

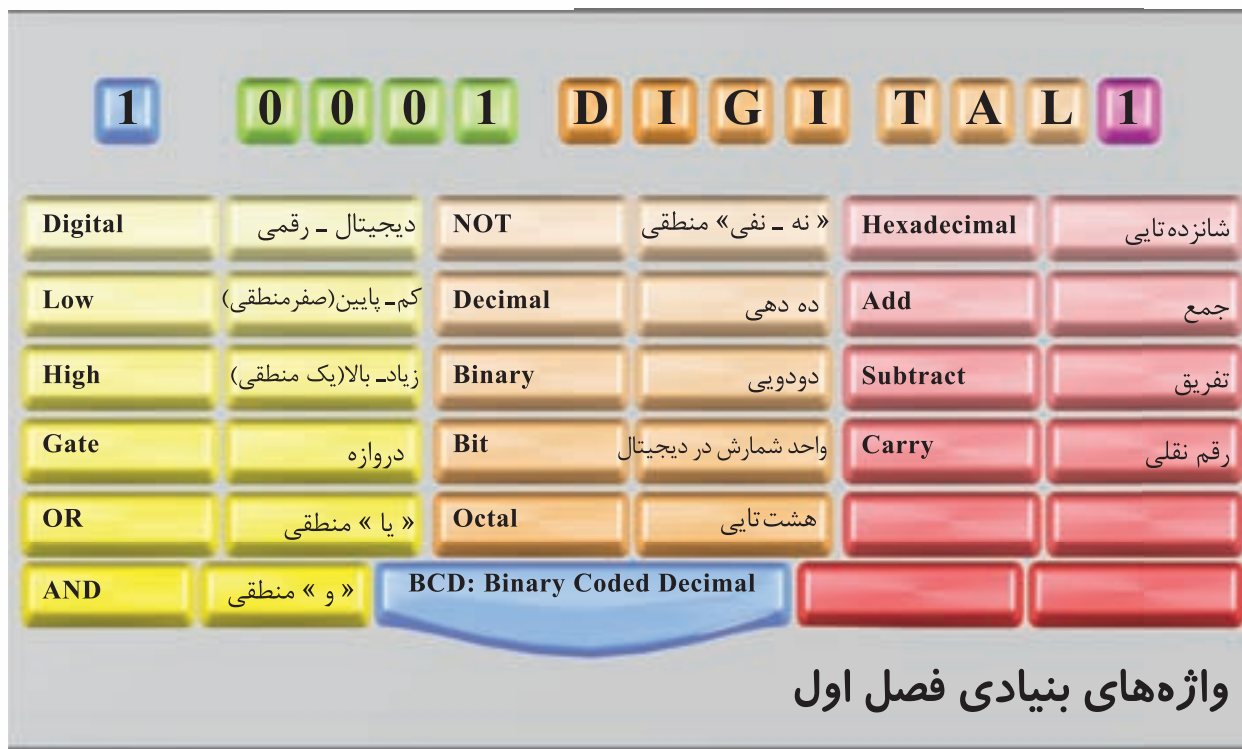
## مفهوم دیجیتال و سیستم اعداد

**هدف کلی:** آموزش مفهوم دیجیتال، سیستم‌های اعداد، جمع و تفریق در مبنای باینری

کل زمان اختصاص داده شده به فصل : ۱۲ ساعت آموزشی

**هدف‌های رفتاری:** در پایان این فصل از فراگیرنده انتظار می‌رود که:

- ۱- مفهوم کمیت‌های آنالوگ و دیجیتال را توضیح دهد.
- ۲- نقش کمیت‌های دیجیتالی را در صنایع و دستگاه‌ها شرح دهد (ارائه مثال‌های کاربردی دیجیتالی در مخابرات، تلفن، دوربین، تلویزیون و ...)
- ۳- مفهوم صفر و یک را بیان کند.
- ۴- دروازه‌های منطقی NOT، OR و AND را به صورت کلید الکتریکی قطع و وصل تشخیص دهد.
- ۵- سیستم اعداد دسی مال (ده‌دهی)، باینری (دویی)، اکتال (هشت‌تایی) و هگزادسی مال (شانزده‌تایی) را شرح دهد.
- ۶- مکمل‌های اعداد را توضیح دهد.
- ۷- اعداد را از یک مبنا به مبنای دیگر تبدیل کند.
- ۸- اعداد را در مبنای باینری جمع و تفریق کند.
- ۹- دلیل کاربرد سیستم‌های اعداد باینری، اکتال و هگزا دسی مال را توضیح دهد.
- ۱۰- نقش کد در سیستم دیجیتال را شرح دهد.
- ۱۱- کد BCD را همراه با کاربرد آن در سیستم دیجیتال بیان کند.
- ۱۲- به سؤالات الگوی پرسش پاسخ دهد.
- ۱۳- نظم و ترتیب و حضور به موقع در هنرستان و کلاس را رعایت کند.
- ۱۴- تکالیف و مسئولیت‌های واگذار شده را به طور دقیق اجرا کند.
- ۱۵- در موقعیت‌های مناسب برای درک بهتر مفاهیم از آزمایشگاه مجازی استفاده کند.
- ۱۶- از لوازم موجود در کلاس و هنرستان به خوبی مراقبت و نگهداری کند.
- ۱۷- خوب گوش دهد و ابهامات و سؤال‌های خود را بپرسد.
- ۱۸- با دقت و اعتماد به نفس به سؤال‌های مطرح شده پاسخ دهد.
- ۱۹- از شوخی‌های بی‌مورد پرهیز کند.
- ۲۰- حضور فعال و داوطلبانه در امور مختلف داشته باشد.
- ۲۱- توانمندی‌های خود را در موقعیت‌های مناسب بروز دهد.
- ۲۲- در کار گروهی مشارکت فعال و همکاری مؤثر داشته باشد.
- ۲۳- نسبت به حل مشکلات سایر هنرجویان حساس و فعال باشد.
- ۲۴- سایر هنرجویان را در ارتباط با اجرای نظم و مقررات، راهنمایی و تشویق کند.
- ۲۵- خلاقیت‌های ذاتی خود را در موقعیت‌های مناسب بروز دهد.



## پیش‌گفتار

## مقدمه

اکنون در جهانی زندگی می‌کنیم که نام دهکده جهانی را بر آن نهاده‌اند. شبکه‌های اطلاع‌رسانی و ارتباطی و تجهیزات پیشرفته مخابراتی و حمل و نقل، بیش از هر زمانی در نزدیک شدن انسان‌ها و افکار آنها به یکدیگر تأثیر گذارند، با وجود آن که امروزه از هر ۶ نفر در دنیا، یک نفر از نشانی پست الکترونیکی<sup>۱</sup> (e-mail) بهره‌مند است و بیش از ۵۰ میلیون سایت اینترنتی و صدها میلیون وبلاگ (یادداشت الکترونیکی) توسط کاربران ایجاد شده است. متأسفانه فقر ارتباطات معنوی و توسعه فرهنگ اصیل در کشورهای مختلف کاملاً به چشم می‌خورد، آیا انقلاب دیجیتال، پایانی بر مشکلات ارتباطی و اطلاع‌رسانی بشر هزاره سوم خواهد بود؟

از پاپيروس<sup>۲</sup> تا اینترنت، عنوانی است که برای شرح کلی و اجمالی تاریخ انقلاب دیجیتالی می‌توان بیان کرد. پیشرفت بزرگ در توسعه ارتباطات، یعنی کشف کاغذ چاپ در حدود ۱۰۵۰ سال پیش از میلاد مسیح و اختراع ماشین چاپ توسط گوتنبرگ آلمانی در سال ۱۴۵۰ میلادی، در جهت‌گیری سرعت ارتباطات نقش به‌سزایی را ایفا کرد.

پس از آن که آدمی دست‌نوشته را سازمان‌دهی کرد و روش نگارش بر روی تکه‌های چوب، چرم و پاپيروس را نیز به کار بست، ساخت قالب‌های چوبی و آغشته کردن آنها به رنگ و نشانه‌گذاری بر روی آنها، نخستین حرکت چاپی انسان به شمار می‌رود، به دلیل وقت‌زیادی که این عملکرد طلب می‌کرد و قالب‌ها پس از یک بار استفاده، غیر قابل استفاده می‌شدند، گوتنبرگ پس از سال‌ها تلاش و مطالعه

۱- پست الکترونیکی (e-mail: electronic-mail)

۲- پاپيروس: وسیله‌ای برای نوشتن، شبیه کاغذ که از گیاه پاپيروس به‌دست می‌آید و به صورت لوله‌هایی از ورقه‌های نازک بوده است.



ترازوی الکترونیکی

دماسنج قاشقی جهت کودک

باسکول الکترونیکی

شکل ۱-۱ تعدادی از تجهیزات و وسایل دیجیتالی



### جهت هنرجویان علاقه‌مند:

جدیدترین وسایل دیجیتالی که در اطراف خود مشاهده می‌کنید و بر روی زندگی شما تأثیر داشته است را شناسایی کنید و به کلاس ارائه دهید.

## ۱-۱- مفهوم دیجیتال

یک سیستم (سامانه) دیجیتال، سیستمی است که در آن اطلاعات به صورت رقمی ارائه و پردازش می‌شود. سامانه‌های پایه‌ریزی شده بر مبنای سیگنال‌های پیوسته را سامانه‌های آنالوگ می‌نامند. بعضی از ساعت‌هایی که زمان را به وسیله عقربه‌های ساعت، دقیقه و ثانیه شمار نشان می‌دهند و حرکتی پیوسته دارند، (نه حرکتی که عقربه‌های ثانیه شمار یک ثانیه، یک ثانیه پرش دارد) مثالی از یک وسیله آنالوگ است، شکل ۱-۲ نمونه‌ای از یک ساعت آنالوگ اتومبیل را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۲ ساعت عقربه‌ای آنالوگ اتومبیل

روی روش‌های مکانیکی و دستی موجود، بالاخره توانست ماشین چاپ خود را با حداقل مشکلات اختراع کند. پس از گوتنبرگ در سال ۱۸۶۶، بهترین ماشین چاپ اختراع شد. و در همین سال‌ها ماشین تلگراف نیز اختراع شد و از شهر بالتیمور آمریکا، پیام تاریخی، «خداوند چه ساخته است؟» به شهر واشنگتن ارسال گردید.

ساخت نخستین ایستگاه‌های رادیویی و سپس تلویزیونی و عرصه رایانه‌های شخصی و تولید ابررایانه‌های غول‌پیکر و دستیابی به تکنولوژی ساخت قدرتمندترین پردازشگرهای مرکزی رایانه‌ها، همه و همه، انسان را در قرن بیست و یکم، در جامعه دهکده جهانی قرار داد. رایانه که هدفش جایگزینی با مغز انسان است، در برابر نگاه حیرت‌زده و متعجب ما در حال تغییر و جهش‌های باز هم فوق العاده و بی‌سابقه است.

فناوری اطلاعات و ارتباطات، خواسته یا ناخواسته ما را وارد عصری نو می‌کند که خصوصیت اصلی آن انتقال آنی داده‌ها و گسترش ارتباطات و شبکه‌های الکترونیکی است. شبکه‌های الکترونیکی، حجم بالای اطلاعات تولید شده را طبقه‌بندی می‌کنند و قادرند با قابلیت‌های ممتاز خود، امکان دستیابی آنی را برای کاربران از همه نقاط جهان در زمان بسیار کم (در چند صدم ثانیه)، فراهم کنند. به نظر می‌آید انقلاب دیجیتالی، هنوز پایانی ندارد. انقلابی که مرزها را در نور دیده و حتی محدود و محصور به مغزهای دانشمندان نیست. انقلاب دیجیتال، همه ساختارهای گفتاری، نوشتاری، فنی، آموزشی و ارتباطی بشر هزاره جدید را تغییر داده است، لذا باید این تغییر را پذیرفت و باور کرد.

در شکل ۱-۱ تعدادی از تجهیزات و وسایل دیجیتالی که در زندگی روزمره با آن سرو کار داریم را مشاهده می‌کنید.

۱- یادآور می‌شود که تاکنون هیچ کامپیوتری ساخته نشده است که قابلیت‌های مغز انسان را به تمامی داشته باشد.



شکل ۱-۴- دستگاه سنجش فشار خون عقربه‌ای و دیجیتالی (ب) دستگاه سنجش فشار خون دیجیتالی

در شکل ۱-۴- ب دستگاه سنجش فشار خون دیجیتالی که میزان فشارخون را به صورت واضح و دقیق نمایش می‌دهد را مشاهده می‌کنید.



**جهت هنرجویان علاقه‌مند:** وسایل عقربه‌ای (آنالوگ) و دیجیتالی که در محیط هنرستان وجود دارد را شناسایی کنید و نتایج را به کلاس ارائه دهید.

اطلاعات روی نوارهای کاست صوتی به صورت آنالوگ ذخیره می‌شوند درحالی که دیسک‌های (CD) لیزری فشرده، اطلاعات را به صورت دیجیتال ذخیره می‌کنند. به عنوان مثال شکل ۱-۵- الف یک سیگنال سینوسی آنالوگ را برای یک سیکل نشان می‌دهد که ممکن است روی یک باریکه از نوار صوتی مغناطیسی ضبط شود.

شکل ۱-۵- ب همان سیگنال سینوسی که در فاصله زمانی معین و یکنواخت نمونه‌برداری و به صورت یک تابع پله‌ای درآمده است، را نمایش می‌دهد.

