

فصل سوم

ترسیمات هندسی

هدف‌های رفتاری: پس از آموزش این فصل، از هنرجو انتظار می‌رود:

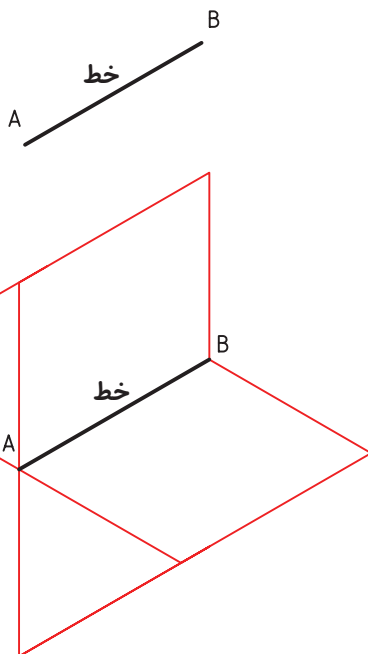
- ۱- نقطه را تعریف کنید.
- ۲- خط را تعریف کنید.
- ۳- پاره خط را به قسمت‌های مساوی تقسیم کند.
- ۴- عمود منصف را ترسیم کند.
- ۵- زاویه را به سه قسمت مساوی تقسیم کند.
- ۶- پنج ضلعی منتظم ترسیم کند.
- ۷- شش ضلعی منتظم ترسیم کند.
- ۸- انواع کمان‌های مماسی را در حالت‌های مختلف ترسیم کند.

۳-۱-۳- ترسیمات هندسی

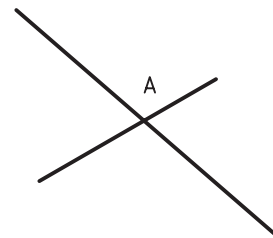
ترسیمات هندسی دارای اجزائی است و از ترکیب آن اجزاء می‌توان به اشکال هندسی و ترسیم‌های مورد نظر دست یافت.

۳-۱-۱- نقطه: کوچکترین جزء هندسی را که از برخورد دو خط به وجود می‌آید، نقطه گویند.

۳-۱-۲- خط: با اتصال دو نقطه، خط به وجود می‌آید، یا از برخورد دو صفحه خط حاصل می‌شود (شکل ۳-۲).



شکل ۳-۲

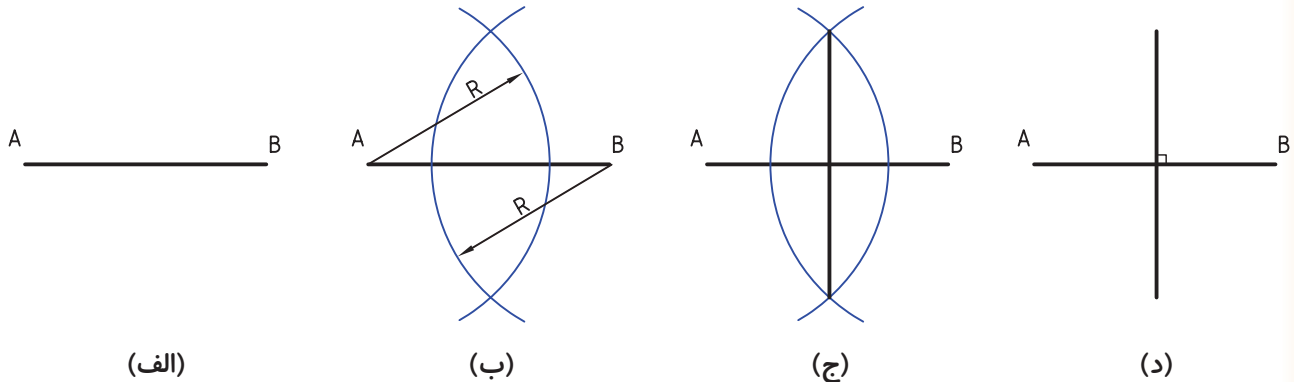


شکل ۳-۱

۲-۳- عمود منصف

- پس از نام گذاری دو سر پاره خط، دو کمان به شعاع مساوی و دلخواه (بیشتر از نصف طول پاره خط) به مرکز A و B ترسیم می‌کنیم؛ اتصال خط از نقاط برخورد دو کمان، همان عمود منصف پاره خط است.

خطی است که یک پاره خط مانند AB را در وسط نصف کند و بر آن عمود باشد. شکل ۳-۳-۳ طریقه‌ی ترسیم عمود منصف را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۳-۳

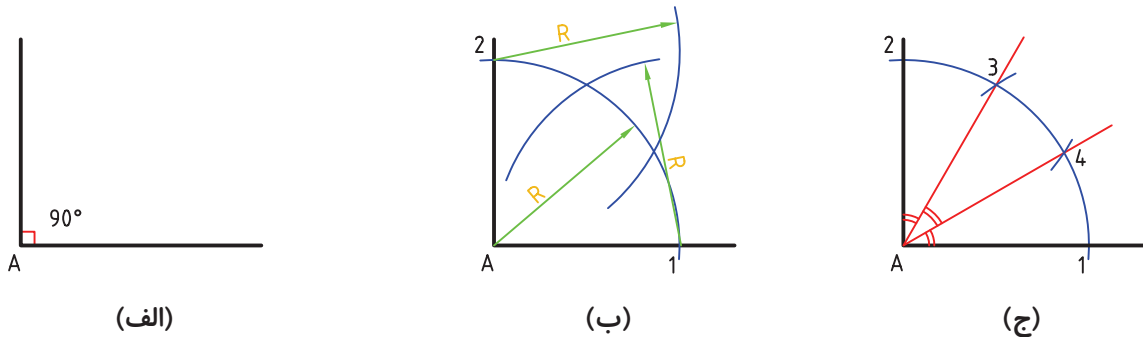
۳-۳- تقسیم زاویه قائمه به سه قسمت

مساوی

روش کار:

۱ و ۲ به دست آید.
- با همان شعاع و به مراکز ۱ و ۲ دو کمان دیگر ترسیم کرده تا نقاط ۳ و ۴ مشخص شود.
از ۳ و ۴ به A متصل می‌کنیم.

- کمان دلخواهی به مرکز A ترسیم کرده تا نقاط



شکل ۳-۴-۳- تقسیم یک زاویه ۹۰ درجه به سه قسمت مساوی

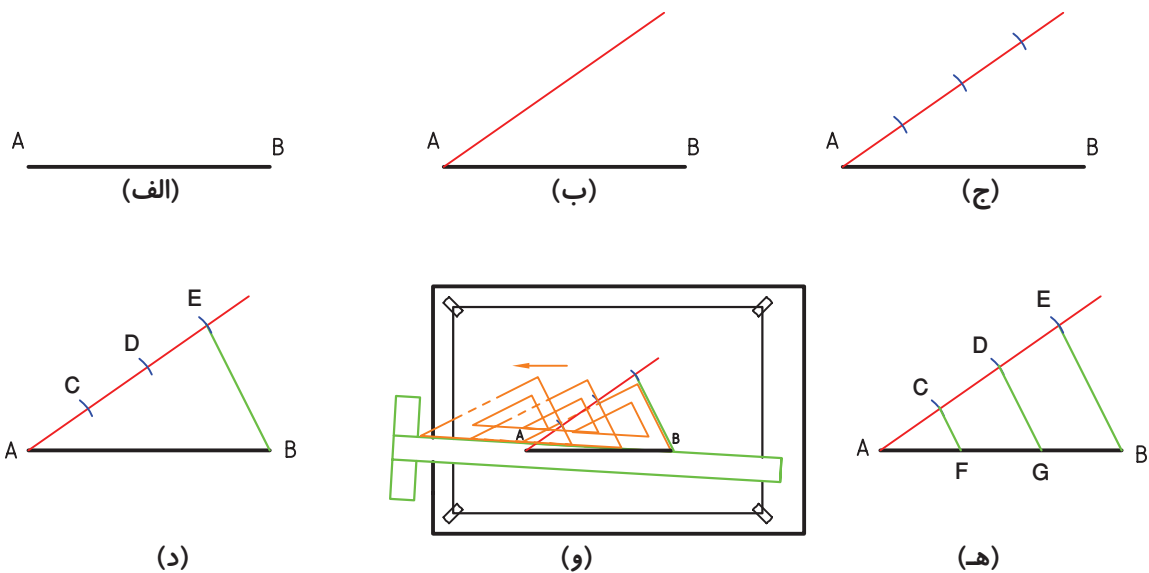
۳-۴- تقسیم یک پاره خط به n قسمت

مساوی

روش کار:

- از نقطه‌ی A خط دلخواهی رسم می‌کنیم.
- روی آن به کمک پرگار سه قسمت مساوی جدا می‌کنیم تا نقاط C, D, E مشخص شوند.
- از C و D دو خط موازی با EB رسم می‌کنیم، داریم: $\overline{AF} = \overline{FG} = \overline{GB}$

- با فرض $n=3$ مسئله را حل می‌کنیم.



شکل ۵-۳- تقسیم یک پاره خط به ۳ قسمت مساوی

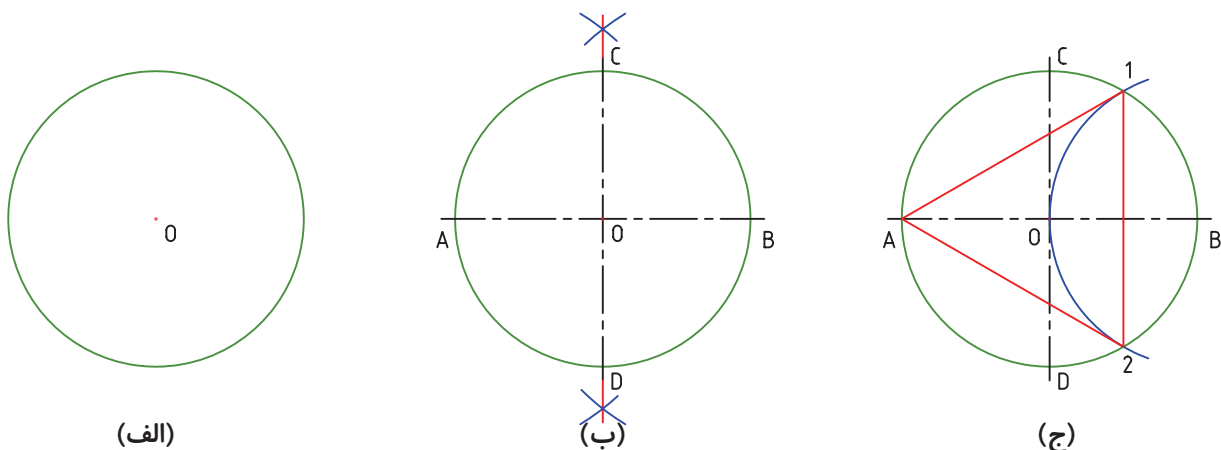
۵-۳- تقسیم یک دایره به سه قسمت

مساوی

روش کار:

- به مرکز B و شعاع R، یعنی شعاع دایره کمائی می زنیم تا نقاط ۱ و ۲ به دست آید. سه ضلعی مورد نظر (A, ۱, ۲) است که یک متساوی الاضلاع می باشد. برای تقسیم مساحت دایره به سه قسمت مساوی می توانیم از مرکز O به نقاط ۱, ۲ و A متصل کنیم؛ کمان های $\widehat{A1}$ ، $\widehat{A2}$ و \widehat{A} نیز با هم مساوی اند.

- برای تقسیم دایره (رسم مثلث متساوی الاضلاع، محاط در دایره) در همهی موارد باید دو قطر عمود بر هم آن، به روش عمود منصف رسم شود. قطر دایره هم معین است.



شکل ۶-۳- سه ضلعی منتظم

۱. در اینجا منظور محیط دایره می باشد.

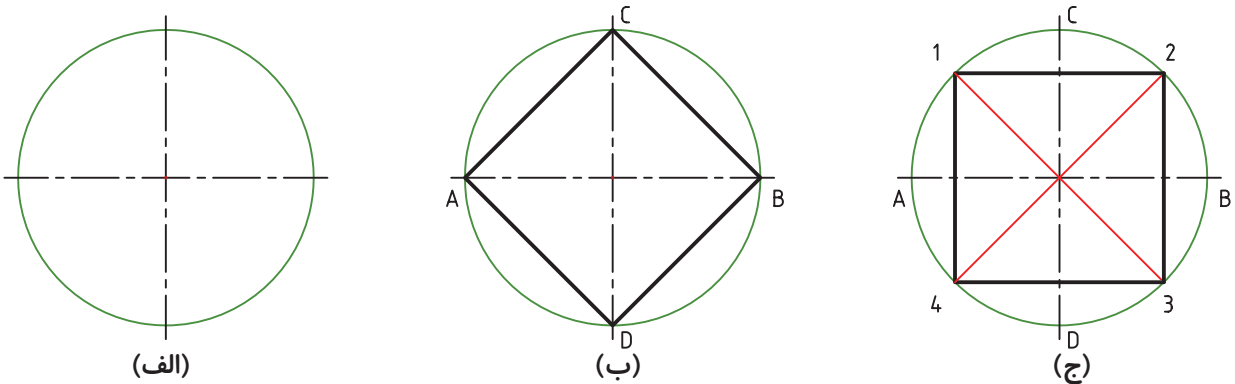
۶-۳- تقسیم دایره به ۴ قسمت مساوی (رسم چهار ضلعی منتظم محاط در دایره)

روش کار:

- در شکل ب کافی است که نقاط A, B, C, D را به هم متصل کنیم.

- در شکل ج همه به کمک ترسیم نیم ساز، نقاط ۱ و ۲ و ۳ و ۴ به دست می‌آید، که آن را به هم وصل می‌کنیم.

- تقسیم یک زاویه به دو قسمت یک‌سان را به روش نیم ساز تحقیق کنید.



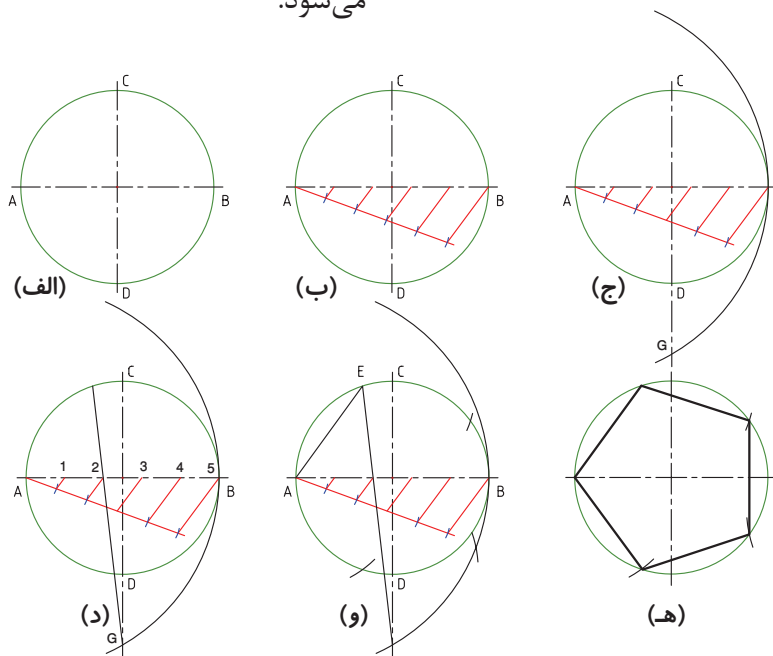
شکل ۷-۳- ساخت چهارضلعی منتظم (تقسیم محیط دایره به چهار قسمت مساوی)

۷-۳- تقسیم دایره به ۵ قسمت مساوی (رسم پنج ضلعی منتظم محاط در دایره)

روش کار:

- پس از ترسیمی دایره و محورهای اصلی آن محور افقی آن را به پنج قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم.

