاییم و به‌نشانه‌ی دومین رقم ثبت می‌نماییم. بدیهی است درصورتی که دهگانی داشته باشد به حافظه می‌سپاریم.

ج) رقم دهگان آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم و درصورتی که ازقبل دهگانی در حافظه داشته باشیم با آن جمع می‌کنیم و به‌نشانه‌ی سومین رقم در کنار رقم‌های قبلی می‌نویسیم.

مثال ۱۲ــ عدد ۱۳ را در خودش ضرب و نتیجه را محاسبه کنید.

الف) حاصل‌ضرب ۳×۳ رقم یکان را تشکیل می‌دهد. ۱۳×۱۳

ب) حاصل جمع ۳+۳ رقم دهگان را تشکیل می‌دهد.

ج) حاصل‌ضرب ۱×۱ رقم صدگان را تشکیل می‌دهد. ۱۶۹

مثال ۱۳ــ حاصل‌ضرب ۱۴×۱۴ را به‌دست آورید.

الف) حاصل‌ضرب ۴×۴ می‌شود ۱۶ ؛ ۶ را به‌نشانه‌ی رقم یکان می‌نویسیم و ۱ را در حافظه نگه می‌داریم.

ب) حاصل جمع ۴+۴ می‌شود ۸ ؛ آن‌را با عدد ۱ قبلی جمع می‌کنیم، حاصل رقم دهگان را

تشکیل می‌دهد (یعنی ۹).

ج) حاصل ضرب ۱×۱ برابر با ۱ خواهد بود که رقم صدگان را مشخص می‌نماید. درنتیجه جواب ۱۹۶ است.

مثال ۱۴ــ ۱۹×۱۹ را محاسبه نمایید.

الف) حاصل‌ضرب ۹×۹ می‌شود ۸۱ ؛ ۱ را به‌نشانه‌ی رقم یکان می‌نویسیم و هشتاد بر هشت را در حافظه نگه می‌داریم.

ب) حاصل جمع ۹ + ۹ می‌شود ۱۸، به‌علاوه ۸ قبلی می‌شود ۲۶ ؛ ۶ را به‌نشانه‌ی رقم دهگان می‌نویسیم و بیست بر دو را در حافظه نگه می‌داریم.

ج) حاصل‌ضرب ۱×۱ برابر با یک است، که با ۲ قبلی جمع می‌شود و حاصل آن ۳ می‌گردد که آن را به‌نشانه‌ی رقم صدگان درنظر می‌گیریم. پس جواب نهایی ۳۶۱ است.

مثال ۱۵ــ حاصل‌ضرب ۱۵×۱۵ را محاسبه نمایید.

الف) ۲۵ = ۵×۵ اوّلین رقم ۵ است.

ب) ۱۰ = ۵+۵ ، با ۲ قبلی جمع می‌شود پس دومین رقم (دهگان) ۲ است.

ج) ۱=۱×۱، با ۱ قبلی جمع می‌شود پس رقم صدگان نیز ۲ است.

در نهایت، جواب ما ۲۲۵ است.

۵ــ۱ ضرب اعداد دورقمی‌مختوم به ۵ در خودش

برای پیدا کردن حاصل‌ضرب این گونه اعداد باید به این نکته توجه نمود که نتیجه، عددی سه یا چهاررقمی‌است و دو رقم سمت راست حاصل‌ضرب این نوع اعداد، همیشه ۲۵ خواهد بود. برای پیدا کردن حاصل‌ضرب به‌طریق زیر عمل می‌کنیم.

به رقم دهگان یکی از اعداد، یک می‌افزاییم و در رقم دهگان دیگری ضرب می‌نماییم. حاصل‌ضرب را می‌نویسیم و ۲۵ را در سمت راست آن عدد قرار می‌دهیم.

$$\overline{a۵} \times \overline{a۵} = \overline{(a+۱)\times(a)(۲۵)}$$

دو رقم سمت راست حاصل‌ضرب این نوع اعداد همیشه ۲۵ خواهد بود.

مثال ۱۶ــ حاصل‌ضرب ۳۵×۳۵ را محاسبه کنید.

یک عدد به ۳ می‌افزاییم و در ۳ ضرب می‌نماییم $\qquad (۳+۱)(۳)=۱۲$

حاصل ۱۲ است. سپس ۲۵ را در سمت راست آن قرار می‌دهیم.

جواب می‌شود ۱۲۲۵

نتیجه برابر است با حاصل‌ضرب ۳۵×۳۵

مثال ۱۷ــ حاصل‌ضرب ۸۵×۸۵ را پیدا کنید.

جواب می‌شود ۷۲۲۵ $\quad$ ۷۲ = (۸)(۱+۸)

۶ــ۱ ضرب دو عدد با استفاده از اتّحاد مزدوج

یادآوری: اتحاد مزدوج $(a-b)(a+b)=a^{2}-b^{2}$

در ضرب دو عدد، گاهی می‌توان از اتّحاد مزدوج استفاده نمود و جواب را محاسبه کرد. زمانی که فاصله‌ی اضافی و نقصانی دو عدد نسبت به عدد مختوم به صفر مثل ۱۰۰ یا ۱,۰۰۰ یا ۵۰ و یا ... به یک اندازه باشد، می‌توان از این اتحاد استفاده نمود و پاسخ را محاسبه کرد.