شکل ۱-۵- ج این اطلاعات را به صورت دیجیتال نشان می‌دهد. هر نمونه به صورت یک عدد دودویی (برمبنای ۲) (صفر و یک) و به طور عمودی بر روی نوار نوشته شده است.

ساعتی که زمان را با ارقام ده‌دهی نشان می‌دهد یک وسیله دیجیتالی است. شکل ۱-۳- نمونه‌ای از یک ساعت دیجیتالی اتومبیل را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۳- ساعت دیجیتالی اتومبیل

راننده‌ای که در حال رانندگی است و تمام تمرکز و حواسش به راندن اتومبیل خود است، برای اطلاع از زمان، ساعت دیجیتالی به دلیل نمایش اعداد، تمرکز کمتری را نسبت به ساعت عقربه‌ای از او می‌گیرد. می‌دانیم بیمارانی هستند که نیاز به کنترل مداوم فشار خون خود دارند، این افراد از دستگاه سنجش فشار خون آنالوگ و دیجیتال استفاده می‌کنند. دستگاه سنجش فشارخون عقربه‌ای، میزان فشار خون را به صورت آنالوگ نشان می‌دهد که در این حالت نیاز به همراهی شخص دیگری است. در صورتی که بیمار به تنهایی می‌تواند دستگاه سنجش فشارخون دیجیتالی را مورد استفاده قرار دهد. هم چنین او احتیاج به مهارت خاص برای اندازه‌گیری فشار خون توسط دستگاه دیجیتالی ندارد. شکل ۱-۴- الف دستگاه سنجش فشار خون عقربه‌ای را نشان می‌دهد.



الف) دستگاه سنجش فشار خون عقربه‌ای



این سؤال چندین دلیل وجود دارد:

۱- عموماً فناوری‌های دیجیتال، قابلیت انعطاف پذیری بیشتری را نسبت به فناوری‌های آنالوگ ارائه می‌دهند، چون به سادگی برای اجرای هر الگوریتم (حل مسأله به صورت مرحله مرحله) دل‌خواهی برنامه‌ریزی می‌شوند یا قابل برنامه‌ریزی هستند.

۲- مدارهای دیجیتال قابلیت‌های پردازش بسیار قدرتمندتری را تحت عنوان سرعت ارائه می‌دهند.

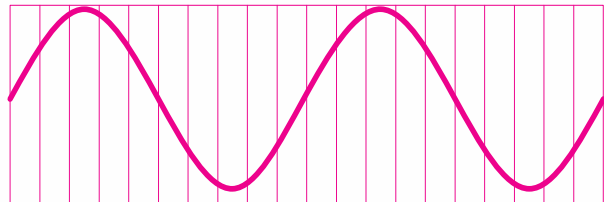
۳- اطلاعات عددی می‌توانند به صورت دیجیتالی و با دقت وضوح بیشتری در مقایسه با سیگنال‌های آنالوگ ارائه شوند.

۴- ذخیره اطلاعات و بازیابی آن‌ها در سیستم‌های دیجیتالی ساده‌تر است.

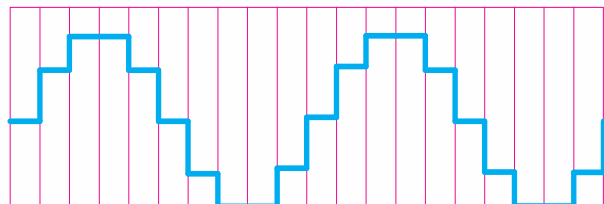
۵- ابعاد سیستم‌های دیجیتالی نسبت به سیستم‌های مشابه آنالوگ به طور چشم‌گیری کاهش یافته است.



**نکته مهم:** این تصاویر صرفاً برای آشنایی با امواج آنالوگ و دیجیتالی آمده است و تحلیل آن با توجه به دانسته‌های هنرجویان در این مقطع امکان‌پذیر نیست.



الف) فرم آنالوگ



ب) فرم آنالوگ نمونه‌برداری شده از یک سیگنال سینوسی

0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ج) فرم دیجیتال نمونه‌برداری شده از یک سیگنال سینوسی

شکل ۵-۱-۵ اطلاعات ذخیره شده بر روی نوار مغناطیسی به صورت آنالوگ و دیجیتال

گرچه کامپیوترهای مدرن مشهودترین مثال از یک سیستم دیجیتالی هستند. مثال‌های دیگری هم‌چون کنترل‌کننده‌های چراغ راهنمایی، ماشین حساب‌های جیبی و پخش‌کننده‌های CD که در سطح جامعه در حد گسترده‌ی مورد استفاده قرار می‌گیرد و ... نیز وجود دارند.

## ۱-۱-۱ مزایای سیستم‌های دیجیتال نسبت به آنالوگ:

کامپیوترهای آنالوگ و سایر سیستم‌های آنالوگ، قبل از اینکه تجهیزات دیجیتالی ساخته شوند به مدت طولانی، استفاده می‌شدند. پس چرا سیستم‌های دیجیتالی جای‌گزین سیستم‌های آنالوگ شده‌اند؟ برای پاسخ به



### مزایای سیستم‌های دیجیتال نسبت به آنالوگ

۱- قابلیت انعطاف‌پذیری بیشتر

۲- سرعت بالاتر

۳- دقت وضوح بیشتر

۴- بازیابی آسان اطلاعات

۵- ذخیره آسان اطلاعات

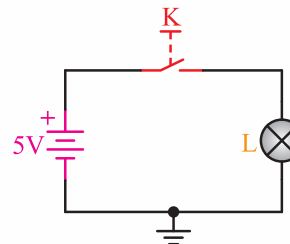
۶- کاهش ابعاد



**جهت هنرجویان علاقه‌مند:** با جستجو در سایت‌های مرتبط جدیدترین تولیدات دیجیتالی را شناسایی کنید و در زمینه معرفی، مزایا و امکانات این تجهیزات، مطالبی را تهیه کنید و به کلاس ارائه دهید.

## ۱-۲- مفهوم صفر و یک منطقی

من چراغی را روشن و خاموش می‌کنم، می‌خواهم به ماشین بگویم چراغ خاموش یا روشن است، چگونه می‌توانم این مفهوم را به ماشین منتقل کنم؟ ماشین مفهوم روشن را نمی‌داند. برای فهماندن به ماشین مفهوم صفر و یک را تعریف می‌کنم. می‌گویم اگر ولتاژ به حد معینی رسید یعنی یک است یعنی لامپ روشن است و اگر ولتاژ در حد معینی پایین آمد و نزدیک به صفر شد مفهوم آن صفر است یعنی لامپ خاموش است. یا به عبارت دیگر ماشین چگونه می‌تواند تاریکی و روشنی را تشخیص دهد؟ روشنی به معنی ۱ و تاریکی به معنی صفر است (شکل ۱-۶).



شکل ۱-۶- مدار الکتریکی مولد صفر و یک منطقی

اکنون می‌خواهیم این دو حالت لامپ را نام‌گذاری کنیم. به لغت‌های زیر که برای این منظور به کار رفته‌اند، توجه کنید.

Off - Low - خاموش → لامپ در حالت خاموش

On - High - روشن → لامپ در حالت روشن

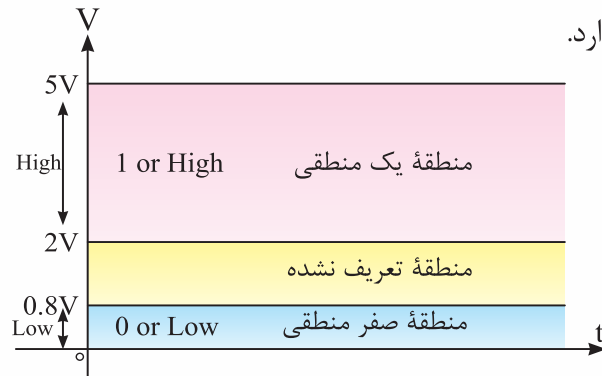
هریک از این لغت‌ها را طبق قراردادی که خود تدوین کرده‌ایم، می‌توانیم به کار ببریم. اما در این زمینه پیشنهاد دیگری نیز می‌توان ارائه کرد:

۰ → لامپ در حالت خاموش

۱ → لامپ در حالت روشن

به نظر می‌رسد پیشنهاد صفر و یک از بقیه موارد جالب‌تر باشد؛ زیرا ساده و از نظر طول کلمه بسیار کوتاه است. بنابراین، دو عدد «صفر» و «یک» نمادهایی (سمبل) هستند که برای نمایش دو وضعیت مختلف (بسته یا باز) به کار می‌روند. در مورد کلید می‌توان حالت باز را صفر و حالت بسته را یک در نظر گرفت. در مدارهای دیجیتالی،

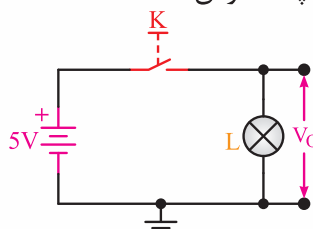
صفر و یک به هیچ عنوان به مفهوم صفر و یک جبری برای نمایش دادن مقدار یک شیء (مثلاً یک جلد کتاب مبانی دیجیتال) نیست. در الکترونیک و کامپیوتر صفر و یک نشان دهنده سطوح ولتاژ است و به مفهوم خاموش یا روشن بودن لامپ نیست (هرچند در علوم مهندسی، در هر سیستم دو وضعیتی برای نمایش دادن هر حالت از صفر و یک استفاده می‌شود، مانند باز و بسته بودن یک شیر الکتروهیدرولیکی و ...). بدین معنا که ولتاژ حدود صفر ولت (عملاً از صفر تا ۰/۸ ولت) به منزله صفر منطقی و ولتاژ حدود ۵ ولت (عملاً از ۲ تا ۵ ولت) به منزله یک منطقی در نظر گرفته می‌شود (سطوح صفر و یک منطقی ممکن است در سیستم‌های گوناگون با یکدیگر تفاوت داشته باشد اما ولتاژهای حوالی صفر ولت و ۵ ولت از بقیه رایج‌تر است). در شکل ۱-۷ سطوح ولتاژ صفر و یک منطقی را مشاهده می‌کنید. در این نمودار یک منطقی بین ولتاژهای ۲ تا ۵ ولت و صفر منطقی بین ولتاژهای صفر تا ۰/۸ ولت قرار دارد.



شکل ۱-۷- سطوح ولتاژ صفر و یک منطقی رایج

برای تأکید بر این موضوع که صفر و یک مربوط به نمایش دو وضعیت مختلف یک سیستم است، بعد از صفر و یک، لغت منطقی را می‌آوریم.

در مدار شکل ۸-۱، اگر کلید باز باشد،  $V_0 = 0$  است. به عبارت دیگر، خروجی در وضعیت صفر منطقی قرار می‌گیرد و لامپ خاموش است.



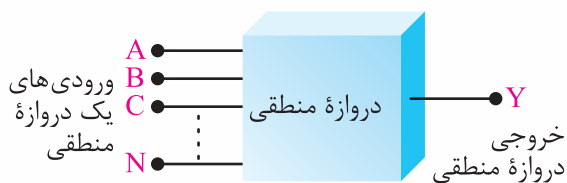
شکل ۸-۱- مدار الکتریکی صفر

در مورد پدیده‌های فیزیکی دیگر نیز با استفاده از مدارهای الکتریکی یا الکترونیکی می‌توان بودن یا نبودن آنها را به صفر یا یک منطقی تبدیل کرد.

### ۱-۳- دروازه‌های منطقی پایه (Basic logic Gates)

دروازه‌های منطقی، اساس کار ماشین‌های حساب، کامپیوترها، مدارهای کنترل و ... است. به عبارت دیگر، یک کامپیوتر یا ماشین حساب و ... از تعدادی دروازه‌های منطقی تشکیل شده است.

در کامپیوتر یا ماشین حساب یک دروازه منطقی در حقیقت یک مدار الکترونیکی است که یک یا چند ورودی و فقط یک خروجی دارد. شکل ۱-۱۱ بلوک یک دروازه منطقی را نشان می‌دهد.

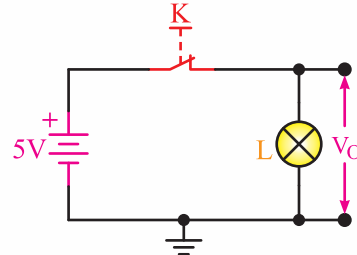


شکل ۱-۱۱ - بلوک کلی یک دروازه منطقی

در مدارهای غیر کامپیوتری، ساخت دروازه‌های منطقی با استفاده از کلیدها، شستی‌ها، رله‌ها و ... نیز امکان‌پذیر است اما به دلیل پایین بودن سرعت قطع و وصل این گونه قطعات، آنها با قطعات الکترونیکی قابل مقایسه نیستند. لذا در مواردی که سرعت قطع و وصل مطرح نیست و تعداد دروازه‌ها نیز بسیار محدود است، از این قطعات هم برای ساختن دروازه‌های منطقی استفاده می‌شود.

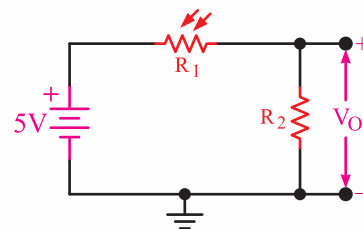
به‌طور خلاصه یک دروازه منطقی، یک مدار الکتریکی یا مدار الکترونیکی یا ... است که باتوجه به حالت‌هایی که به ورودی آن داده می‌شود (صفر یا یک منطقی)، خروجی آن نیز در وضعیت صفر یا یک منطقی قرار می‌گیرد. بدین ترتیب، انواع دروازه‌های منطقی وجود دارد که به شرح آنها می‌پردازیم.