سپس به مرکز A و به شعاع AB (قطر) دایره کمان می‌زنیم به طوریکه محور عمودی آن را در G قطع کند. از G به نقطه ۲ متصل کرده ادامه می‌دهیم تا دایره را در E قطع کند. پاره خط AE یک ضلع از پنج ضلعی منتظم است بقیه اضلاع به کمک پرگار روی دایره ایجاد می‌شود.



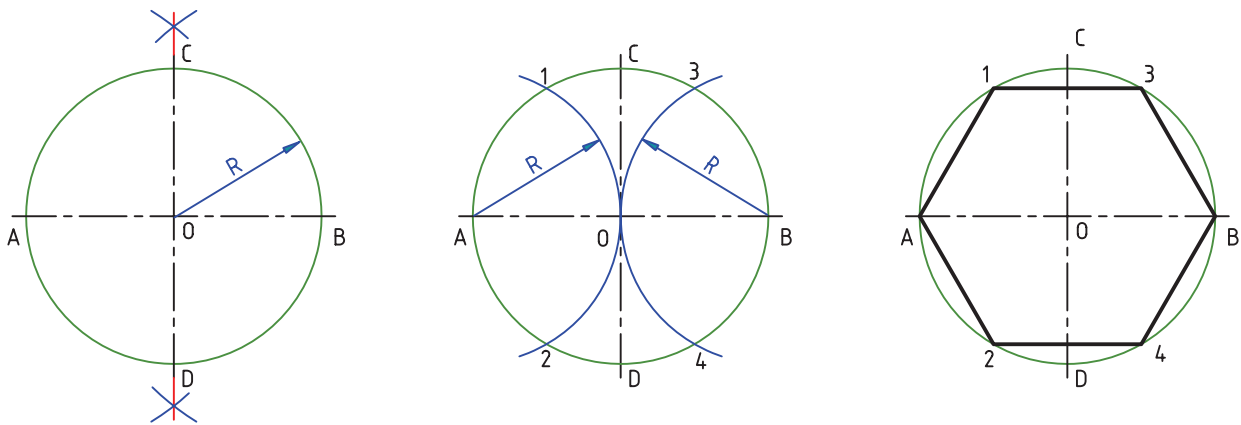
شکل ۸-۳- ساخت پنج ضلعی

۳-۸- تقسیم دایره به شش قسمت مساوی

(رسم شش ضلعی منتظم محاط در دایره)

روش کار:

- طول ضلع شش ضلعی منتظم، برابر شعاع دایره‌ی محیطی است. پس با شعاع خود دایره آن را تقسیم می‌کنیم.



شکل ۳-۹- ساخت شش ضلعی

روش رسم:

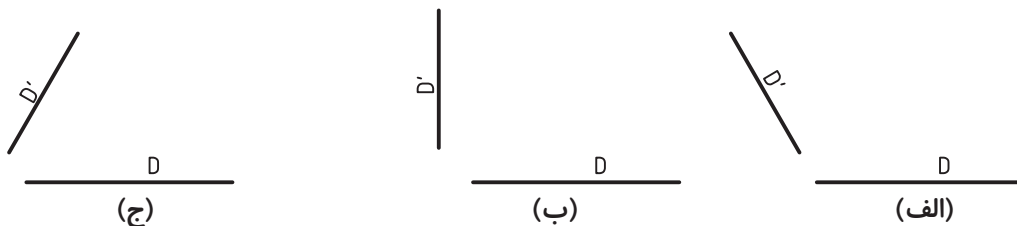
- با ترسیم خطوط موازی به فاصله R از خط‌های مفروض و برخورد آن‌ها مرکز کمان مماس به دست می‌آید.