مثال ۱۸ــ حاصل‌ضرب ۹۹×۱۰۱ را پیدا کنید.

چون فاصله هر دو عدد نسبت به ۱۰۰ به یک اندازه است، ازاتّحاد مزدوج استفاده می‌نماییم.

۹,۹۹۹ = ۱ − ۱۰,۰۰۰ = (۱ − ۱۰۰)(۱ + ۱۰۰)

عدد مختوم به صفر را a فرض می‌کنیم و فاصله‌ی آن اعداد تا a را b می‌نامیم.

به‌عبارت دیگر، نصف مجموع دو عدد را a و نصف تفاضل آن دو عدد را b فرض می‌کنیم و با استفاده از فرمول اتّحاد مزدوج، پاسخ به‌راحتی قابل محاسبه است.

مثال ۱۹ــ حاصل‌ضرب ۹۹۷×۱۰۰۳ را محاسبه کنید.

حاصل جمع این دو عدد ۲۰۰۰ است، درنتیجه نصف آن ۱۰۰۰ می‌شود.

تفاضل این دو عدد ۶ است ؛ درنتیجه نصف آن ۳ می‌شود.

بنابراین : ۹۹۹,۹۹۱ = ۹ − ۱,۰۰۰,۰۰۰ = ۹۹۷×۱۰۰۳

مثال ۲۰ــ حاصل‌ضرب ۹,۹۹۵×۱۰۰۰۵ را محاسبه کنید.

مجموع این دو عدد ۲۰۰۰۰ است، درنتیجه نصف آن ۱۰۰۰۰ می‌شود.

تفاضل این دو عدد ۱۰ است، در نتیجه نصف آن ۵ می‌شود.

بنابراین : ۹۹,۹۹۹,۹۷۵ = ۲۵ − ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ = (۵ − ۱۰,۰۰۰) (۵ + ۱۰,۰۰۰)

مثال ۲۱ــ حاصل‌ضرب ۵۹×۶۱ را پیدا کنید.

نصف مجموع این دو عدد ۶۰ و نصف تفاضل این دو عدد ۱ است.

بنابراین : ۳,۵۹۹ = ۱ − ۳۶۰۰ = (۱ − ۶۰) (۱ + ۶۰)

۷ـ۱ مجذور نمودن اعداد با استفاده از اتحاد اوّل و دوم

یادآوری :

اتحاد اوّل $(a+b)^{۲} = a^{۲} + b^{۲} + ۲ab$

اتحاد دوم $(a-b)^{۲} = a^{۲} + b^{۲} - ۲ab$

برای مجذور کردن اعدادی که نزدیک به اعداد مختوم به صفرند، می‌توان از این اتحادها استفاده نمود و به‌صورت ذهنی پاسخ را پیدا کرد. در این‌گونه موارد باید بتوان عدد مورد نظر را که قرار است مجذور شود، تبدیل به مجموع یا تفاضل دو عددی نمود که لااقل یکی مختوم به صفر باشد سپس با استفاده از فرمول پاسخ را مشخص نمود. به مثال‌های زیر توجّه کنید تا موضوع روشن‌تر شود.

مثال ۲۲ـ عدد ۱،۰۰۱ را به توان ۲ برسانید.

فرض می‌کنیم $a=۱۰۰۰$ و $b=۱$ است. بنابراین، با استفاده از اتّحاد اوّل می‌توان نوشت :

$$(۱,۰۰۰+۱)^{۲} = ۱,۰۰۰,۰۰۰+۱+۲,۰۰۰ = ۱,۰۰۲,۰۰۱$$

مثال ۲۳ـ عدد ۱،۹۹۹ را به توان ۲ برسانید.

فرض می‌کنیم $a=۲,۰۰۰$ و $b=۱$ است ؛ بنابراین، با استفاده از اتحاد دوم، می‌توان نوشت :

$$(۲,۰۰۰-۱)^{۲} = ۴,۰۰۰,۰۰۰+۱-۴,۰۰۰ = ۳,۹۹۶,۰۰۱$$

۸ ـ۱ نحوه‌ی تعیین باقی‌مانده‌ی تقسیم اعداد بر ۲ تا ۱۱

اگر بخواهیم ببینیم در عدد a چند عدد b وجود دارد، باید a را بر b تقسیم کنیم. a را مقسوم و b را مقسوم‌علیه نامند. از تقسیم این دو، عددی مانند q به‌نام خارج قسمت به‌دست می‌آید که نشانگر تعداد bهایی است که در a وجود دارد و هم‌چنین ممکن است باقی‌مانده‌ای کوچک‌تر از مقسوم علیه داشته باشد که آن‌را با r نمایش می‌دهیم. این رابطه $a = b \times q + r$ وقتی درست است که $r < b$ باشد. بدیهی است درصورتی‌که $r = ۰$ باشد، آن‌گاه می‌توان گفت که a بر b قابل تقسیم است. مثل ۷۶ که بر ۲ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی آن صفر است. امّا ۷۷ بر ۲ قابل قسمت نیست و باقی‌مانده‌ی آن مخالف صفر است (باقی‌مانده‌ی آن ۱ است).