در مدار شکل ۱-۹، اگر کلید بسته باشد،  $V_0 = 5\text{ V}$  است. بنابراین، خروجی در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد و لامپ روشن است.



شکل ۱-۹ - مدار الکتریکی در حالت یک منطقی

باتوجه به این که اساس کار کامپیوتر صفر و یک منطقی است، چنانچه بخواهیم بودن یا نبودن یک پدیده فیزیکی را به اطلاع کامپیوتر برسانیم، لازم است این پدیده فیزیکی را به صفر و یک منطقی (در کامپیوتر به سطوح ولتاژ) تبدیل کنیم. برای مثال، برای تبدیل بودن یا نبودن نور با یک و صفر منطقی، از مدار شکل ۱-۱۰ استفاده می‌کنیم.



شکل ۱-۱۰ - مدار مولد صفر و یک منطقی با استفاده از مقاومت تابع نور

در شکل ۱-۱۰ هنگامی که نور به مقاومت تابع نور می‌تابد، مقاومت آن به شدت کاهش می‌یابد و قسمت اعظم ولتاژ منبع ۵ ولتی دو سر مقاومت  $R_2$  افت می‌کند (توزیع ولتاژ بین دو مقاومت سری). لذا خروجی این مدار در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد. برعکس اگر نور به مقاومت نتابد، مقدار مقاومت اهمی آن به شدت افزایش می‌یابد و قسمت اعظم ولتاژ منبع ۵ ولتی دو سر مقاومت تابع نور افت می‌کند بنابراین مقدار بسیار جزیی ولتاژ به دو سر مقاومت  $R_2$  منتقل می‌گردد که باتوجه به مقدار ولتاژ کم آن، خروجی در سطح ولتاژ صفر منطقی قرار می‌گیرد.

جدول ۱-۱- شرط استخدام

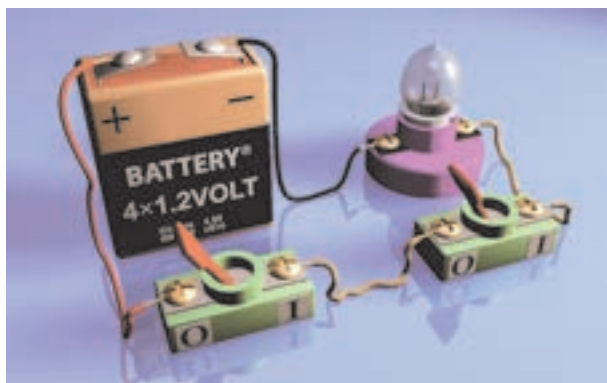
وضعیت استخدام	داشتن گواهی نامهٔ مهارت در کار با کامپیوتر	داشتن دیپلم	فرد مراجعه کننده
استخدام نمی‌شود	ندارد	ندارد	خانم A
استخدام نمی‌شود	ندارد	دارد	آقای B
استخدام نمی‌شود	دارد	ندارد	خانم C
استخدام می‌شود	دارد	دارد	آقای D

دروازهٔ منطقی AND، دروازه‌ای است که چنانچه همهٔ ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشند، خروجی آن نیز در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد. در غیر این صورت حتی اگر یکی از ورودی‌های آن در وضعیت صفر منطقی باشد، خروجی این دروازه در وضعیت صفر منطقی خواهد بود.

عملکرد وضعیت‌های مختلف دروازهٔ منطقی AND را در شکل‌های زیر مشاهده می‌کنید.

در شکل ۱-۱۲ الف مدار عملی دروازهٔ منطقی AND را مشاهده می‌کنید هر دو کلید A و B در حالت قطع هستند در نتیجه لامپ روشن نخواهد شد.

شکل ۱-۱۲ ب مدار دروازهٔ منطقی AND را در این وضعیت نشان می‌دهد.



الف) مدار عملی



**نکته:** کلید بسته وضعیت یک منطقی و کلید باز وضعیت صفر منطقی را نشان می‌دهد.

**۱-۳-۱- دروازهٔ AND یا «و»:** شرکتی می‌خواهد فردی را استخدام کند، از شرایط استخدام، داشتن دیپلم و گواهی‌نامهٔ مهارت در کار با کامپیوتر است. بدین ترتیب فردی می‌تواند از دروازهٔ شرکت عبور کند و به استخدام درآید که دیپلم و گواهی مهارت در کار با کامپیوتر داشته باشد، اگر هر کدام از شرایط را نداشته باشد استخدام نمی‌شود.

مثلاً درمورد آقای B دیپلم دارد پس یکی از ورودی‌ها یک است اما گواهی‌نامهٔ کار با کامپیوتر را ندارد پس ورودی دوم صفر است. در نتیجه این فرد استخدام نمی‌شود بنابراین خروجی نیز صفر است. یا خانم C دیپلم ندارد پس یکی از ورودی‌ها صفر است، اما گواهی‌نامهٔ کار با کامپیوتر را دارد در نتیجه ورودی دوم یک است. باز هم این فرد استخدام نمی‌شود ولی آقای D هم دیپلم و هم گواهی‌نامهٔ مهارت کار با کامپیوتر را دارد پس هر دو ورودی یک است و این فرد استخدام می‌شود. جدول ۱-۱ شرط استخدام را برای شرکت مشخص می‌کند.



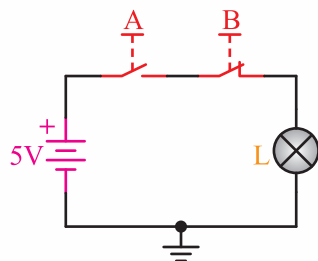
مدارهای این فصل با استفاده از نرم افزار ادیسون رسم شده است.



وصل است، در نتیجه لامپ روشن نخواهد شد.  
 شکل ۱-۱۴. ب مدار دروازه منطقی AND را در این وضعیت نشان می‌دهد.



الف) مدار عملی



ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۱۴. دروازه منطقی AND در وضعیت قطع کلید A و وصل کلید B

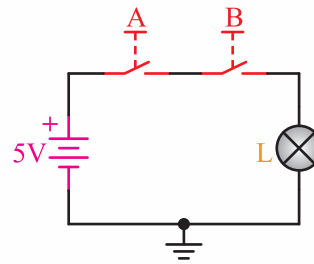
در شکل ۱-۱۵. الف مدار عملی دروازه منطقی AND را مشاهده می‌کنید.

در این مدار هر دو کلید A و B وصل هستند. در نتیجه لامپ روشن خواهد شد.

شکل ۱-۱۵. ب مدار دروازه منطقی AND را در این وضعیت نشان می‌دهد.



الف) مدار عملی

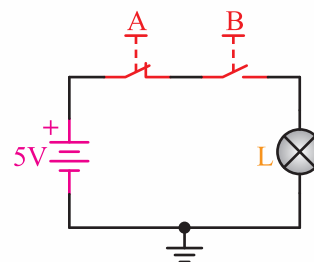


ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۱۲. دروازه منطقی AND در وضعیت قطع هر دو کلید  
 در شکل ۱-۱۳. الف مدار عملی دروازه منطقی AND را مشاهده می‌کنید. در این مدار کلید A وصل و کلید B قطع است، در نتیجه لامپ روشن نخواهد شد.  
 شکل ۱-۱۳. ب مدار دروازه منطقی AND را در این وضعیت نشان می‌دهد.



الف) مدار عملی



ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۱۳. دروازه منطقی AND در وضعیت قطع بودن کلید B و وصل کلید A

در شکل ۱-۱۴. الف مدار عملی دروازه منطقی AND را مشاهده می‌کنید. در این مدار کلید A قطع و کلید B وصل است.

قرار می‌گیرد که همه ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشند.

### ۲-۳-۱- دروازه OR یا «یا»:

شرکتی می‌خواهد فردی را استخدام کند. فرد باید یا دیپلم داشته باشد یا دارای گواهی‌نامه مهارت در رشته حسابداری باشد. اگر یکی از این موارد را داشته باشد می‌تواند استخدام شود. جدول ۱-۴ وضعیت مراجعه کنندگان برای استخدام را مشخص می‌کند.

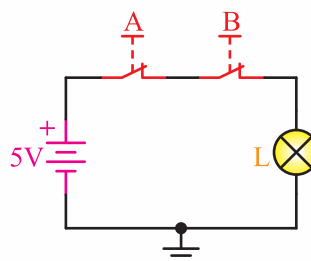
جدول ۱-۴- شرط استخدام

وضعیت استخدام	گواهی‌نامه مهارت در حسابداری	داشتن دیپلم	فرد مراجعه کننده
استخدام نمی‌شود	ندارد	ندارد	خانم A
استخدام می‌شود	ندارد	دارد	آقای B
استخدام می‌شود	دارد	ندارد	خانم C
استخدام می‌شود	دارد	دارد	آقای D

باتوجه به جدول ۱-۴ اگر فرد فقط یکی از شرایط را داشته باشد استخدام می‌شود و اگر هر دو شرط را نیز دارا باشد استخدام خواهد شد.

دروازه منطقی OR، دروازه‌ای است که اگر دست کم یکی از ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشد، خروجی آن نیز در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد و چنانچه همه ورودی‌های آن در وضعیت صفر منطقی باشند، خروجی آن نیز در وضعیت صفر منطقی خواهد بود. عملکرد دروازه منطقی OR به صورت شکل ۱-۱۶ است.

در این شکل کلیدها به صورت موازی با یکدیگر قرار



ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۱۵- دروازه منطقی AND در وضعیت وصل هر دو کلید A

و B

به طور کلی، برای بررسی عملکرد حالت‌های مختلف باز و بسته بودن کلیدها از جدول ۱-۲ استفاده می‌کنیم.

جدول ۱-۲- جدول عملکرد دروازه AND منطقی

وضعیت خروجی	وضعیت کلید B	وضعیت کلید A
۰ منطقی یا ۰ V	باز	باز
۰ منطقی یا ۰ V	بسته	باز
۰ منطقی یا ۰ V	باز	بسته
۱ منطقی یا ۵ V	بسته	بسته

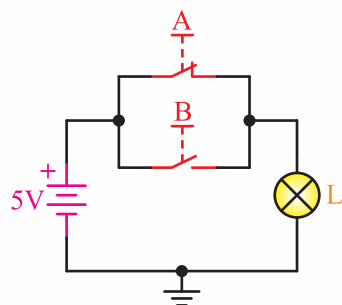
اگر حالت باز کلید را صفر منطقی و حالت بسته‌آن را یک منطقی در نظر بگیریم، جدول ۱-۲ به صورت جدول ۱-۳ خواهد بود.

جدول ۱-۳- جدول صحت دروازه منطقی AND

A	B	Y
۰	۰	۰
۰	۱	۰
۱	۰	۰
۱	۱	۱

جدول ۱-۳ را جدول صحت (Truth Table) می‌نامند. این جدول شناسنامه یک دروازه (در اینجا دروازه AND) محسوب می‌شود.

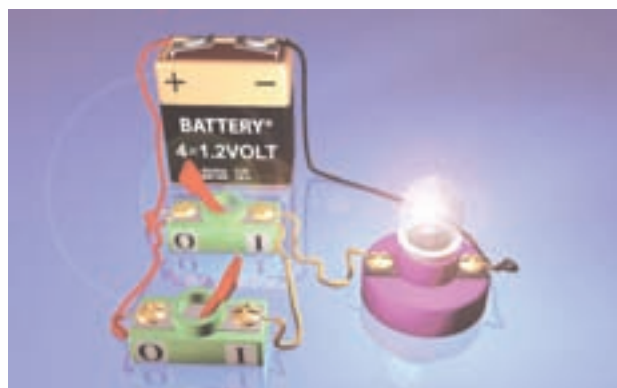
همان‌طور که از جدول صحت نیز پیداست خروجی این دروازه منطقی (Y) زمانی در وضعیت یک منطقی



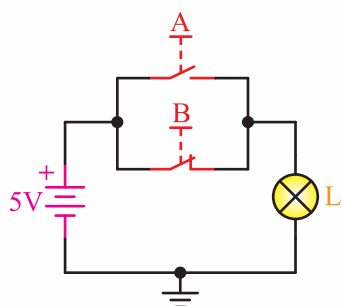
(ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۱۷- دروازه منطقی OR در وضعیت بسته بودن کلید A و باز بودن کلید B

در شکل ۱-۱۸- الف مدار عملی دروازه منطقی OR را مشاهده می کنید. در این مدار کلید A باز و کلید B وصل است، در این حالت لامپ روشن خواهد شد. شکل ۱-۱۸- ب مدار دروازه منطقی OR را در این حالت نشان می دهد.



الف) مدار عملی



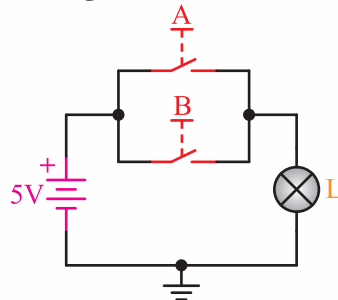
(ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۱۸- دروازه منطقی OR در وضعیت باز بودن کلید A و بسته بودن کلید B

گرفته اند. اگر هر دو کلید در وضعیت قطع (باز) باشند لامپ روشن نخواهد شد، شکل ۱-۱۶- الف مدار عملی و شکل ۱-۱۶- ب مدار شماتیک یکی از وضعیت های دروازه منطقی OR را نشان می دهد.



الف) مدار عملی



(ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۱۶- دروازه منطقی OR در وضعیت قطع هر دو کلید A و B در شکل ۱-۱۷- الف مدار عملی دروازه منطقی OR را مشاهده می کنید. در این مدار کلید A وصل و کلید B قطع است، در این حالت لامپ روشن خواهد شد. شکل ۱-۱۷- ب مدار دروازه منطقی OR را در این وضعیت نشان می دهد.