۳-۹- مماس‌ها

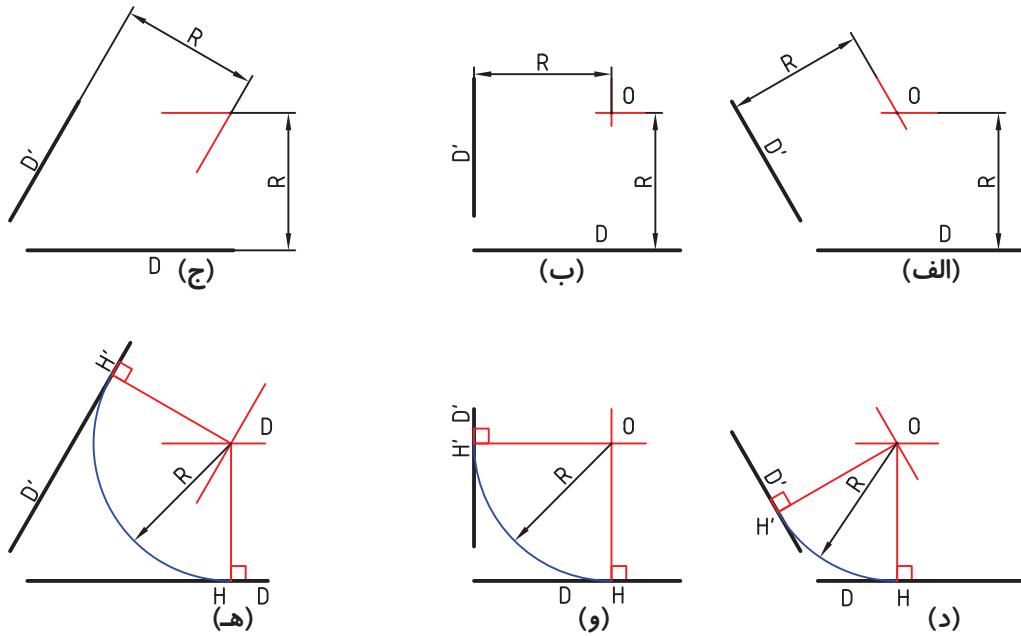
برای بسیاری از شکل‌ها ناگزیریم که خط‌ها و کمان‌های مختلف را بر هم مماس کنیم. در ادامه به حالت‌های مختلف ترسیم مماس اشاره می‌شود.

۳-۹-۱- دایره‌ای به شعاع R معلوم را بر دو خط

معین مماس کنید.



شکل ۳-۱۰- حالت‌هایی از دو خط در صفحه



شکل ۱۱-۳- رسم کمان مماس بر دو خط

- نقطه‌ی O مرکز دایره است. در شکل، نقطه‌ی دقیق تماس یعنی H مشخص شده است.

۲-۹-۳- کمانی با شعاع معلوم R را بر خط D و دایره‌ی معلوم C مماس کنید (شکل ۱۲-۳).

روش ترسیم

- دایره‌ای به شعاع $R+r$ و به مرکز O ترسیم کنید.

- خطی موازی با D و به فاصله‌ی R از آن رسم کنید. از برخورد خط و کمان نقطه‌ی O ایجاد می‌شود.

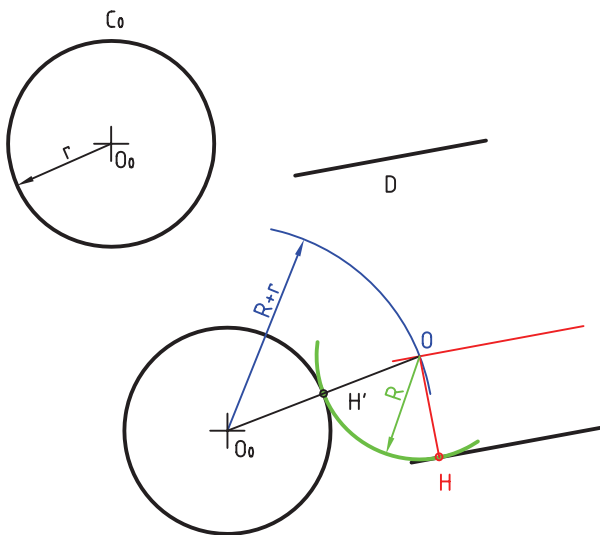
- به مرکز O و به شعاع R کمان مورد نظر رسم می‌شود. H و H' نقطه‌های دقیق تماس هستند.

۳-۹-۳- دایره‌ای (کمانی) با شعاع معلوم R رسم کنید که از نقطه‌ی A بگذرد و بر دایره‌ی C_0 مماس شود (شکل ۱۳-۳).

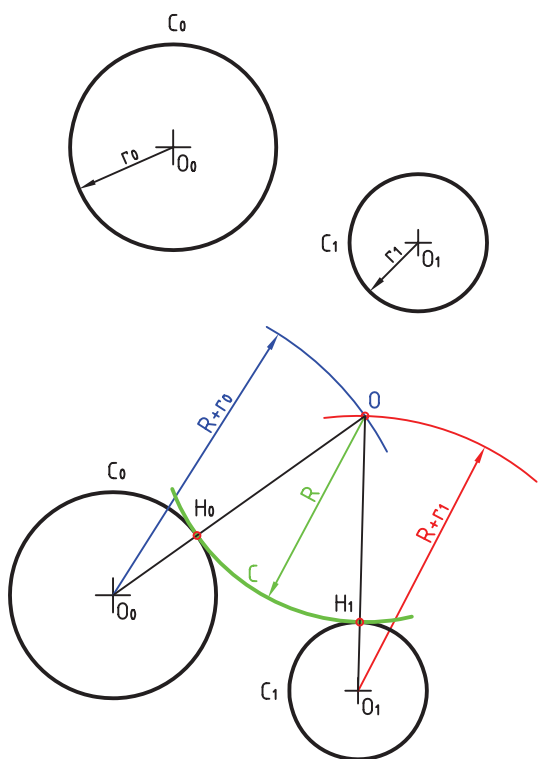
روش ترسیم

- به مرکز A کمانی به شعاع R ترسیم کنید.