۱ـ ۸ ـ ۱ قابلیّت تقسیم بر ۲: عددی به ۲ قابل قسمت است که رقم یکان آن زوج یا صفر باشد. چنان‌چه آخرین رقم سمت راست آن عدد فرد باشد، نتیجه می گیریم که آن عدد بر ۲ قابل قسمت نیست و باقی‌مانده‌اش یک است.

مثال ۲۴ـــ آیا ۴۲۱ بر دو قابل قسمت است؟ چنان‌چه جواب منفی است، باقی‌مانده‌ی آن‌را پیدا کنید.

چون آخرین رقم سمت راست این عدد فرد است ؛ بنابراین بر ۲ قابل قسمت نیست و باقی‌مانده‌ی آن یک است.

مثال ۲۵ـــ آیا ۷۱۸ بر دو قابل قسمت است؟ باقی‌مانده‌ی آن‌را نیز معیّن کنید. چون آخرین رقم سمت راست آن زوج است، پس به ۲ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۲، صفر است.

۲ـــ۸ ـــ۱ قابلیّت تقسیم بر ۳: عددی بر ۳ قابل قسمت است که مجموع ارقامش بر ۳ قابل قسمت باشد. در این‌صورت باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۳ صفر است. چنان‌چه عددی بر ۳ قابل قسمت نباشد، باقی‌مانده‌ی آن عدد بر ۳، یک یا دو است. برای پیدا کردن باقی‌مانده‌ی عددی که به ۳ قابل قسمت نیست، باید از مجموع ارقام آن مضرب‌های ۳ را کسر نمود.

مثال ۲۶ـــ آیا ۲۳۱ بر ۳ قابل قسمت است؟ باقی‌مانده‌ی تقسیم آن‌را بر ۳ نیز تعیین کنید. چون $۶ = ۱ + ۳ + ۲$ است و عدد ۶ مضرب ۳ است، پس این عدد به ۳ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی آن صفر است.

مثال ۲۷ـــ آیا ۳۲۲ بر ۳ قابل قسمت است؟ باقی‌مانده‌ی تقسیم آن را بر ۳ نیز معیّن نمایید. چون $۷ = ۲ + ۲ + ۳$ ، مضرب ۳ نیست پس عدد ۳۲۲ بر ۳ قابل قسمت نیست. برای تعیین باقی‌مانده، کافی است نزدیک‌ترین مضرب ۳ را از مجموع ارقام آن کم نماییم :

$$۷ - ۶ = ۱$$

یا عدد ۷ را بر ۳ تقسیم کرد، تا باقی‌مانده‌ی یک به‌دست آید.

پس باقی‌مانده‌ی تقسیم ۳۲۲ بر ۳، برابر با ۱ است.

۳ـــ۸ ـــ۱ قابلیّت تقسیم بر ۴: عددی به ۴ قابل قسمت است که دو رقم سمت راست آن صفر یا بر ۴ قابل قسمت باشد. چنان‌چه عددی بر ۴ قابل قسمت نباشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۴ عدد ۱، ۲ یا ۳ است. برای یافتن باقی‌مانده‌ی عددی که به چهار قابل قسمت نباشد، باید نزدیک‌ترین عدد مضرب ۴ را از آن عدد کم نمود تا باقی‌مانده‌ای کوچک‌تر از ۴ به‌دست آید.

مثال ۲۸ـــ آیا عدد ۵۱۲۴ به ۴ قابل قسمت است؟

چون ۲۴ به ۴ قابل قسمت است، پس این عدد به ۴ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۴، صفر است.

مثال ۲۹ــ آیا عدد ۷۲۴۳ به ۴ قابل قسمت است؟ باقی‌مانده‌ی تقسیم آن‌را بر ۴ نیز پیدا کنید.

از آن‌جا که ۴۳ به ۴ قابل قسمت نیست عدد ۷۲۴۳ نیز به ۴ قابل قسمت نیست. روشن است که باقی‌مانده‌ی تقسیم ۴۳ بر ۴ عددی به‌جز ۳ نیست. بنابراین، باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۴ عدد ۳ است.

روش دیگر: رقم یکان را در $۲^{۰}$ و رقم دهگان را در $۲^{۱}$ ضرب و حاصل آن‌ها را با هم جمع می‌نماییم. اگر حاصل بزرگ‌تر یا مساوی ۴ باشد مضارب ۴ را از آن کم می‌کنیم تا مانده به کم‌تر از چهار برسد.

$$(۳\times۲^{۰})+(۴\times۲^{۱})=۳+۸=۱۱$$

$$۱۱-۸=۳$$

۴ــ ۸ ــ۱ قابلیّت تقسیم بر ۵: عددی بر ۵ قابل قسمت است که رقم اوّل سمت راست آن صفر یا پنج باشد. درغیراین‌صورت، آن عدد بر ۵ قابل قسمت نیست. برای تعیین باقی‌مانده‌ی آن عدد بر۵ کافی است به رقم اوّل سمت راست آن توجّه کنیم. اگر این رقم از ۵ کوچک‌تر است، پس باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۵، خود این عدد است. ولی اگر این رقم بیش‌تر از ۵ باشد باید ۵ واحد از آن کم کرد تا باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۵ مشخص گردد.