الف) مدار عملی

در شکل ۱-۲۰ اگر فقط یکی از دو کلید A یا B در وضعیت یک منطقی (حالت بسته) قرار گیرند، خروجی ( $V_o$ ) در وضعیت یک منطقی قرار خواهد گرفت. برای بررسی عملکرد حالات مختلف باز و بسته بودن کلیدها از جدول ۱-۵ استفاده می‌کنیم.

جدول ۱-۵ جدول تغییرات دروازه منطقی OR

وضعیت خروجی	وضعیت کلید B	وضعیت کلید A
۰ منطقی یا ۰ V	باز	باز
۱ منطقی یا ۵ V	بسته	باز
۱ منطقی یا ۵ V	باز	بسته
۱ منطقی یا ۵ V	بسته	بسته

اگر حالت باز کلید را صفر منطقی و حالت بسته آن را یک منطقی در نظر بگیریم، جدول ۱-۵ به جدول ۱-۶ تبدیل خواهد شد.

جدول ۱-۶ جدول صحت دروازه منطقی OR

A	B	Y
۰	۰	۰
۰	۱	۱
۱	۰	۱
۱	۱	۱

جدول ۱-۶ جدول صحت دروازه OR است. همان‌طور که از این جدول پیداست، خروجی دروازه OR زمانی در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد که دست کم یکی از ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشد.

### ۱-۳-۳-۱ دروازه NOT یا «نه» یا «نفی»:

شرکتی می‌خواهد فردی را استخدام کند. اگر فردی دارای سابقه کیفری باشد استخدام نمی‌شود، یعنی ورودی (سابقه کیفری) هست ولی خروجی صفر است.

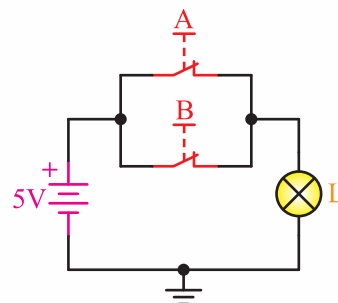
جدول ۱-۷ وضعیت مراجعه‌کنندگان را مشخص می‌کند.

در شکل ۱-۱۹ الف مدار عملی دروازه منطقی OR را مشاهده می‌کنید. در این مدار هر دو کلید A و B بسته هستند، در نتیجه لامپ روشن خواهد شد.

شکل ۱-۱۹ ب مدار دروازه منطقی OR را در این وضعیت نشان می‌دهد.



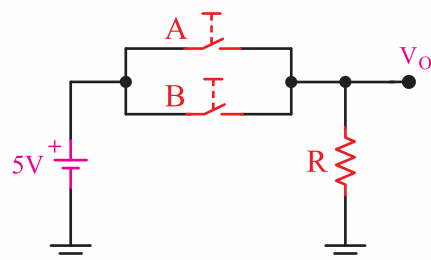
الف) مدار عملی



ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۱۹-۱ دروازه منطقی OR در وضعیت بسته بودن هر دو کلید

دروازه منطقی OR، دروازه‌ای است که اگر دست کم یکی از ورودی‌های آن در وضعیت یک منطقی باشد، خروجی آن نیز در وضعیت یک منطقی قرار می‌گیرد و چنان‌چه همه ورودی‌های آن در وضعیت صفر منطقی باشند، خروجی آن نیز در وضعیت صفر منطقی خواهد بود. عملکرد دروازه OR به صورت شکل ۱-۲۰ است.



شکل ۱-۲۰ عملکرد دروازه OR



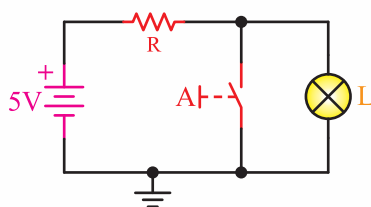
## جدول ۱-۷ شرط استخدام

فرد مراجعه کننده	داشتن سابقه کیفی	وضعیت استخدام
آقای A	ندارد	استخدام می شود
آقای B	دارد	استخدام نمی شود

چنان چه بخواهیم عملکرد دروازه منطقی NOT را با مدار ساده کلیدی نمایش دهیم، می توانیم از شکل ۱-۲۲ استفاده کنیم. در شکل ۱-۲۲ الف مدار عملی دروازه منطقی NOT را مشاهده می کنید. کلید در حالت باز است ولی لامپ روشن می شود و شکل ۱-۲۲ ب مدار شماتیک این وضعیت را نشان می دهد.



الف) مدار عملی



ب) مدار شماتیک

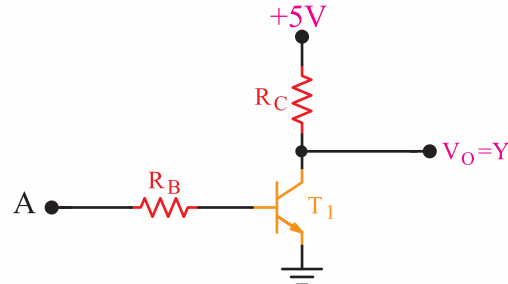
شکل ۱-۲۲ مدار دروازه منطقی NOT در زمان باز بودن کلید

در شکل ۱-۲۳ الف مدار عملی دروازه منطقی NOT را مشاهده می کنید. در این وضعیت کلید بسته است ولی لامپ روشن نمی شود. شکل ۱-۲۳ ب مدار شماتیک حالت بسته بودن کلید را نشان می دهد.



الف) مدار عملی

دروازه NOT، دروازه ای است که اولاً یک ورودی دارد؛ ثانیاً خروجی آن زمانی در وضعیت یک منطقی قرار می گیرد که ورودی آن در وضعیت صفر منطقی باشد. برای بررسی عملکرد دروازه NOT به شکل ۱-۲۱ توجه کنید.



شکل ۱-۲۱ مدار معادل الکترونیکی دروازه منطقی NOT

اگر به ورودی این مدار (A)، ولتاژ حدود صفر ولت اعمال کنیم، ترانزیستور قطع می شود و ولتاژ خروجی آن تقریباً همان ولتاژ تغذیه (در این شکل ۵ ولت) خواهد شد اما با اعمال ولتاژ حدود ۵ ولت ترانزیستور T1 اشباع می شود و ولتاژ خروجی حدود ۰/۲ ولت خواهد شد. این نتایج در جدول ۱-۸ خلاصه شده است:

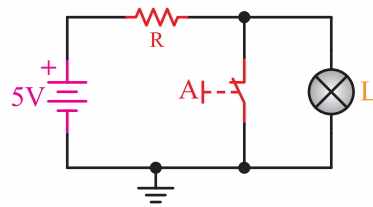
جدول ۱-۸ جدول تغییرات دروازه NOT

ولتاژ ورودی (A)	ولتاژ خروجی (Y)
۰ V	= ۵ V
۵ V	= ۰ V

جدول ۱-۸ را می توان به صورت جدول ۱-۹ نیز نوشت.

جدول ۱-۹ جدول صحت دروازه NOT

A	Y
۰	۱
۱	۰



ب) مدار شماتیک

شکل ۱-۲۳- مدار دروازه منطقی NOT در زمان وصل بودن کلید

اگر حالت باز کلید را صفر منطقی در نظر بگیریم (جریان عبوری از کلید صفر است)، حالت بسته کلید، یک منطقی را نشان می‌دهد. جدول ۱-۱۰ عملکرد مدار را نشان می‌دهد.

جدول ۱-۱۰- جدول تغییرات مدار الکتریکی دروازه

NOT

وضعیت لامپ	وضعیت کلید
روشن	باز
خاموش	بسته

#### ۱-۴- سیستم‌های اعداد

اعدادی که در عصر حاضر به طور وسیعی از آنها استفاده می‌کنیم، شاید در حدود ۱۰ تا ۱۲ هزار سال پیش به وجود آمده‌اند و بعدها برای شمارش این اعداد، اسم‌ها و قوانینی وضع شد. گسترش شمارش اعداد در مبنای مختلف، سیستم‌های مختلفی را ایجاد کرد که در حال حاضر هر یک از این سیستم‌ها در موارد خاصی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

یکی از مبنای که از زمان قدیم تا کنون مورد استفاده قرار گرفته است، مبنای ۱۰ (ده‌دهی) است که بر مبنای شمارش انگشتان دست‌ها بوده و چنین ترتیب ذهنی را برای آنها به وجود آورده‌اند.

#### ۱-۴-۱- سیستم ده‌دهی (اعشاری) (Decimal):

سیستم اعداد ده‌دهی (اعشاری) از ده عدد علامت ۰ و ۱ و ۲ و ... ۹ تشکیل شده‌اند. برای شمارش از صفر تا ۹ از این علامت‌ها استفاده می‌کنیم و برای نشان دادن اعداد بزرگ‌تر از ۹، این علامت‌ها را طبق قواعد خاصی با یک دیگر ترکیب

می‌کنیم (پشت سر هم قرار می‌دهیم). چنان که می‌دانید، موقعیت مکانی هر عدد (هر علامت) یا رقم معنی خاصی دارد؛ مثلاً با دو رقم ۶ و ۴ دو عدد ۴۶ و ۶۴ را می‌توان ساخت که از نظر معنا با هم متفاوت‌اند. در سیستم ده‌دهی، هر عدد را می‌توان به صورت توان‌هایی از ۱۰ نشان داد؛ به این دلیل به آنها سیستم ده‌دهی می‌گویند. مثلاً:

$$3296 = 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

$$3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

به طور کلی، در سیستم اعشاری (ده‌دهی) هر عدد صحیح را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$N = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0$$

ضرایب  $a_n, a_{n-1}, a_2, \dots, a_1, a_0$  می‌توانند بین صفر تا ۹ باشند. توان‌های ۱۰ ارزش مکانی هر یک از رقم‌ها را مشخص می‌کند. مثلاً:

$$45531 = 4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

یکان دهگان صدگان هزارگان ده هزارگان

در عدد ۴۵۵۳۱، رقم ۴ مربوط به  $a_n$ ، رقم ۵ مربوط به  $a_{n-1}$ ، رقم ۵ صدگان مربوط به  $a_{n-2}$ ، رقم ۳ مربوط به  $a_{n-3}$  و ۱ مربوط به  $a_{n-4}$  است. در این مثال  $n=4$  است در نتیجه  $a_{n-4} = a_0 = 1$  و  $a_{n-1} = a_3 = 3$  و  $a_{n-2} = a_2 = 5$  و  $a_{n-3} = a_1 = 5$  و  $a_{n-4} = a_0 = 4$  می‌شود.



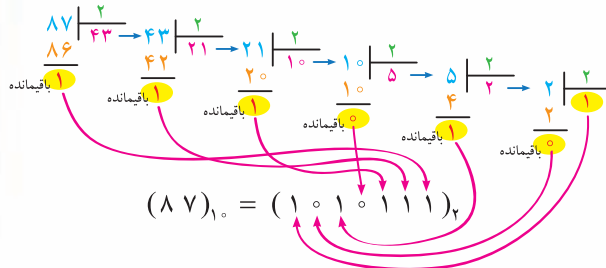
تمرین کلاسی ۱-۱: ضرایب و ارزش مکانی

عدد ۸۳۲۹ را مشخص کنید.

#### ۱-۴-۲- سیستم دودویی (Binary):

در سیستم دودویی علائم به کار رفته ۰ و ۱ (دوتا) هستند. برای شمارش صفر و یک از این علامت‌ها استفاده می‌کنیم و برای نمایش دادن اعداد بزرگ‌تر از یک، این دو علامت را طبق قواعد خاصی پشت سر هم قرار می‌دهیم. در این سیستم نیز هر علامت متناسب با مکانی که در آن قرار می‌گیرد (یا موقعیت رقم)، ارزش

برای تبدیل کردن اعداد اعشاری به باینری، می‌توانیم از تقسیمات متوالی عدد اعشاری به عدد دو استفاده کنیم. برای مثال عدد اعشاری ۸۷ را به عدد باینری تبدیل می‌کنیم.



تقسیمات را تا جایی ادامه می‌دهیم تا آخرین خارج قسمت یک شود و سپس در سمت چپ آخرین خارج قسمت را می‌نویسیم و به ترتیب باقیمانده‌های به‌دست آمده را در جلوی آن قرار می‌دهیم.

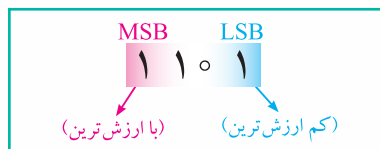


**تمرین کلاسی ۱-۲:** عدد ۹۵ در مبنای ده‌دهی را به مبنای باینری تبدیل کنید.



**تمرین کلاسی ۱-۳:** عدد ۱۳۶ در مبنای ده‌دهی را به مبنای باینری تبدیل کنید.

در یک عدد باینری مثلاً (۱۱۰۱۱۱) بیت اول از سمت راست کم ارزش‌ترین بیت است که به آن (LSB (Least significant Bit) می‌گویند. به آخرین بیت در سمت چپ که با ارزش‌ترین بیت است (MSB (Most Significant Bit) گفته می‌شود. توجه داشته باشید که ارزش ارقام دقیقاً مشابه سیستم اعشاری است.