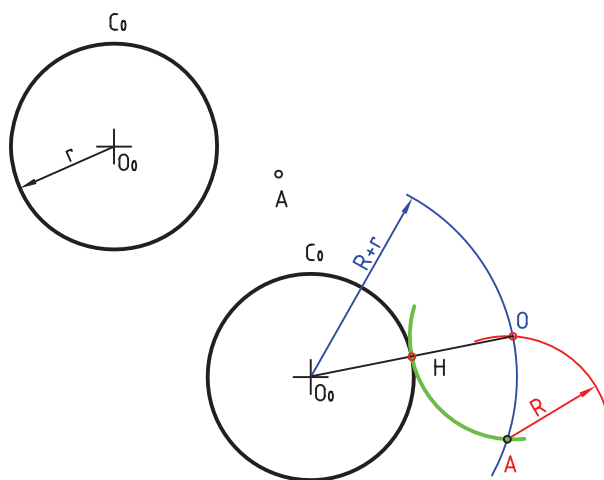
- به مرکز O_0 کمانی به شعاع $R+r$ ترسیم کنید.



شکل ۱۲-۳- کمان مماس بر یک خط و دایره



شکل ۳-۱۳- رسم کمان مماس بر دو دایره در بیرون



شکل ۳-۱۳- رسم کمان گذرنده از A و مماس بر دایره C_0 و C_1 مماس کنید. $3-9-4$ دایره‌ای (کمانی) با شعاع معلوم R بر دو دایره

مسئله را در سه حالت بررسی می‌کنیم:

الف) دایره با شعاع R مماس خارجی بر دو دایره است (شکل ۳-۱۴).

روش ترسیم

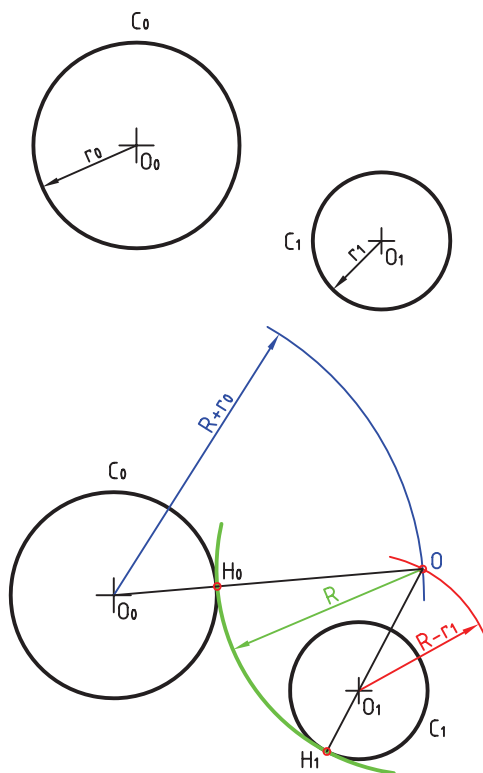
- به مرکز O_0 کمانی با شعاع $R+r_0$ رسم کنید.
 - به مرکز O_1 کمانی به شعاع $R+r_1$ رسم کنید، نقطه‌ی O به دست می‌آید.

- H_0 و H_1 هم نقطه‌های دقیق تماس هستند.

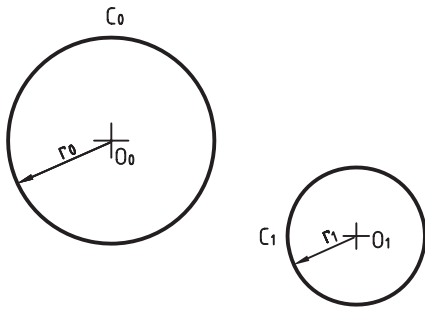
ب) دایره‌ای با شعاع R مماس خارجی بر C_0 و مماس داخلی بر C_1 است (شکل ۳-۱۵).

روش ترسیم

- به شعاع $R+r_0$ کمانی رسم کنید.
 - به شعاع $R-r_1$ کمانی رسم می‌کنیم، O مرکز دایره به شعاع R به دست می‌آید. در شکل، H_0 و H_1 نقطه‌های تماس هستند. آن‌ها به ترتیب واقع بر خطوط OO_0 و OO_1 هستند.



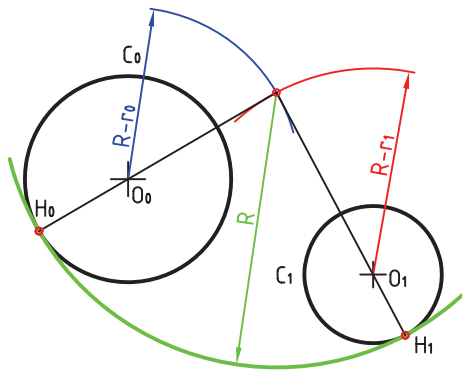
شکل ۳-۱۵- رسم دایره‌ی مماس خارج و داخل



پ) دایره‌ای با شعاع معلوم R مماس داخلی بر دو دایره C_0 و C_1 رسم کنید (شکل ۱۶-۳).

روش ترسیم

- کمانی با شعاع $R-r_0$ و به مرکز O_0 ترسیم کنید.
- کمانی با شعاع $R-r_1$ و به مرکز O_1 ترسیم کنید.
- نقطه O مشخص می‌شود. نقطه‌های تماس، یعنی H_0 و H_1 هم تعیین شده‌اند.