مثال ۳۰ــ آیا عدد ۴۶۵ به ۵ قابل قسمت است؟ باقی‌مانده‌ی آن‌را نیز تعیین کنید.

چون رقم اوّل سمت راست آن ۵ است، پس این عدد به ۵ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۵، صفر است.

مثال ۳۱ــ آیا عدد ۷۵۳۸ به ۵ قابل قسمت است؟ باقی‌مانده‌ی تقسیم آن‌را بر ۵ نیز معیّن کنید.

از آن‌جا که رقم اوّل سمت راست آن صفر یا پنج نیست، پس این عدد بر پنج قابل قسمت نیست و باقی‌مانده‌ی آن بر پنج برابر با ۳ است، زیرا $۸-۵=۳$

۵ ــ ۸ ــ۱ قابلیّت تقسیم بر ۶: عددی بر ۶ قابل قسمت است که هم بر ۲ و هم بر ۳ قابل قسمت باشد. در این صورت باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۶، صفر است. اگر عددی بر ۶ قابل قسمت نباشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۶، عددی کوچک‌تر از آن است. برای پیدا کردن باقی‌مانده کافی است نزدیک‌ترین عدد مضرب ۶ را از آن عدد کم نمود تا باقی‌مانده‌ای کوچک‌تر از ۶ به‌دست آید.

مثال ۳۲ــ آیا عدد ۷۶۷۱ بر ۶ قابل قسمت است؟

با توجه به این‌که این عدد، زوج نیست پس بر ۲ قابل قسمت نیست، درنتیجه بر ۶ نیزقابل قسمت نخواهد بود. برای پیدا کردن باقی‌مانده کافی است عدد ۷۶۶۸ را که نزدیک‌ترین عدد مضرب ۶ به آن عدد است از آن کم نمود.

$$۷۶۷۱ - ۷۶۶۸ = ۳$$

پس باقی‌مانده برابر با ۳ است.

مثال ۳۳ــ آیا عدد ۴۳۲ بر ۶ قابل قسمت است؟

از آن‌جا که این عدد زوج است، پس بر ۲ قابل قسمت است. از طرفی مجموع ارقامش $(۹ = ۲ + ۳ + ۴)$، ۹ است که بر ۳ قابل قسمت است. درنتیجه، این عدد بر ۶ قابل قسمت و باقی‌مانده‌ی آن صفر است.

۶ ــ ۸ ــ ۱ قابلیّت تقسیم بر ۷: عددی بر هفت قابل قسمت است که باقی‌مانده‌ی آن بر هفت صفر است. برای این‌که باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد A، $A = \overline{a_{n-۱}a_{n-۲}...a_۲a_۱a_۰}$ بر ۷ را به‌دست آوریم، به‌شرح زیر عمل می‌کنیم :

اوّلین رقم سمت چپ عدد مورد نظر یعنی $a_{n-۱}$ را سه برابر می‌کنیم و با رقم بعدی یعنی $a_{n-۲}$ جمع می‌نماییم. سپس مضرب‌های هفت آن‌را کسر و باقی‌مانده را سه برابر می‌کنیم و با $a_{n-۳}$ جمع می‌نماییم. پس از کسر مضارب هفت از آن، مجدّداً به همین روش ادامه می‌دهیم تا باقی‌مانده‌ی نهایی حاصل شود.

مثال ۳۴ــ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۵۴۷۲ بر ۷ را پیدا کنید.

رقم ۵ را ابتدا سه برابر و سپس آن را با ۴ جمع می‌کنیم. $۵ \times ۳ = ۱۵$

$۱۵ + ۴ = ۱۹$

مضرب ۷ یعنی ۱۴ را از آن کم می‌کنیم ؛ باقی‌مانده ۵ می‌شود. $۱۹ - ۱۴ = ۵$

$۵ \times ۳ = ۱۵$

۵ را ابتدا سه برابر و سپس آن را با ۷ جمع می‌کنیم. $۱۵ + ۷ = ۲۲$

مضرب هفت یعنی ۲۱ را از آن کسر می‌نماییم. $۲۲ - ۲۱ = ۱$

نتیجه یعنی ۱ را سه برابر و سپس آن را با ۲ جمع می‌کنیم. $۱ \times ۳ = ۳$

عدد ۵ حاصل می‌شود که باقی‌مانده تقسیم عدد ۵۴۷۲ بر ۷ است. $۳ + ۲ = ۵$

مثال ۳۵ــ آیا عدد ۱۸۱۳ به هفت قابل قسمت است؟

$۱ \times ۳ = ۳$

اولین رقم را سه برابر می‌نماییم و نتیجه را با دومین رقم جمع می‌کنیم. $۳+۸=۱۱$

$۱۱-۷=۴$

مضرب ۷ را از آن کسر و مجدّداً سه برابر می‌کنیم. $۴\times۳=۱۲$

$۱۲+۱=۱۳$

و به‌همین ترتیب ادامه می‌دهیم. $۱۳-۷=۶$

$۶\times۳=۱۸$

$۱۸+۳=۲۱$

$۲۱-۲۱=۰$

نتیجه صفر می‌شود، پس عدد ۱۸۱۳ بر ۷ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی آن بر ۷، صفر است.