خاصی پیدا می‌کند. به طور کلی در سیستم دودویی هر عدد را می‌توان به صورت زیر نوشت:

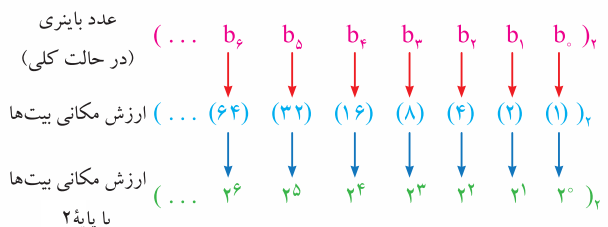
$$N = a_n \times 2^n + a_{n-1} \times 2^{n-1} + \dots + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0$$

در این جا ضرایب  $a_n, \dots, a_1, a_0$  می‌توانند صفر یا یک باشند. در سیستم دوتایی به هر رقم صفر یا یک، یک بیت (Binary Digit = Bit) می‌گویند، مثلاً عدد ۱۱۰۱ یک عدد چهار بیتی است.

در گذشته به هر چهار بیت یک نی بل (nibble) می‌گفتند و در حال حاضر به هر هشت بیت یک بایت (Byte) گفته می‌شود. واحد بزرگ‌تر از بایت، کیلوبایت معادل  $1024 (2^{10})$  بایت و مگابایت معادل  $1024 (2^{20})$  بایت است.

برای نمایش دادن اعداد باینری (اعداد در مبنای ۲) می‌توانیم باتوجه به ارزش مکانی هر بیت، آن عدد را بنویسیم.

می‌دانیم که در یک سیستم دودویی ارزش اولین بیت برابر یک، ارزش دومین بیت برابر ۲ (دو برابر رقم قبل)، ارزش سومین بیت برابر ۴ (دو برابر رقم قبلی) و ارزش چهارمین بیت برابر ۸ (دو برابر رقم قبلی) و ... است.



**مثال ۱-۱:** عدد باینری ۱۰۰۱۱، دارای ارزش مکانی و ضرایب به صورت زیر است.

$$10011_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

یکای ۱۶ تایی      ۸ تایی      ۴ تایی      ۲ تایی      یکی

ضرایب این عدد به صورت :

$$a_4=1 \text{ و } a_3=0 \text{ و } a_2=0 \text{ و } a_1=1 \text{ و } a_0=1$$

مثلاً در سیستم اعشاری عدد ۷۸۳۲، کم ارزش ترین رقم عدد ۲ و با ارزش ترین رقم عدد ۷ است. در جدول ۱-۱۱، اعداد باینری از صفر تا ۱۵ نمایش داده شده‌اند.

جدول ۱-۱۱- اعداد اعشاری و معادل باینری آن

باینری	اعشاری ده دهی
۰	۰
۱	۱
۱۰	۲
۱۱	۳
۱۰۰	۴
۱۰۱	۵
۱۱۰	۶
۱۱۱	۷
۱۰۰۰	۸
۱۰۰۱	۹
۱۰۱۰	۱۰
۱۰۱۱	۱۱
۱۱۰۰	۱۲
۱۱۰۱	۱۳
۱۱۱۰	۱۴
۱۱۱۱	۱۵

**نکته ۱:** چون عملکرد دروازه‌های منطقی پایه در دو حالت صفر و یک تعریف شده است، به همین دلیل از سیستم دودویی (باینری) استفاده می‌شود.

**نکته ۲:** در سیستم دودویی هر کیلو بایت معادل  $2^{10}$  بایت است و با واحد کیلو در بقیه کمیت‌هایی که تاکنون شناخته‌ایم متفاوت است: به همین ترتیب داریم:

$$\begin{aligned} 1 \text{ KB} &= 2^{10} \text{ B} \\ 1 \text{ MB} &= 2^{10} \text{ KB} = 2^{20} \text{ B} \\ 1 \text{ GB} &= 2^{10} \text{ MB} = 2^{20} \text{ KB} = 2^{30} \text{ B} \\ 1 \text{ TB} &= 2^{10} \text{ GB} = 2^{20} \text{ MB} = 2^{30} \text{ KB} = 2^{40} \text{ B} \end{aligned}$$

آیا می‌دانید:

از واحدهای کیلوبایت، مگابایت، گیگابایت و ... در رابطه با سنجش ظرفیت چه وسایلی استفاده می‌شود و چه مفهومی دارد؟ توضیح دهید.

### ۳-۴-۱- سیستم هشت تایی (اکتال Octal):

در سیستم اکتال (هشت تایی) مبنا، عدد ۸ و تعداد علامت‌ها هشت رقم به صورت (۰ و ۱ و ۲ و ... و ۷) است. برای نمایش دادن اعداد از صفر تا هفت، از این علامت‌ها استفاده می‌شود. برای اعداد بزرگ‌تر از هفت، این علامت‌ها را طبق قواعد خاصی پشت سرهم قرار می‌دهیم. این قاعده‌ها را در ادامه توضیح خواهیم داد. در این سیستم مانند سیستم ده دهی، هر عدد موقعیت خاص خود را دارد. معادل اعشاری اعداد اکتال مشابه اعداد باینری از رابطه زیر به دست می‌آید. با این تفاوت که به جای عدد ۲، عدد ۸ قرار می‌گیرد.

$$N = a_n \times 8^n + a_{n-1} \times 8^{n-1} + \dots + a_2 \times 8^2 + a_1 \times 8^1 + a_0 \times 8^0$$

ضرایب  $a_n$  تا  $a_0$  می‌توانند مقادیری بین صفر تا ۷ باشند، مثلاً عدد اکتال  $(5236)_8$  در سیستم اعشاری برابر است با:

$$\begin{aligned} (5236)_8 &= \\ 5 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^0 &= \\ 5 \times 512 + 2 \times 64 + 3 \times 8 + 6 \times 1 &= \\ 2560 + 128 + 24 + 6 &= (2718)_{10} \end{aligned}$$

با مثال دیگری در این رابطه موضوع را روشن‌تر می‌کنیم.

$$\begin{aligned} (7040)_8 &= 7 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 0 \times 8^0 = \\ 7 \times 512 + 0 \times 64 + 4 \times 8 + 0 \times 1 &= \\ 3584 + 0 + 32 + 0 &= (3616)_{10} \end{aligned}$$

برای تبدیل کردن اعداد اعشاری به اکتال، از تقسیم‌های متوالی عدد اعشاری به عدد ۸ استفاده می‌کنیم و همان قواعد خاصی را که در بالا اشاره کردیم توضیح خواهیم داد.





**تمرین کلاسی ۱-۶:** اعداد ده‌دهی زیر را به مبنای اکتال و باینری ببرید.

الف) ۵۷۲ (ب) ۸۴ (پ) ۱۰۲۴

## ۴-۴-۱- سیستم شانزده تایی

(هگزادسی مال Hexa decimal):

در این سیستم (۱۶ تایی)، ۱۶ علامت شامل ۰، ۱، ۲، ...، ۹، A، B، C، D، E و F به کار می‌رود. در این سیستم برای نمایش عددهای بیشتر از ۹ و کمتر از ۱۶ باید از یک علامت استفاده کرد و نمی‌توان مثلاً عدد ۱۰ را به همین صورت نشان داد چون یک عدد دو رقمی است که هم صفر و هم یک دارد و با صفر و یک اصلی اشتباه می‌شود. به همین دلیل از حروف استفاده می‌شود که:

$$A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15$$

برای اعداد بزرگ‌تر از ۱۶ این علامت‌ها را طبق قواعد خاصی پشت سر هم قرار می‌دهیم. مشابه همان قواعدی که در سیستم اکتال بیان شد با این تفاوت که پایه در این جا عدد ۱۶ است. در این سیستم اعداد نیز، هر عدد موقعیت خاص خود را دارد.

معادل اعشاری اعداد هگزادسی مال از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$N = a_n \times 16^n + a_{n-1} \times 16^{n-1} + \dots + a_1 \times 16^1 + a_0 \times 16^0$$

ضرایب  $a_n$  تا  $a_0$  می‌توانند مقادیری بین صفر تا F (۱۵) باشند. مثلاً عدد  $(A14E)_{16}$  در مبنای ۱۶ نوشته شده است. معادل اعشاری آن برابر است با:

$$N = A \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 4 \times 16^1 + E \times 16^0 =$$

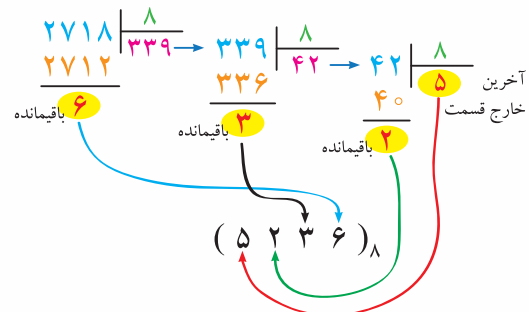
$$N = (10) \times 4096 + 1 \times 256 + 4 \times 16 + (14) \times 1 =$$

$$40960 + 256 + 64 + 14 = (41294)_{10}$$

برای تبدیل کردن اعداد اعشاری به اعداد هگزادسی مال،

**مثال ۱-۲:** عدد اعشاری  $(2718)_{10}$  را به عدد اکتال

تبدیل کنید (به مبنای ۸ ببرید).



تقسیمات را تا جایی ادامه می‌دهیم که خارج قسمت با عدد ۷ مساوی یا کوچکتر شود. مشابه سیستم باینری از سمت چپ شروع به نوشتن عدد می‌کنیم. به این ترتیب که آخرین خارج قسمت را سمت چپ نوشته و به ترتیب باقیمانده را در جلوی آن می‌نویسیم تا به اولین باقی‌مانده تقسیم برسیم.

$$(2718)_{10} = (5236)_8$$



**تمرین کلاسی ۱-۴:** عدد  $(5236)_8$  را به مبنای اعشاری تبدیل کنید و ببینید آیا همان عدد به دست می‌آید؟

**مثال ۱-۳:** عدد  $3045$  در مبنای اکتال را به مبنای

اعشار (ده‌دهی) تبدیل کنید.

$$(3045)_8 = 3 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 5 \times 8^0 =$$

$$3 \times 512 + 0 \times 64 + 4 \times 8 + 5 \times 1 =$$

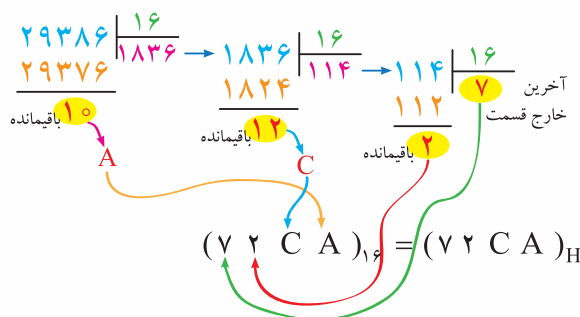
$$1536 + 0 + 32 + 5 = (1573)_{10}$$



**تمرین کلاسی ۱-۵:** اعداد زیر را که در مبنای اکتال هستند به مبنای ده‌دهی (اعشاری) ببرید.

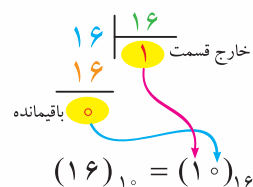
الف)  $(753)_8$

ب)  $(1462)_8$



از تقسیم‌های متوالی عدد اعشاری به عدد ۱۶ استفاده می‌کنیم. هنگام تقسیم کردن توجه داشته باشید که اگر باقیمانده بین ۱۰ تا ۱۵ باشد، باید از حروف A تا F استفاده کنید.

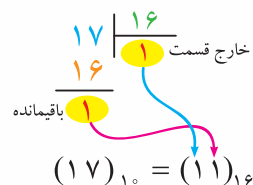
**مثال ۴-۱:** عدد ۱۶ در مبنای ده‌دهی را به مبنای هگزادسی‌مال تبدیل کنید.



مشابه سیستم‌های دیگر تقسیم‌های متوالی را تا جایی که آخرین خارج قسمت با ۱۵ مساوی یا کوچک‌تر شود ادامه می‌دهیم، سپس از سمت چپ ابتدا آخرین خارج قسمت را می‌نویسیم و باقیمانده‌ها را در جلوی آن، تا به اولین باقیمانده برسیم.

همانطور که ملاحظه کردید عدد ۱۶ در سیستم ده‌دهی به عدد ۱۰ در سیستم هگزادسی‌مال تبدیل شد.

**مثال ۵-۱:** عدد ۱۷ در مبنای ده‌دهی را به مبنای هگزادسی‌مال تبدیل کنید.



**تمرین کلاسی ۷-۱:** عدد ۷۵۶۸ را به مبنای هگزادسی‌مال ببرید.

**تمرین کلاسی ۸-۱:** عدد  $(ABF)_{16}$  در مبنای ۱۶ را به مبنای اعشاری تبدیل کنید.

## ۱-۵-۱ مکمل‌های اعداد

مکمل‌ها یا متمم‌ها در کامپیوترهای دیجیتال برای ساده کردن عمل تفریق و یا عملیات منطقی به کار می‌روند. در هر مبنایی دو نوع مکمل برای هر سیستم وجود دارد:

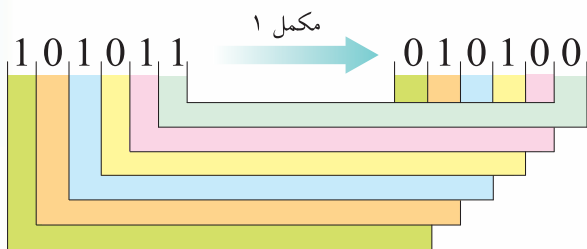
یکی مکمل مبنای پایه و دیگری مکمل مبنای پایه کاهش یافته است. در سیستم دودویی چون مبنای ۲ است مکمل ۲ را داریم و مکمل کاهش یافته پایه که آن را مکمل ۱ می‌نامیم.