شکل ۱۶-۳- رسم دایره‌ی مماس داخلی

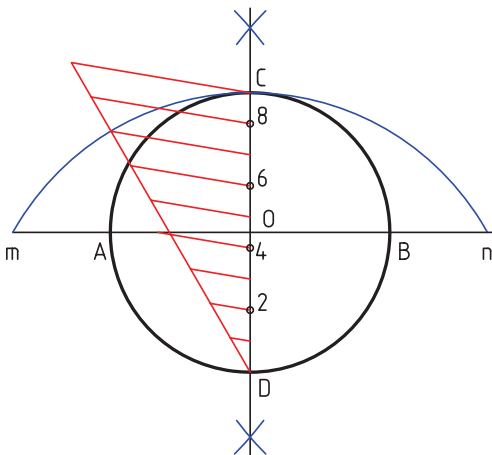
آیا می‌دانید که ...



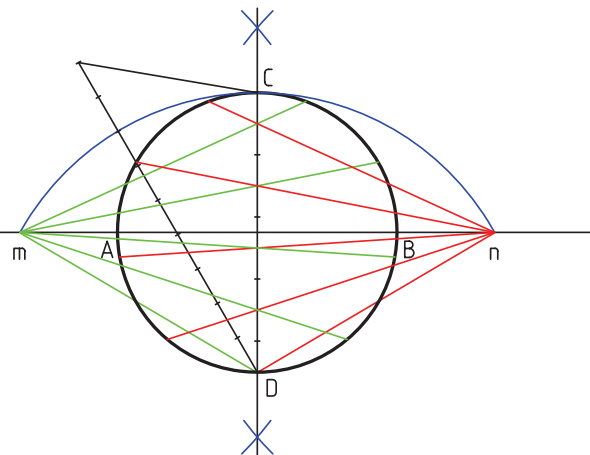
ب) استخراج خطوط از نقاط m و n به تقسیم‌های آن‌جا شده زوج ($D, 2, 4, 6, 8$) و امتداد آن‌ها.
ج) اتصال نقاط به هم و ترسیم n ضلعی

تقسیم دایره به n قسمت مساوی

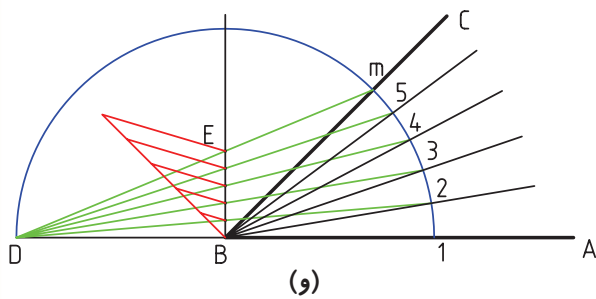
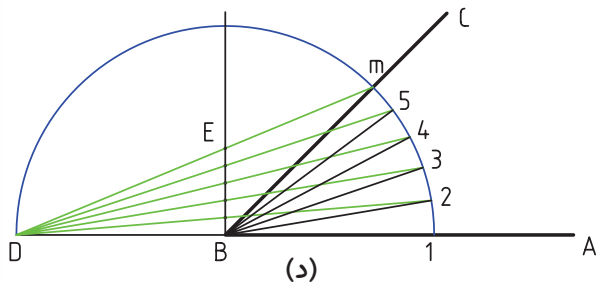
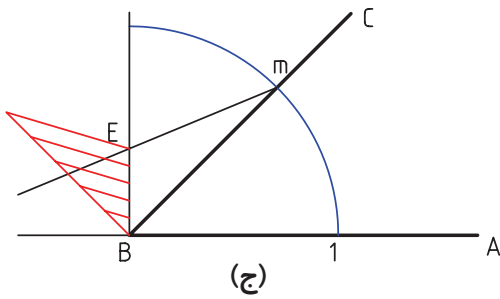
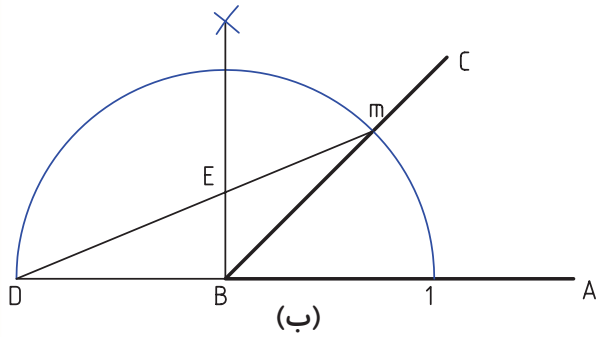
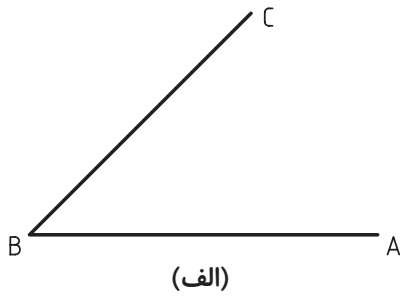
الف) تقسیم قطر دایره به n قسمت مساوی (در اینجا $n=9$) و ترسیم کمان به شعاع قطر دایره و مرکز D یا C .