۷ــ۸ــ ۱ قابلیّت تقسیم بر ۸: عددی به ۸ قابل قسمت است که عدد متشکل از سه رقم اوّل سمت راست آن، به هشت قابل قسمت باشد، و یا سه رقم سمت راست آن صفر باشد.

برای پیداکردن باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد A، $A=\overline{a_{n-۱}a_{n-۲}\ldots a_۲a_۱a_۰}$ بر ۸ کافی است باقی‌مانده‌ی عدد $\overline{a_۲a_۱a_۰}$ را بر ۸ محاسبه نماییم. به عبارت دیگر باقی‌مانده‌ی سه رقم اول سمت راست آن عدد را بر ۸ حساب می‌کنیم یعنی رقم یکان را در $۲^۰$، رقم دهگان را در $۲^۱$ و رقم صدگان را در $۲^۲$ ضرب و حاصل آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم، در صورتی‌که حاصل بزرگ‌تر یا مساوی ۸ باشد، مضارب ۸ را از آن کم می‌کنیم تا مانده به کم‌تر از ۸ برسد.

مثال ۳۶ــ آیا عدد ۱۸۴۸ به هشت قابل قسمت است؟

از آن‌جا که ۸۴۸ به هشت قابل قسمت است، پس ۱۸۴۸ نیز به هشت قابل قسمت است. (برای پیدا کردن باقی‌مانده‌ی ۸۴۸ به ۸، اوّلین رقم سمت چپ را با ۸ مقایسه می‌کنیم تا درصورتی‌که بزرگ‌تر یا مساوی ۸ باشد ۸ را از آن کسر نماییم، سپس باقی‌مانده را با رقم بعدی یعنی ۴ کنار هم قرار می‌دهیم و مجدّداً مضرب ۸ را از آن کم می‌کنیم و بالأخره باقی‌مانده را با آخرین رقم یعنی ۸ کنار هم قرار می‌دهیم و مضرب ۸ را از آن کم می‌کنیم. باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۸ مشخص می‌گردد.)

مثال ۳۷ــ آیا عدد ۵,۴۷۳,۰۰۰ به ۸ قابل قسمت است؟

چون سه رقم سمت راست آن صفر است، پس این عدد به ۸ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۸، برابر با صفر است.

مثال ۳۸ــ آیا عدد ۷۴۵۵ به ۸ قابل قسمت است؟

چون ۴۵۵ به ۸ قابل قسمت نیست (عدد فرد است)، پس ۷۴۵۵ نیز به ۸ قابل قسمت نیست. امّا برای یافتن باقی‌مانده که عددی بزرگ‌تر از صفر و کم‌تر از ۸ است، لازم است نزدیک‌ترین عدد سه‌رقمی مضرب ۸ به ۴۵۵ را پیدا نمود و از ۴۵۵ کم کرد که آن عدد ۴۴۸ است.

$$۴۵۵ - ۴۴۸ = ۷$$

بنابراین، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۷۴۵۵ بر ۸، برابر با ۷ است. بدیهی است اگر از عدد ۷۴۵۵ عدد ۷ را کم کنیم، عددی باقی می‌ماند که به ۸ قابل قسمت است.

$$۷۴۵۵ - ۷ = ۷۴۴۸$$

$$(۵\times ۲^{۰}) + (۵\times ۲^{۱}) + (۴\times ۲^{۲}) = ۵ + ۱۰ + ۱۶ = ۳۱$$

رقم یکان را در $۲^{۰}$، رقم دهگان را در $۲^{۱}$ و رقم صدگان را در $۲^{۲}$ ضرب می‌کنیم و حاصل آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم. چون ۳۱ بزرگ‌تر از ۸ است ۲۴ را از آن کم می‌کنیم $۳۱ - ۲۴ = ۷$ پس باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۷۴۵۵ بر ۸ برابر با ۷ است.

ملاحظه می‌شود که ۷۴۴۸ به ۸ قابل قسمت است زیرا ۴۴۸ به ۸ قابل قسمت است.

۸ـــ۸ـــ۱ قابلیّت تقسیم بر ۹: عددی به ۹ قابل قسمت است که مجموع ارقامش به ۹ قابل قسمت باشد. بدیهی است اگر از مجموع ارقامش نزدیک‌ترین مضرب ۹ را کسر کنیم و باقی‌مانده، عددی کوچک‌تر از ۹ شود، این عدد، باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۹ است.