**۱-۵-۱-۱ مکمل ۱:** برای بدست آوردن مکمل ۱

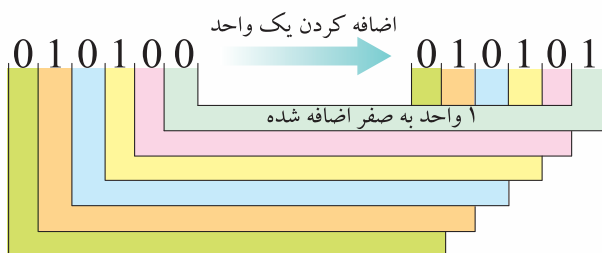
با توجه به دو مثال بالا در سیستم هگزادسی‌مال، معادل ۱۶ و ۱۷ سیستم ده‌دهی، اعداد ۱۰ و ۱۱ خواهد شد.

اگر بخواهیم ۱۱ را در مبنای هگزادسی‌مال به صورت  $(11)_H$  نشان دهیم با ۱۷، اشتباه می‌شود. لذا ناگزیریم ۱۱ را با علامت دیگری نشان دهیم که از علائم A تا F برای اعداد ۱۰ تا ۱۵ استفاده می‌کنیم.

**مثال ۶-۱:** عدد اعشاری  $(29386)_{10}$  را به سیستم هگزادسی‌مال تبدیل کنید.



در این روش همانطور که ملاحظه شد یک‌ها را به صفر و صفرها را به یک تبدیل می‌کنیم که ابتدا مکمل ۱ عدد به دست می‌آید. سپس به مکمل ۱ عدد به دست آمده یک واحد اضافه می‌شود که این روش را پس از فراگیری جمع در سیستم باینری بهتر درک خواهید کرد.



اگر عدد مثال دوم را با روش اول نیز تبدیل کنیم به همین نتیجه خواهیم رسید.

$$101011 \xrightarrow{\text{مکمل } 2} 010101$$

اولین یک از سمت راست را می‌نویسیم دومین یک، صفر می‌شود و رقم صفر از سمت راست یک شده و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم. حاصل در هر دو روش یک سان است. لازم است که هر دو روش را فرا بگیرید.

**تمرین کلاسی ۱-۱۰:** مکمل ۲ عدد باینری ۱۰۱۱۰۱ را از هر دو روش به دست آورید.

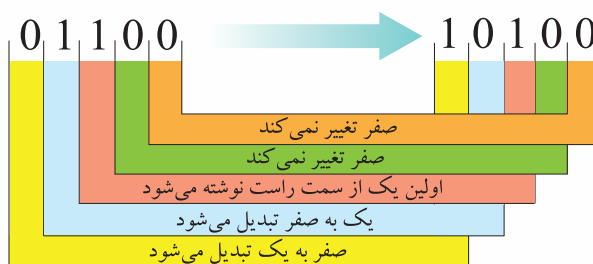
**مثال ۱-۷:** مکمل ۲ عدد باینری ۱۰۰۰۱ را از هر دو روش به دست آورید.

در هر عدد دودویی (باینری) کافی است صفرها را یک و یک‌های آن را به صفر تبدیل کنیم. مثلاً برای عدد باینری ۰۱۱۱۰۱ مکمل یا متمم یک آن به صورت ۱۰۰۰۱۰ خواهد شد.



**تمرین کلاسی ۱-۹:** متمم یا مکمل ۱ عدد باینری ۱۰۰۱۱۰۱ را به دست آورید.

**۲-۵-۱- مکمل ۲:** در سیستم دودویی مکمل ۲ براساس مبنا یا پایه آن تعریف شده است. برای به دست آوردن مکمل ۲ در هر عدد باینری به صورت زیر عمل می‌کنیم. ابتدا اولین ارقام صفر را از سمت راست می‌نویسیم به اولین یک که رسیدیم آن را نوشته، سپس بقیه بیت‌ها را متمم می‌کنیم یعنی یک‌ها را به صفر و صفرها را به یک تبدیل می‌کنیم. مثلاً برای عدد باینری ۰۱۱۰۰ از سمت راست، ابتدا دو صفر آن را نوشته و اولین یک از سمت راست را نیز می‌نویسیم سپس دومین یک از سمت راست را صفر می‌کنیم و بعد صفر را یک کرده و آن را می‌نویسیم.



روش دیگری نیز برای مکمل ۲ وجود دارد به این ترتیب که ابتدا مکمل ۱ عدد باینری را می‌نویسیم، سپس یک واحد به عدد به دست آمده اضافه می‌کنیم. به طور مثال مکمل ۲ عدد باینری ۱۰۱۰۱۱ را از روش دوم به دست می‌آوریم.

## ۱-۶-۱- تبدیل مبنای ۲ به ۱۰: برای تبدیل

اعداد دودویی به دسی مال، ابتدا ارزش مکانی بیت‌های عدد باینری را مشخص می‌کنیم، سپس باتوجه به مقدار بیت در آن ارزش مکانی آنها را با هم جمع می‌کنیم. به عنوان مثال ارزش مکانی عدد زیر را تعیین می‌کنیم.

(۱ ۰ ۰ ۱ ۰ ۱ ۰ ۱)₂	
ارزش مکانی ۱ = ۲⁰	
ارزش مکانی ۲ = ۲¹	
ارزش مکانی ۴ = ۲²	
ارزش مکانی ۸ = ۲³	
ارزش مکانی ۱۶ = ۲⁴	
ارزش مکانی ۳۲ = ۲⁵	
ارزش مکانی ۶۴ = ۲⁶	

$$1 \times 64 + 0 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 =$$

$$64 + 0 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0 = 74$$

$$(1001010)_2 = 74$$

**مثال ۱-۸:** عدد باینری ۱۰۰۱۱۱۱۰ را به مبنای

ده ببرید.

$$(10011110)_2 =$$

$$1 \times 128 + 0 \times 64 + 0 \times 32 + 1 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 =$$

$$128 + 16 + 8 + 4 + 2 = 158$$

$$(10011110)_2 = 158$$



### تمرین کلاسی ۱-۱۲:

عدد (۰۱۱۰۱۱۱۰۱)₂ را به مبنای ده‌دهی (دسی مال) تبدیل کنید.



### تمرین کلاسی ۱-۱۳: اعداد باینری

زیر را به مبنای اعشاری (دسی مال) ببرید.

$$\text{الف) } (10111001)_2$$

$$\text{ب) } (100001)_2$$

$$10001 \xrightarrow{\text{مکمل ۲}} 01111 \quad \text{روش اول}$$

$$\begin{cases} 10001 \xrightarrow{\text{مکمل ۱}} 01110 \\ 01110 \xrightarrow{\text{اضافه کردن یک واحد}} 01111 \end{cases} \quad \text{روش دوم}$$



### تمرین کلاسی ۱-۱۱: مکمل ۱ و

مکمل ۲ اعداد باینری زیر را بنویسید.

برای به دست آوردن مکمل ۲ از هر دو روش استفاده کنید.

$$\text{الف) } 100110011$$

$$\text{ب) } 11101011$$

$$\text{پ) } 1010101$$

## ۱-۶- تبدیل مبنای اعداد به یکدیگر

وقتی که ما بیش‌تر از یک سیستم عددی داریم، تبدیل اعداد از یک سیستم به سیستم دیگر بسیار مهم است. برای ما آسان‌تر است که با اعداد دسی مال سروکار داشته باشیم ولی در سیستم‌های دیجیتال اعداد دودویی (باینری) بیش‌تر به کار می‌رود.

از طرفی ما هم به اعداد دسی مال احتیاج داریم و هم به اعداد دودویی، زیرا ماشین اعداد دودویی را می‌شناسد. در صورتی که روی نمایشگر باید اعداد ده‌دهی ظاهر شود. در نتیجه همواره در سیستم‌های دیجیتالی تبدیل اعداد دسی مال به اعداد دودویی در مورد اطلاعات ورودی و برعکس تبدیل اعداد دودویی به اعداد دسی مال در مورد اطلاعات خروجی مورد نیاز است.

اکثر سیستم‌های دیجیتال با اعداد در سیستم دودویی کار می‌کنند.

هم‌چنین استفاده از سیستم اعداد در مبنای اکتال (هشت‌تایی ۲³) و هگزا دسی مال (شانزده‌تایی ۲⁴) که به صورت توان‌هایی از ۲ نوشته می‌شوند، در ساده کردن این تبدیلات بسیار مؤثر هستند.



## ۲-۶-۱- تبدیل مبنای ۲ به ۸:

برای این که اعداد را از مبنای باینری به مبنای اکتال (هشت تایی) تبدیل کنیم، ابتدا باید عدد باینری را به مبنای دسی مال برده و سپس با تقسیم های متوالی بر ۸ به مبنای اکتال تبدیل کنیم.

به طور مثال برای تبدیل عدد باینری ۱۰۰۱۱۰ به مبنای اکتال به روش زیر عمل می کنیم.

مرحله اول تبدیل به مبنای دسی مال:

$$100110 =$$

$$1 \times 32 + 0 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 =$$

$$32 + 4 + 2 = 38$$

مرحله دوم تبدیل عدد اعشاری به مبنای اکتال:

$$\begin{array}{r} 38 \overline{) 38} \\ \underline{38} \phantom{00} \\ 00 \end{array}$$

خارج قسمت ۴  
باقیمانده ۶

تقسیم های متوالی را تا جایی ادامه می دهیم که خارج قسمت کوچکتر یا مساوی ۷ شود. از سمت چپ ابتدا آخرین خارج قسمت را نوشته سپس باقیمانده را به ترتیب تا اولین باقیمانده می نویسیم.

$$(38)_1 = (46)_8 = (46)_{10}$$

**مثال ۹-۱:** عدد  $(1110011)_2$  را به مبنای هشت تایی

ببرید.

$$(1110011)_2 =$$

$$1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$$

$$1 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 =$$

$$64 + 32 + 16 + 2 + 1 = 115$$

$$\begin{array}{r} 115 \overline{) 115} \\ \underline{112} \phantom{00} \\ 03 \end{array}$$

آخرین خارج قسمت ۱  
باقیمانده ۳

$$115 = (163)_8 = (1110011)_2$$



**تمرین کلاسی ۱۴-۱:** اعداد باینری زیر را به

مبنای اکتال تبدیل کنید.

$$\text{الف) } (110111001)_2$$

$$\text{ب) } (100001)_2$$

روش ساده تری نیز برای این تبدیل وجود دارد که سرعت کار را بالاتر می برد. می توان عدد باینری را از سمت راست سه بیت سه بیت جدا کنیم و معادل هر قسمت آن را به صورت اکتال بنویسیم، به طور مثال:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad , \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad = \quad (?)_8 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 4 \quad 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 = 6 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \quad 6 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ (100110)_2 = (46)_8 \end{array}$$

(۱) از سمت راست سه بیت سه بیت جدا می کنیم.

(۲) معادل اکتال هر سه بیت را می نویسیم.

(۳) عدد به دست آمده در مبنای اکتال است.



**تمرین کلاسی ۱۵-۱:** اعداد باینری زیر را از

روش ساده تر به مبنای اکتال ببرید.

$$\text{الف) } (110111001)_2$$

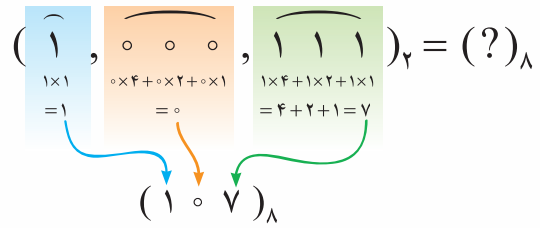
$$\text{ب) } (100001)_2$$

**مثال ۱۰-۱:** عدد  $(10011011)_2$  را به مبنای اکتال

ببرید. (از روش ساده و سریع).

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad , \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \quad , \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \quad = \quad (?)_8 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \times 2 + 0 \times 1 = 2 \quad 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 3 \quad 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 3 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ (233)_8 \end{array}$$

**مثال ۱۱-۱:** عدد  $(۱۰۰۰۱۱۱)_۲$  را به مبنای اکتال از روش ساده و سریع ببرید.



**نکته:** وقتی سه بیت سه بیت از

سمت راست جدا می‌کنیم، ممکن است در دسته سمت چپ یک یا دو بیت بماند که در نتیجه فقط همان یک یا دو بیت را برای تبدیل در نظر می‌گیریم.



**تمرین کلاسی ۱۶-۱: اعداد**

باینری زیر را از روش سریع‌تر و ساده‌تر به مبنای اکتال تبدیل کنید.

(الف)  $(۱۰۰۱۱۱۱۱۱)_۲$

(ب)  $(۱۱۰۰۰۱۰۱)_۲$

(پ)  $(۱۰۰۱۱۱۰)_۲$

همان طور که ملاحظه کردید در این جداسازی سه بیتی اگر هر سه بیت یک باشد، بزرگ‌ترین رقم عدد ۷ در سیستم اکتال می‌شود که خود بزرگ‌ترین رقم در سیستم اکتال است.



**تمرین کلاسی ۱۷-۱: عدد**

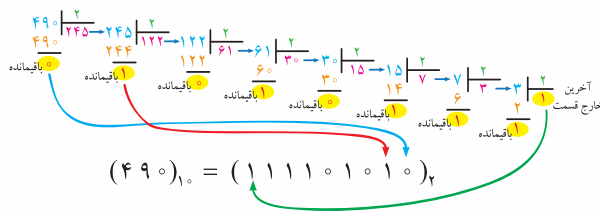
$(۱۰۰۱۱۰۱۱۱۰)_۲$  را از هر دو روش به سیستم اکتال تبدیل کنید. پاسخ‌ها را با هم مقایسه کنید.