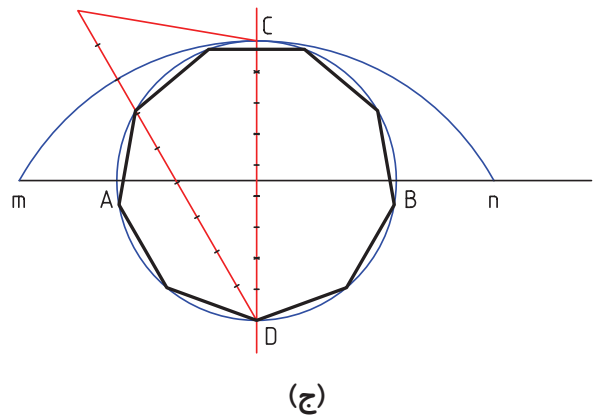
(ب)



(الف)



شکل ۱۸-۳- تقسیم زاویه به n قسمت مساوی



شکل ۱۷-۳- تقسیم زاویه

تقسیم زاویه به n قسمت مساوی

الف) ترسیم زاویه مورد نظر

ب) ترسیم کمان به شعاع دلخواه و مرکز B، اتصال D به m

ج) تقسیم پاره خط BE به n قسمت مساوی (در اینجا $n=5$)


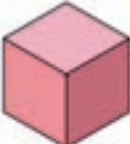

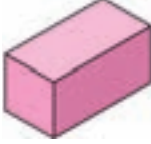












د) استخراج خط از D به قسمت‌های ایجاد شده و برخورد با کمان

و) ترسیم خطوط از B به قسمت‌های ایجاد شده بر روی کمان.



آشنایی با سطوح و اجسام هندسی:

جدول ۱-۳

	مربع		مکعب
	مستطیل		مکعب مستطیل
	متوازی الاضلاع		منشور سه ضلعی
	ذوزنقه		استوانه
	پنج ضلعی منتظم		مخروط
	شش ضلعی منتظم		منشور شش ضلعی
	دایره		هرم
	بیضی		کره

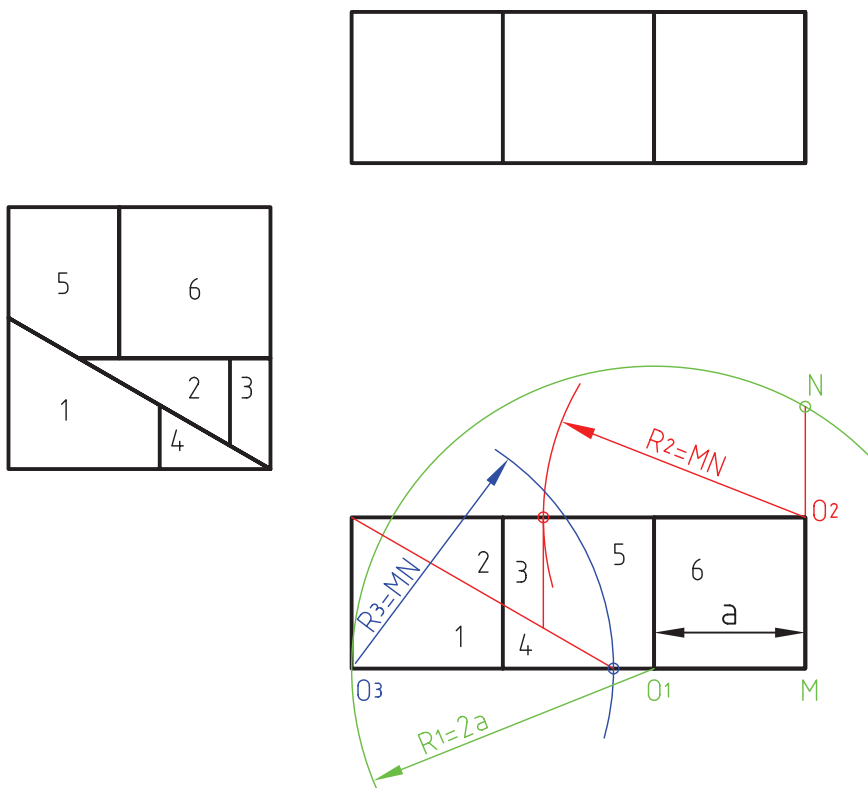


ابوالوفا بوزجانی^۱

ابوالوفا محمد بن یحیی بن اسماعیل ابن عباس بوزجانی، مشهور به حاسب (متولد ۳۲۸ هجری قمری در روستای بوزجان خراسان، وفات ۳۸۷ هجری قمری در بغداد)، ریاضی دان و ستاره شناس برجسته ی ایرانی منشأ نوآوری ها و پژوهش های زیادی به ویژه در هندسه و ریاضیات و نجوم بوده است.

تقسیم و ترکیب اشکال هندسی از جمله مواردی است که ابوالوفا بوزجانی به آن علاقمند بود، در قرن حاضر نیز اندیشمندان اروپایی کوشیده‌اند تا روش‌هایی ارائه نمایند که با حداقل تقسیم و ترکیب، تبدیل اشکال هندسی را انجام دهند.

در این راه می‌توان قضیه ی تقسیم و تبدیل سه مربع به یک مربع مطرح شده از طرف بوزجانی را با حداقل شش برش نام برد.



۱. منبع: کتاب هندسه‌ی ایرانی. (ترسیم بر اساس اصول نقشه‌کشی ایزو)

پس از نصب درس کاغذ A4 روی میز رسم و ترسیم کادر و جدول، شکل‌های زیر را رسم کنید.