مثال ۳۹ـــ آیا ۲۹۳۴ به ۹ قابل قسمت است؟

مجموع ارقام آن عدد را محاسبه می‌نماییم: $۲ + ۹ + ۳ + ۴ = ۱۸$

چون ۱۸ مضرب ۹ است، پس آن عدد به ۹ قابل قسمت است.

مثال ۴۰ـــ آیا ۵۳۷۶ به ۹ قابل قسمت است؟

مجموع ارقام آن عدد را محاسبه می‌کنیم: $۵ + ۳ + ۷ + ۶ = ۲۱$

مضرب ۹ را از آن کم می‌نماییم: $۲۱ - ۱۸ = ۳$

پس، این عدد به ۹ قابل قسمت نیست و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۹، برابر با ۳ است.

۹ـــ۸ـــ۱ قابلیت تقسیم بر ۱۰: عددی به ۱۰ قابل قسمت است که اوّلین رقم سمت راست آن صفر باشد. بدیهی است اگر رقم سمت راست آن، رقمی غیر از صفر باشد، همان رقم باقی‌مانده‌ی تقسیم آن عدد بر ۱۰ است.

مثال ۴۱ــ آیا ۲۶۵۴ بر ۱۰ قابل قسمت است؟ اگر جواب منفی است باقی‌مانده‌ی آن را محاسبه کنید.

چون اوّلین رقم سمت راست آن صفر نیست، پس این عدد بر ۱۰ قابل قسمت نیست و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۱۰،عدد ۴ است زیرا اوّلین رقم سمت راست آن ۴ است.

مثال ۴۲ــ آیا ۵۶۷۰ بر ۱۰ قابل قسمت است؟ چون رقم اوّل سمت راست آن عدد صفر است، پس بر ۱۰ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی آن صفر خواهد بود.

۱۰ــ۸ ــ ۱ قابلیّت تقسیم بر ۱۱: فرض کنیم عدد صحیح A شامل n رقم باشد $A=\overline{a_{n-۱}a_{n-۲}\dots a_۲a_۱a_۰}$ مکان ارقام A را از راست به چپ، به‌ترتیب زوج و فرد، درنظر می‌گیریم و سپس ارقام در مکان‌های زوج را پس از جمع، از مجموع ارقام مکان‌های فرد منها می‌کنیم، اگر باقی‌مانده صفر باشد، عدد بر۱۱قابل قسمت است. ولی اگر باقی‌مانده مثبت و کم‌تر از ۱۱ بود، همان عدد باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد A بر ۱۱ خواهد بود. امّا اگر باقی‌مانده منفی یا مثبت و بزرگ‌تر از ۱۱ بود، آن‌گاه باید مضرب ۱۱ را به‌آن اضافه یا کم نمود تا باقی‌مانده‌ی واقعی که کوچک‌تر از ۱۱ است، به‌دست آید.

مثال ۴۳ــ بررسی کنید که عدد ۲۷۴۹۳ بر ۱۱ بخش‌پذیر است یا خیر؟
چنان‌چه جواب منفی است، باقی‌مانده‌ی آن‌را بر ۱۱ پیدا کنید.

$$(۳+۴+۲)-(۹+۷)=۹-۱۶=-۷$$

$$-۷+۱۱=۴$$

ارقام در مکان‌های زوج را با هم و ارقام در مکان‌های فرد را نیز با هم جمع می‌نماییم. تفاوت آن‌ها ۷− است، که با اضافه‌کردن ۱۱ به‌آن، نتیجه ۴ می‌شود. پس، این عدد بر ۱۱ قابل قسمت نیست و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۱۱،عدد ۴ است.

مثال ۴۴ــ آیا ۱۱۹۳۵ بر ۱۱ قابل قسمت است؟

ارقام در مکان‌های زوج را با هم $۵+۹+۱=۱۵$

و ارقام در مکان‌های فرد را با هم جمع می‌نماییم. $۳+۱=۴$

تفاوت آن‌ها ۱۱ است. $۱۵-۴=۱۱$

چون ۱۱ مضرب ۱۱ است، پس آن عدد به ۱۱ قابل قسمت است و باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۱۱ نیز، صفر می‌شود.

۹ــ۱ ساده کردن کسر

اگر صورت و مخرج کسری، دارای عامل مشترکی **مخالف صفر** و غیر از یک باشند، می‌توانیم آن‌ها را بر آن عامل مشترک تقسیم کنیم. به عبارت دیگر، برای ساده کردن کسر باید صورت و مخرج آن‌را جداگانه به ***عوامل ضرب تجزیه*** نمود. سپس در صورت اشتراک عوامل ضرب، **مخالف صفر** بین صورت و مخرج آن‌ها را حذف کرد.

بدیهی است چنان‌چه هیچ عامل مشترکی بین صورت و مخرج به‌جز ۱ نباشد، نتیجه می‌گیریم که این کسر ساده نیست. به این نوع کسرها، کسر تحویل‌ناپذیر گویند.

مثال ۴۵ــ در صورت امکان، کسر $\frac{۲۱}{۲۲}$ را ساده کنید.

$$\frac{۲۱}{۲۲}=\frac{۳\times۷}{۲\times۱۱}$$

چون در صورت و مخرج کسر هیچ عامل مشترکی یافت نمی‌شود این کسر تحویل‌ناپذیر است و ساده نمی‌شود.