**۳-۶-۱- تبدیل مبنای ۸ به ۲:** برای تبدیل اعداد در مبنای اکتال به مبنای دودویی، ابتدا باید عدد در سیستم اکتال را به سیستم دسی‌مال (اعشاری) برده، سپس با تقسیم‌های متوالی بر ۲ به مبنای دودویی تبدیل کنیم.

به طور مثال برای تبدیل عدد  $(۷۵۲)_۸$  به مبنای دودویی به روش زیر عمل می‌کنیم.  
 مرحله اول تبدیل به مبنای دسی‌مال:

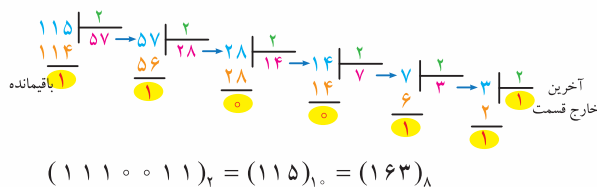
$$\begin{aligned} (۷۵۲)_۸ &= \\ ۷ \times ۸^۲ + ۵ \times ۸^۱ + ۲ \times ۸^۰ &= \\ ۷ \times ۶۴ + ۵ \times ۸ + ۲ \times ۱ &= \\ ۴۴۸ + ۴۰ + ۲ &= ۴۹۰ \\ (۷۵۲)_۸ &= (۴۹۰)_{۱۰} \end{aligned}$$

مرحله دوم تبدیل عدد اعشاری به دست آمده به مبنای باینری:



**مثال ۱۲-۱:** عدد اکتال ۱۶۳ را به مبنای باینری تبدیل کنید.

$$\begin{aligned} (۱۶۳)_۸ &= \\ ۱ \times ۸^۲ + ۶ \times ۸^۱ + ۳ \times ۸^۰ &= \\ ۱ \times ۶۴ + ۶ \times ۸ + ۳ \times ۱ &= \\ ۶۴ + ۴۸ + ۳ &= (۱۱۵)_{۱۰} \end{aligned}$$





### جهت هنجاریان علاقه‌مند:

آیا می‌دانید دلیل ریاضی استفاده از روش‌های ساده‌تر در تبدیلات مبنای ۸ به ۲ و مبنای ۲ به ۸ چیست؟  
تحقیق کنید و نتایج تحقیق را به کلاس ارائه دهید.



### تمرین کلاسی ۱۹-۱:

اعداد در مبنای اکتال زیر را از روش ساده‌تر به مبنای باینری ببرید.  
(الف)  $(۵۴۲)_۸$   
(ب)  $(۲۶۷)_۸$   
(پ)  $(۱۳۰)_۸$

### ۴-۶-۱- تبدیل مبنای ۲ به ۱۶: به همان روشی

که در تبدیل مبنای ۲ به ۸ آموختید، ابتدا باید عدد در مبنای باینری را به سیستم ده‌دهی تبدیل کرد، سپس با تقسیم‌های متوالی بر ۱۶ به مبنای هگزادسیمال (شانزده‌تایی) تبدیل کنیم.

به‌طور مثال برای تبدیل عدد باینری  $۱۰۰۱۱۰$  به مبنای هگزادسیمال به روش زیر عمل می‌کنیم.

مرحله اول تبدیل مبنای دسیمال

$$۱۰۰۱۱۰ = ۱ \times ۳۲ + ۰ \times ۱۶ + ۰ \times ۸ + ۱ \times ۴ + ۱ \times ۲ + ۰ \times ۱ =$$

$$۳۲ + ۴ + ۲ = ۳۸$$

مرحله دوم تبدیل به مبنای هگزادسیمال

$$\begin{array}{r|l} ۳۸ & ۱۶ \\ \hline ۲ & ۲ \\ \hline ۶ & ۲ \\ \hline ۲ & ۲ \\ \hline ۰ & ۲ \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{خارج قسمت} \\ \text{باقیمانده} \end{array}$$



### تمرین کلاسی ۱۸-۱: اعداد

اکتال زیر را به مبنای باینری تبدیل کنید.

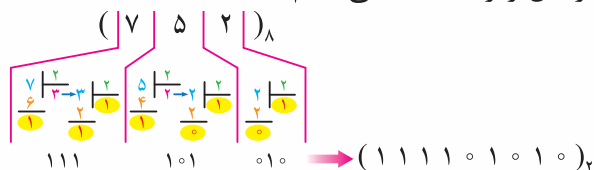
(الف)  $(۴۳۱)_۸$

(ب)  $(۵۰)_۸$

(پ)  $(۷۲۶)_۸$

از روش ساده‌تر و سریع‌تری نیز برای این تبدیل می‌توان استفاده کرد، به این ترتیب که هر رقم در مبنای اکتال را به یک عدد سه‌بیتی در مبنای باینری تبدیل می‌کنیم. برای این کار می‌توان از روش تقسیم‌های متوالی استفاده کرد و با تمرین زیاد به راحتی می‌توانید معادل باینری هر عدد را بدون استفاده از محاسبات به دست آورید.

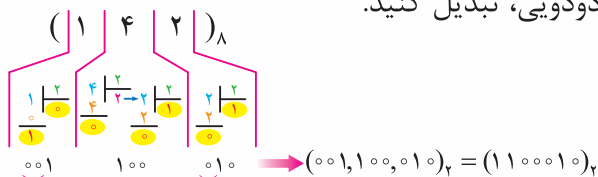
به‌طور مثال برای تبدیل عدد  $(۷۵۲)_۸$  به مبنای ۲ از مراحل زیر استفاده می‌کنیم.



**نکته:** اگر در مراحل تقسیم‌های متوالی برای هر رقم، حاصل کم‌تر از سه بیت شد برای تکمیل آن به سه بیت، باید در سمت چپ بیت‌ها، رقم صفر را قرار دهید.

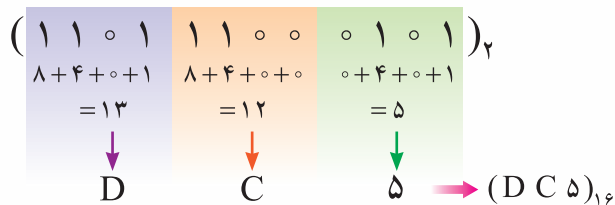
### مثال ۱۳-۱: عدد $(۱۴۲)_۸$ را از روش سریع‌تر به مبنای

دودویی، تبدیل کنید.



صفر در سمت چپ برای تکمیل به «سه بیت» آمده است

$$(۱۴۲)_۸ = (۰۰۱, ۱۰۰, ۰۱۰)_۲$$



- ۱- از سمت راست چهار بیت چهار بیت جدا می‌کنیم.
- ۲- معادل هگزا دسی مال هر چهار بیت را می‌نویسیم.
- ۳- عدد به دست آمده در مبنای هگزا دسی مال است.



### تمرین کلاسی ۲۱-۱: اعداد

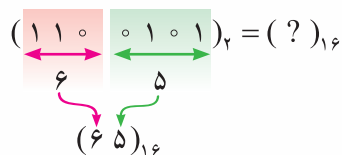
باینری زیر را از روش ساده‌تر به مبنای اکتال ببرید.

الف)  $(11011001)_2$

ب)  $(11100000)_2$

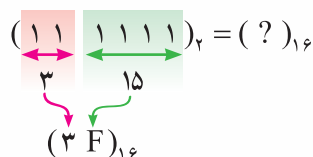
**مثال ۱۵-۱:** عدد  $(1100101)_2$  را به مبنای

هگزادسی مال ببرید، (از روش ساده و سریع).



**مثال ۱۶-۱:** عدد  $(111111)_2$  را به مبنای

هگزا دسی مال ببرید، (از روش ساده و سریع).



### نکته: وقتی چهار بیت، چهار بیت از

سمت راست جدا می‌کنیم، ممکن است در دسته سمت چپ یک یا دو بیت بماند که در نتیجه فقط همان یک یا دو بیت را برای تبدیل در نظر می‌گیریم.

تقسیم‌های متوالی را تا جایی ادامه می‌دهیم که خارج قسمت کوچک‌تر یا مساوی ۱۵ شود. (آیا می‌دانید چرا؟) در خارج قسمت یا باقیمانده اگر عدد به دست آمده از ۹ بزرگتر باشد باید طبق آن چه در مبنای هگزا دسی مال آموختیم از حروف A، B، C، ... و F استفاده کنیم.

در خاتمه از سمت چپ ابتدا آخرین خارج قسمت را نوشته، سپس باقیمانده‌ها را به ترتیب تا اولین باقیمانده در جلوی آن می‌نویسیم.

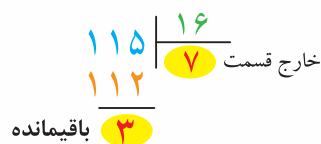
$$(38)_{10} = (26)_{16} = (26)_{HEX} = (26)_H$$

می‌دانیم که مبنای هگزادسی مال را با HEX یا H نمایش می‌دهند.

**مثال ۱۴-۱:** عدد  $(1110011)_2$  را به مبنای شانزده تایی ببرید.

$$(1110011)_2 = 1 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 +$$

$$1 \times 2 + 1 \times 1 = 115$$



$$(115)_{10} = (73)_{16} = (1110011)_2$$



### تمرین کلاسی ۲۰-۱: اعداد

باینری زیر را به مبنای شانزده تایی تبدیل کنید.

الف)  $(11001101)_2$

ب)  $(1010110)_2$

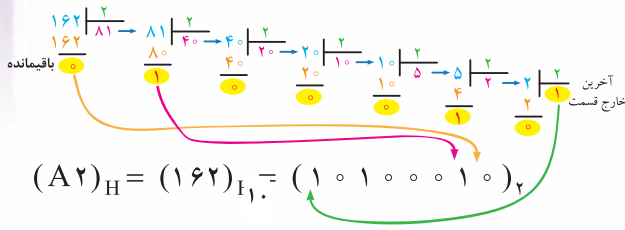
روش ساده‌تری نیز برای این تبدیل وجود دارد که سرعت کار را بالاتر می‌برد. می‌توان عدد باینری را از سمت راست چهار بیت، چهار بیت جدا کنیم و معادل هر قسمت آن را به صورت شانزده تایی بنویسیم. به طور مثال:

**مثال ۱۷-۱:** عدد هگزادسی مال  $(A2)_H$  را به مبنای باینری تبدیل کنید.

$$(A2)_H = A \times 16^1 + 2 \times 16^0 =$$

$$(10) \times 16 + 2 \times 1 = 160 + 2 = 162$$

$$(A2)_H = (162)_{10}$$



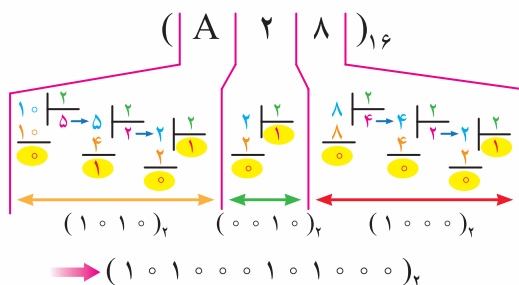
**تمرین کلاسی ۲۴-۱:** اعداد هگزادسی مال را به مبنای باینری تبدیل کنید.

الف)  $(142)_{16}$

ب)  $(DE)_{16}$

از روش ساده‌تر و سریع‌تر نیز برای این تبدیل می‌توان استفاده کرد، به این ترتیب که هر رقم در مبنای هگزا دسی مال را به یک عدد چهار بیتی در مبنای باینری تبدیل می‌کنیم. برای این کار می‌توان از روش تقسیم‌های متوالی استفاده کرد. با تمرین فراوان، به راحتی می‌توانید معادل باینری هر عدد را بدون استفاده از محاسبات به دست آورید.

به طور مثال برای تبدیل عدد  $(A28)_{16}$  به مبنای ۲ از مراحل زیر استفاده می‌کنیم.



**تمرین کلاسی ۲۲-۱:** اعداد

باینری زیر را از روش سریع‌تر و ساده‌تر به مبنای هگزا دسی مال تبدیل کنید.

- الف)  $(110011101)_2$
- ب)  $(1101010001)_2$
- پ)  $(110100011)_2$

همان‌طور که ملاحظه کردید در این جداسازی چهار بیتی اگر هر چهار بیت یک باشد، بزرگ‌ترین رقم عدد ۱۵ در سیستم هگزا دسی مال می‌شود که خود بزرگ‌ترین رقم در سیستم هگزا دسی مال است که به صورت F می‌نویسیم.



**تمرین کلاسی ۲۳-۱:**

عدد  $(11001111)_2$  را از هر روش به سیستم هگزا دسی مال تبدیل کنید. پاسخ‌ها را با هم مقایسه کنید.

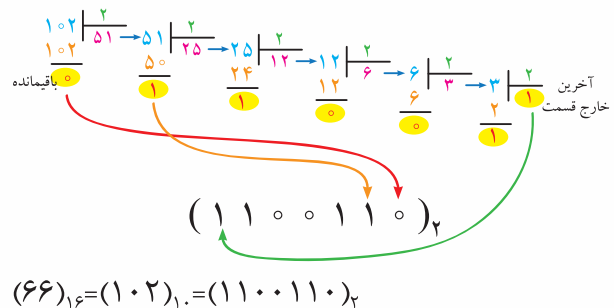
**۵-۶-۱- تبدیل مبنای ۱۶ به ۲:** برای تبدیل اعداد در مبنای شانزده تایی به مبنای دودویی، ابتدا باید عدد در سیستم شانزده تایی را به سیستم ده دهی برده، سپس با تقسیم‌های متوالی بر ۲ به مبنای دودویی به روش زیر عمل می‌کنیم.