مثال ۴۶ــ در صورت امکان، کسر $\frac{۱۵۰}{۲۱}$ را ساده کنید.

$$\frac{۱۵۰}{۲۱}=\frac{۲\times\cancel{۳}\times۵\times۵}{\cancel{۳}\times۷}$$

تنها عامل مشترک بین صورت و مخرج ۳ است. پس :

$$\frac{۱۵۰}{۲۱}=\frac{۵۰}{۷}$$

مثال ۴۷ــ در صورت امکان ،کسر $\frac{۲۱۰}{۳۱۵}$ را ساده کنید.

$$\frac{۲۱۰}{۳۱۵}=\frac{۲\times\cancel{۳}\times\cancel{۵}\times\cancel{۷}}{\cancel{۳}\times\cancel{۵}\times\cancel{۷}\times۳}$$

$$\frac{۲۱۰}{۳۱۵}=\frac{۲}{۳}$$

عوامل مشترک ۳، ۵، ۷ بین صورت و مخرج قابل حذف کردن‌اند. بنابراین، با حذف آن‌ها کسر $\frac{۲}{۳}$ حاصل می‌گردد.

۱۰ــ۱ کاربرد محاسبات ذهنی در امور مالی

همان‌طور که در درس حسابداری خوانده‌اید، حسابداران معمولاً در پایان دوره‌ی مالی، فهرستی از حساب‌های دفتر کل و مانده‌ی آن‌ها را تحت عنوان «تراز آزمایشی» تهیه می‌کنند تا بر این اساس راحت‌تر بتوانند صورت‌های مالی را تهیه نمایند. از طرف دیگر اگر جمع کل ارقام ستون بدهکار و ستون بستانکار تراز آزمایشی با هم برابر باشد، حسابداران از صحت ثبت، انتقال و مانده‌گیری حساب‌ها تا حد بسیار بالایی اطمینان حاصل می‌کنند. امّا اگر جمع کل ارقام ستون بدهکار و ستون بستانکار تراز آزمایشی با هم برابر نباشد، در این‌صورت اشتباهی رخ داده و حسابدار موظف است آن را بیابد و برطرف نماید. برای این‌که حسابداران بتوانند اشتباه را از میان انبوه ثبت‌های دفتر روزنامه و نیز صفحات دفتر کل سریع‌تر پیدا کنند، باید از محاسبات ذهنی استفاده کنند. به این ترتیب که اگر اختلاف جمع دو ستون بدهکار و بستانکار تراز آزمایشی قابل تقسیم بر عدد ۲ باشد در این‌صورت به احتمال زیاد، اشتباهاً یک بدهکار در سمت بستانکار ثبت شده یا بالعکس. برای مثال، اگر در انتقال ارقام از دفتر روزنامه به دفتر کل ۲۵۰ ریال بدهکار حساب دریافتنی را اشتباهاً به بستانکار حساب دریافتنی در دفتر کل منتقل کرده باشیم در این‌صورت وقتی تراز آزمایشی را از روی مانده‌ی ارقام دفتر کل تهیه می‌کنیم، بین ستون بدهکار و بستانکار جمعاً ۵۰۰ ریال اختلاف وجود دارد که ۵۰۰ عددی قابل تقسیم بر عدد ۲ است. از تقسیم ۵۰۰ بر ۲ عدد ۲۵۰ به‌دست می‌آید و به‌این ترتیب حسابدار متوجه می‌شود که برای رفع اشتباه موجود باید عدد ۲۵۰ را در دفتر روزنامه و دفتر کل ردیابی کند. مثال دیگر این که اگر اختلاف دو ستون بدهکار و ستون بستانکار تراز آزمایشی قابل تقسیم بر عدد ۹ باشد، در این‌صورت اختلاف موجود می‌تواند ناشی از جا انداختن یا اضافه نوشتن یک صفر آخر اعداد یا ثبت مقلوب (مثلاً ۳۲ را اشتباهاً ۲۳ بنویسیم) باشد. برای مثال، اگر رقم وجه‌نقد را به جای ۲۱۰۰۰ ریال اشتباهاً ۲۱۰۰ ریال به دفتر کل منتقل کنیم در این‌صورت در تراز آزمایشی جمع ۲ ستون بدهکار و بستانکار به اندازه‌ی ۱۸۹۰۰ ریال = (۲۱۰۰−۲۱۰۰۰) اختلاف خواهد داشت. از آن‌جا که ۱۸۹۰۰ عددی قابل تقسیم بر ۹ و حاصل این تقسیم برابر ۲۱۰۰ است، بنابراین حسابدار به این موضوع رهنمون می‌شود که به احتمال زیاد اشتباه مربوط به موردی بوده که عدد آن ۲۱۰۰ است و این عدد را ردیابی می‌کند.

همان‌طور که ملاحظه کردید، محاسبات ذهنی می‌تواند به حسابداران در یافتن اشتباهاتشان، که کار وقت‌گیری است، تا حدود زیادی کمک کند که دو مورد مذکور نمونه‌ای از آن بود.

تمرین‌های فصل اوّل

در حد امکان، سعی کنید مسائل را به‌طور ذهنی پاسخ دهید.

۱ــ حاصل‌ضرب ۴۱ ، ۲۰۰ ، ۳۴ ، ۱,۴۵۶ در ۵۰ را به‌صورت ذهنی محاسبه کنید.

۲ــ حاصل‌ضرب ۸۸ ، ۹۷۲ ، ۳۵۹ ، ۱۴,۷۵۲ در ۲۵۰ را به‌صورت ذهنی محاسبه کنید.

۳ــ حاصل ضرب‌های زیر را به‌صورت ذهنی پاسخ دهید.

۱۹,۰۰۰×۱۹ =　　　　۱,۳۰۰×۱۳۰ =

۱,۸۰۰×۱,۸۰۰ =　　　　۱۷×۱۷۰ =

۴ــ حاصل‌ضرب‌های زیر را به‌صورت ذهنی پاسخ دهید.

۱۵۰,۰۰۰×۱,۵۰۰ =　　　　۳۵×۳۵۰ =

۶۵,۰۰۰×۶۵,۰۰۰ =　　　　۹۵۰۰×۹۵ =

۵ــ این اعداد را بر ۵ تقسیم کنید و پاسخ را به روش ذهنی به‌دست آورید.

۲,۳۵۵　　　　۱۸۰

۲,۰۰۵　　　　۶۷,۵۰۰

۶ــ حاصل تقسیم این اعداد بر ۲۵۰ را به‌صورت ذهنی پیدا کنید.

۳۹,۷۵۰　　　　۴۴,۷۵۰

۷۳۸,۷۵۰　　　　۵,۰۰۰

۷ــ با استفاده از اتّحاد، حاصل‌ضرب‌های زیر را محاسبه کنید.

۹۹۹×۹۹۹ =　　　　۱۰۷×۹۳ =

۳,۹۹۸×۳,۹۹۸ =　　　　۲۰۱×۱۹۹ =

۵,۰۰۳×۵,۰۰۳ =　　　　۱۰,۰۰۱×۱۰,۰۰۱ =

۸ــ کسرهای زیر را ساده کنید :

(۱۰۵/۲۸۰) / (۳۲۲/۱۱۲)　　　　۱۹۸۰/۵۹۴۰　　　　۳۵۰/۷۳۵　　　　۷۸/۱۱۴

۹ــ عددی به .... قابل قسمت است که به ۲ و .... قابل قسمت باشد.

۱۰ــ عددی به ...... قابل قسمت است که به ۳ و ۴ قابل قسمت باشد.

۱۱ــ عددی به ۱۰ قابل قسمت است که به ۲ و ..... قابل قسمت باشد.

۱۲ــ عددی به ۳۳ قابل قسمت است که به ..... و ۱۱ قابل قسمت باشد.

۱۳ــ عددی به ۳۹ قابل قسمت است که به ..... و ...... قابل قسمت باشد.

۱۴ــ ۲,۵۰۰ واحد از کالایی را با نرخ ۲۵۰ ریال به‌فروش رسانده‌ایم. اگر ۵ درصد از این مبلغ سود باشد، سود حاصله را به‌روش ذهنی محاسبه نمایید.

۱۵ــ با استفاده از اتّحادها حاصل $۹۹۹^{۲}$ را به‌دست آورید.

۱۶ــ به‌جای a در عدد ۴۵a۲ چه رقم یا ارقامی می‌توان قرار داد تا آن عدد به ۳ و ۴ بخش‌پذیر باشد؟

۱۷ــ شرکتی می‌خواهد تعداد ۵۷۶۲ واحد از تولیدات خود را بین ۱۱ مرکز پخش به‌طور مساوی توزیع نماید. آیا این عمل امکان‌پذیر است؟ اگر نیست چه باید کرد؟

۱۸ــ فرض کنید حسابدار شرکتی به هنگام ثبت فروش نسیه به مبلغ ۴۸۰۰۰ ریال، حساب‌های دریافتنی را ۴۸۰۰۰ ریال بدهکار و فروش را به مبلغ ۴۸۰۰ ریال بستانکار کرده است. این اشتباه چه تأثیری بر مانده‌ی ستون‌های بدهکار و بستانکار تراز آزمایشی دارد و چگونه می‌توان از طریق محاسبات ذهنی این اشتباه را سریع‌تر کشف کرد؟

۱۹ــ در پایان دوره‌ی مالی هنگامی که حسابداران شرکت تراز آزمایشی را تهیه کردند متوجه شدند که جمع ستون بدهکار و بستانکار آن به میزان ۸۷۵۰۰ ریال اختلاف دارد و با این‌که وقت زیادی صرف کرده‌اند تا دلیل این اختلاف را متوجه شوند امّا هنوز به نتیجه نرسیده‌اند. شما چه راهکاری را به آن‌ها پیشنهاد می‌دهید تا سریع‌تر بتوانند این اشتباه را بیابند؟