مرحله اول تبدیل مبنای دسی مال:

$$(66)_{16} = 6 \times 16^1 + 6 \times 16^0 =$$

$$96 + 6 \times 1 = 96 + 6 = 102$$

$$(66)_{16} = (102)_{10}$$





## ۷-۱- جمع باینری

کلیهٔ اعمال ریاضی بر روی تمامی سیستم‌های اعداد، مشابه اعمال ریاضی بر روی اعداد اعشاری است که ما همواره با آن‌ها سروکار داریم.

در این جا فقط به بررسی عمل جمع و در ادامه به عمل تفریق بر روی اعداد باینری می‌پردازیم.

**جمع در سیستم باینری:** جمع در این سیستم، شبیه به جمع در سیستم اعشاری است. در سیستم اعشاری، هرگاه جمع دو رقم از ده بیش‌تر می‌شود، یک واحد به رقم بعد آن اضافه می‌کنیم که به آن ده بر یک می‌گوییم. در سیستم باینری، هرگاه جمع دو رقم دو شود (حالت  $1+1$ )، ایجاد دو بر یک<sup>۱</sup> می‌کند و باید عدد یک را به رقم بعدی اضافه کرد. می‌دانیم که:

۰ + ۰	۱ + ۰	۰ + ۱	۱ + ۱
۰	۱	۱	۱۰

یا  $1+1=10$

رقم اول نوشته می‌شود (۱) دو بر یک یک (۱) به ستون بعدی منتقل می‌شود.

**مثال ۱۹-:**

۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۱
+	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۰
۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۱

$$(10111011)_2 + (111110)_2 = (11111001)_2$$



**تمرین کلاسی ۲۶-:** دو عدد

باینری زیر را با هم جمع کنید.

$$(1001101)_2 + (1100111)_2 = (?)_2$$

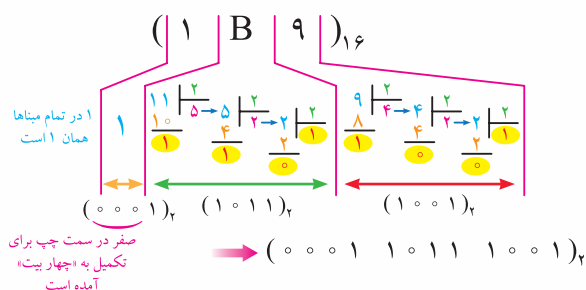
۱- دو بر یک در سیستم دوتایی رقم نقلی را ایجاد می‌کند که به آن Carry می‌گویند.



**نکته:** اگر در مراحل تقسیم‌های

متوالی برای هر رقم، حاصل کم‌تر از چهار بیت شد، برای تکمیل آن به چهار بیت، باید در سمت چپ بیت‌ها رقم صفر را قرار دهید.

**مثال ۱۸-:** عدد  $(1B9)_{16}$  را از روش سریع‌تر به مبنای دودویی تبدیل کنید.



**جهت هنجاریان علاقه‌مند:**

آیا می‌دانید دلیل ریاضی استفاده از روش‌های ساده‌تر در تبدیل‌های مبنای ۱۶ به ۲ و مبنای ۲ به ۱۶ چیست؟ تحقیق کنید و نتایج تحقیق را به کلاس ارائه دهید.



**تمرین کلاسی ۲۵-:** اعداد در

مبنای هگزا دسی‌مال زیر را از روش ساده‌تر به مبنای باینری ببرید.

(الف)  $(AF)_{16}$

(ب)  $(21E)_{16}$

(پ)  $(D8)_{16}$

## ۱-۸- تفریق باینری

تفریق یک عدد باینری از عدد باینری دیگر با روشی مانند تفریق اعداد دسی مال انجام می‌پذیرد، یعنی اگر رقم بزرگتر از رقم کوچک‌تر کم شود یک واحد از مکان بعدی قرض گرفته می‌شود و در مکانی که یک واحد قرض گرفته شده یک را به صفر تبدیل می‌کنیم. واحد قرض گرفته شده را Borrow می‌گویند.

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 11 \\ \hline 11 \\ \hline 10 \end{array}$$

یک واحد Borrow در تفریق  $\frac{1}{1}$  ایجاد شد.

یک به مکان کم ارزش‌تر انتقال می‌یابد و ۱۰ می‌شود.

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 10 \\ \hline 01 \end{array}$$



**تمرین کلاسی ۱-۲۷:** دو عدد

باینری زیر را از هم کم کنید.

$$(? )_2 - (0111)_2 = (11010)_2$$

**مثال ۱-۲۰:** دو عدد باینری را از هم کم کنید.

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 10 \\ \hline 01 \end{array}$$

## ۱-۹- نقش کد در سیستم دیجیتال

معنای واقعی «کد کردن» همان «رمز کردن» یا به صورت رمز درآوردن اطلاعات است. اولین سؤالی که مطرح می‌شود آن است که چرا باید اطلاعات را به صورت رمز درآوریم؟

فرض کنید بخواهید پیغامی را از طریق یکی از دوستان

خود به آموزگار یا دوست دیگری برسانید. درضمن نمی‌خواهید که حامل نامه شما از پیغامتان باخبر باشد. پس باید آن را به صورت رمزی که از قبل میان شما و گیرنده نامه به صورت قراردادی وجود دارد، درآورده، بر روی کاغذ بنویسید و به حامل نامه بسپارید. به این ترتیب تنها گیرنده نامه از متن پیام باخبر خواهد شد. این کار اولین بار توسط اسکندر، سردار مقدونی انجام شد. وی در جنگ‌ها برای ارسال پیام به سرداران سپاه خود نامه‌ها را به صورت رمز می‌نوشت، تا دشمن از متن آن باخبر نشود. حال اگر گیرنده نامه تنها کلمات رمز را بداند و به هیچ طریق دیگری نتواند کلمات را بفهمد، شما مجبورید حتماً اطلاعات ارسالی خود را به صورت کد درآورید. فرض کنید این بار گیرنده پیام‌ها، کامپیوتر باشد و بخواهید با کامپیوتر ارتباط برقرار کنید؛ باید تنها کلمات رمزی را که میان شما و سیستم از قبل قرارداده شده‌است استفاده کنید، تا بتوانید آنچه را که می‌خواهید به کامپیوتر بفهمانید.

لازم به ذکر است که تبدیل اطلاعات به کد، نه فقط برای ایجاد ارتباط لازم است، بلکه یکی از روش‌های با اهمیت در تشخیص خطا و در صورت لزوم برطرف کردن خطا برای اطلاعات پردازش شونده در سیستم می‌باشد. از آنجا که رمز کردن اطلاعات برای ایجاد ارتباط با کامپیوتر صورت می‌گیرد و از طرفی کامپیوتر تنها صفرها و یک‌ها را می‌تواند بفهمد، برای کد کردن اطلاعات کافی است آنها را به صورت رشته‌ای از صفرها و یک‌ها درآوریم.

**۱-۹-۱- کد BCD:** بعضی از ماشین‌های محاسبه‌گر الکترونیکی عملیات ریاضی را در کد BCD (Binary Coded Decimal) انجام می‌دهند.

در کد BCD هر رقم ده‌دهی را با چهار بیت باینری معادل آن نشان می‌دهند.

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$(3)_{10} \longrightarrow (11)_2 \longrightarrow (0011)_{BCD}$$

$$(9)_{10} \longrightarrow (1001)_2 \longrightarrow (1001)_{BCD}$$

$$(5)_{10} \longrightarrow (101)_2 \longrightarrow (0101)_{BCD}$$

جدول ۱-۱۲ - اعداد یک رقمی دهدهی و معادل باینری و BCD آنها

عدد دهدهی	عدد باینری	عدد BCD
۰	۰	۰۰۰۰
۱	۱	۰۰۰۱
۲	۱۰	۰۰۱۰
۳	۱۱	۰۰۱۱
۴	۱۰۰	۰۱۰۰
۵	۱۰۱	۰۱۰۱
۶	۱۱۰	۰۱۱۰
۷	۱۱۱	۰۱۱۱
۸	۱۰۰۰	۱۰۰۰
۹	۱۰۰۱	۱۰۰۱

تبدیل اعداد دهدهی به معادل BCD آنها از تبدیل اعداد دهدهی به معادل باینری آنها به مراتب ساده‌تر است، زیرا برای این تبدیل، دانستن معادل باینری ارقام صفر تا ۹ کفایت می‌کند.



**نکته:** در کد BCD وزن‌های مختلفی وجود دارد که در حیطه مطالب این کتاب فقط از وزن ۸۴۲۱ آن استفاده می‌شود.

مطابق جدول فوق معادل BCD عدد دهدهی ۱۷۵۳ در جدول ۱-۱۳ نشان داده شده است.

در وزن ۸۴۲۱ اولین رقم سمت راست در ضریب یک، دومین رقم از سمت راست در ضریب ۲، سومین رقم در ضریب ۴ و چهارمین رقم از سمت راست در ضریب ۸، ضرب می‌شود.

توجه داشته باشید که در این روش نمایش اعداد باید هر رقم دهدهی را با چهار بیت باینری نمایش دهیم. در جدول ۱-۱۲ تفاوت نمایش ارقام دهدهی صفر تا ۹ به صورت باینری و BCD نشان داده شده است.

جدول ۱-۱۳ - معادل BCD عدد دهدهی ۱۷۵۳

$(۱۷۵۳)_{۱۰}$			
$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$
۸	۴	۲	۱
۰	۰	۰	۱
رقم یکان‌هزار			
$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$
۸	۴	۲	۱
۰	۱	۱	۱
رقم صدگان			
$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$
۸	۴	۲	۱
۰	۱	۰	۱
رقم ده‌گان			
$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$
۸	۴	۲	۱
۰	۰	۱	۱
رقم یکان			



**تمرین کلاسی ۱-۲۸: جدولی**  
برای تبدیل عددهای ۱۰ تا ۲۰ به کد باینری و BCD رسم کنید و آن را کامل کنید.

## ۱۰-۱- الگوی پرسش

۱- کمیت‌های آنالوگ و دیجیتال به چه معناست؟

۲- مزایای استفاده از سیستم دیجیتال نسبت به

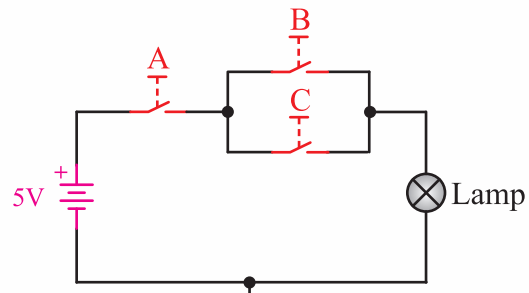
سیستم آنالوگ چیست؟

۳- چگونه می‌توان باز و بسته بودن یک در را به

سطوح منطقی تبدیل کرد؟

۴- در مدار الکتریکی زیر وضعیت کلیدها به چه

صورت باشد، لامپ روشن خواهد شد؟



۵- آیا می‌توانید برای مدار شکل سؤال قبل جدول

تمام حالت‌های کلیدها را رسم و نشان دهید که لامپ

در چه صورت روشن و در چه صورت خاموش است؟

۶- مزایای استفاده از سیستم اعداد هگزا دسی‌مال

چیست؟

۷- اعداد زیر را که در سیستم ده‌دهی هستند به

سیستم‌های باینری، اکتال و هگزادسی‌مال تبدیل

کنید.

(ب) ۷۵۶

(الف) ۱۴۲

(ت) ۹۵۹

(پ) ۱۰۳۰

۸- اعداد باینری زیر را با استفاده از روش‌هایی که فرا

گرفتید به مبنای ۸ و ۱۶ تبدیل کنید و نتیجه استفاده

از هر دو روش را با هم مقایسه کنید.

(الف)  $(100110011)_2$

(ب)  $(1010101)_2$

(پ)  $(0111100011)_2$

۹- مکمل‌های ۱ و ۲ اعداد زیر را به دست آورید.

(الف)  $(1001101)_2$

(ب)  $(1001001)_2$

(پ)  $(10101010010)_2$

۱۰- جمع و تفریق باینری اعداد زیر را به دست

آورید.

(الف) a)  $1000101$

b)  $100111$

(ب) a)  $100111$

b)  $1000111$

(پ) a)  $110000$

b)  $11011$

۱۱- اعداد زیر را به صورت نمایش کد BCD

بنویسید.

(الف) ۷۵۱

(ب) ۴۲۰

(پ) ۹۸۳

(ت) ۶۱۲

۱۲- کد کردن اطلاعات چگونه انجام می‌شود؟

۱۳- مزایای کد کردن اطلاعات چیست؟

۱۴- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(الف)  $(101100111)_2 = (?)_{10}$

(ب)  $(101101100)_2 = (?)_{16}$

(پ)  $(256)_{10} = (?)_8$

(ت)  $(11011)_2 + (11000)_2 = (?)_8$

(ث)  $(110000)_2 - (10110)_2 = (?)_{16}$



### جهت هنجاریان علاقه‌مند:

آیا می‌دانید برای کد کردن حروف الفبای فارسی به چند بیت نیاز است؟ از چه رابطه‌ای تعداد بیت‌ها به دست می‌آید؟