

حساب و مجموعه های اعداد



مجموعه ی عددهای طبیعی

عددهای طبیعی

عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ... اعداد طبیعی هستند. با این عددها در دوره ی ابتدایی آشنا شده اید و از آن ها برای شمردن استفاده می کنید.

مجموعه ی اعداد طبیعی را به صورت

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

نشان می دهند.

کار در کلاس

محور اعداد را رسم کرده و اعداد طبیعی را روی آن مشخص کنید؛ عبارت های زیر را با نوشتن \in یا \notin کامل کنید.

$$1 \circ \mathbb{N} \quad , \quad 135 \circ \mathbb{N} \quad , \quad 0 \circ \mathbb{N} \quad , \quad \frac{2}{5} \circ \mathbb{N} \quad , \quad -2 \circ \mathbb{N}$$

– کوچک ترین عدد طبیعی را بنویسید.

– آیا می توان بزرگترین عدد طبیعی را مشخص کرد؟ چرا؟

جمع و ضرب اعداد طبیعی را یاد گرفته اید و می دانید که

مجموع هر دو عدد طبیعی، عددی طبیعی است و حاصل ضرب هر دو عدد طبیعی نیز عددی

طبیعی است.





عدد ۶ را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید (همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید). آن‌گاه با استفاده از آن، مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۶ را بنویسید.

عدد اول



۱- عددهای زیر را در صورت امکان به ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک تبدیل کنید.

$$۱۴ = \quad ۴ = \quad ۵ = \quad ۸ = \quad ۱۵ = ۳ \times ۵$$

$$۵۱ = \quad ۴۹ = \quad ۱۰ = \quad ۹ = \quad ۷ =$$

۲- برای هر عدد، یک مقسوم‌علیه، غیر از عدد یک و خودِ عدد بنویسید.

$$۱۴ \rightarrow \quad ۴ \rightarrow \quad ۵ \rightarrow \quad ۸ \rightarrow \quad ۱۵ \rightarrow$$

$$۵۱ \rightarrow \quad ۴۹ \rightarrow \quad ۱۰ \rightarrow \quad ۹ \rightarrow \quad ۷ \rightarrow$$

اگر a و b اعدادی طبیعی باشند و $a \times b = c$ باشد، آن‌گاه c عددی طبیعی و هریک از a و b یک مقسوم‌علیه c است. عدد ۱۵ را نیز می‌توان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۳ و ۵ نوشت. عددهایی مانند ۶ و ۱۵ را که می‌توان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ نوشت، اعداد مرکب می‌نامیم. عددهای ۴، ۶، ۸، ۹، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ اعداد مرکب‌اند. عدد ۵ را نمی‌توان به صورت حاصل ضرب اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ نوشت. می‌دانید که ۵ عددی اول است. هر عدد اول غیر از خودش و ۱، مقسوم‌علیه دیگری ندارد. عددهای ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ... اعداد اول هستند. عدد ۱ نه مرکب است و نه اول.



مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عددهای زیر را بنویسید.

$$= \text{مجموعه‌ی مضرب‌های عدد } ۴ \quad = \text{مجموعه‌ی مضرب‌های عدد } ۳$$

آیا می‌توان گفت همه‌ی مضرب‌های یک عدد، مرکب‌اند؟ چرا؟





۱- دور هر عدد مرکب یک خط بکشید و توضیح دهید که چگونه مرکب بودن آن را تشخیص دادید. ۸۳، ۵۷، ۱۳، ۹، ۱۷، ۳۵، ۱، ۲۴، ۶، ۳، ۶۳
آیا اعدادی که دور آن‌ها خط نکشیده‌اید، اول‌اند؟ چرا؟

۲- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. علت نادرستی گزاره‌ها را بنویسید.

- الف - ۴۹ عددی اول است.
- ب - غیر از ۲، هیچ مضرب ۲ اول نیست.
- پ - ۳ یک مقسوم علیه اول ۱۲ است.
- ت - هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، حداقل یک مقسوم علیه اول دارد.
- ث - تنها مقسوم علیه اول ۵، خود ۵ است.
- ج - ۲۳ عددی اول است.
- چ - ۲۷ عددی اول است.
- ح - تنها مضرب اول ۳، خود ۳ است.
- ۳- پنج عدد مرکب بزرگ‌تر از ۲۰ بنویسید.
- ۴- مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های ۱۲ را بنویسید.
- مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های ۱۳ را بنویسید.
- آیا می‌توان گفت که هر عدد اول دقیقاً دو مقسوم علیه دارد؟
- ۵- در جدول زیر، همه‌ی عددهای مرکب و عدد ۱ را خط بزنید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰

آیا همه‌ی عددهای باقی‌مانده اول‌اند؟



تعیین عددهای اول



می‌خواهیم عددهای اول بین ۱ تا ۳۰ را تعیین کنیم. برای این کار، ابتدا عددهای ۱ تا ۳۰ را می‌نویسیم.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

کافی است عددهای غیراول را خط بزنیم تا عددهای اول (عددهایی که خط نمی‌خورند) باقی بمانند.

- ۱- آیا عدد یک اول است؟ چرا؟
- ۲- کدام یک از مضرب‌های عدد ۲ مرکب‌اند؟ آن‌ها را خط بزنید.
- ۳- کدام یک از مضرب‌های عدد ۳ مرکب‌اند؟ آن‌ها را خط بزنید.
- ۴- کدام یک از مضرب‌های مرکب عدد ۳ قبلاً خط خورده بودند؟
- ۵- اولین مضرب عدد ۳ که خط خورد، کدام عدد بود؟
- ۶- مضرب‌های مرکب عدد ۵ را نیز خط بزنید.
- ۷- کدام یک از مضرب‌های عدد ۵ قبلاً خط خورده بود؟
- ۸- اولین مضرب عدد ۵ که خط خورد، کدام عدد بود؟
- ۹- آیا مضربی از عددهای ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷ و ... باقی مانده است که باید آن را خط بزنید؟

- ۱۰- آیا لازم است مضارب عدد ۴ یا ۶ را خط بزنید؟ چرا؟
- ۱۱- خط زدن مضرب‌ها تا کجا ادامه می‌یابد؟

می‌توانید این کار را طی مراحل زیر انجام دهید:

- ۱- عدد ۱ را خط بزنید.
- ۲- مضرب‌های ۲ را، غیر از خود ۲، خط بزنید.
- ۳- مضرب‌های ۳ را، غیر از خود ۳، خط بزنید.



۴- اولین عدد خط نزده‌ی بعدی ۵ بوده که عددی اول است. مضرب‌های ۵ را غیر از خود ۵ خط بزنید.

۵- عدد بعدی که باید مضرب‌های آن را خط بزنید، ۷ است. برای حذف مضرب‌های ۷، غیر از خود ۷، اولین عددی که باید خط بزنید ۴۹ است. همان‌طور که می‌بینید، عدد ۴۹ در جدول نیست، پس، کار خط زدن مضرب‌ها به پایان رسیده است.

پس از انجام دادن مراحل گفته شده، جدولی مانند جدول زیر خواهید داشت که در آن، همه‌ی عددهای خط نزده اول‌اند. دور عددهای اول خط بکشید.

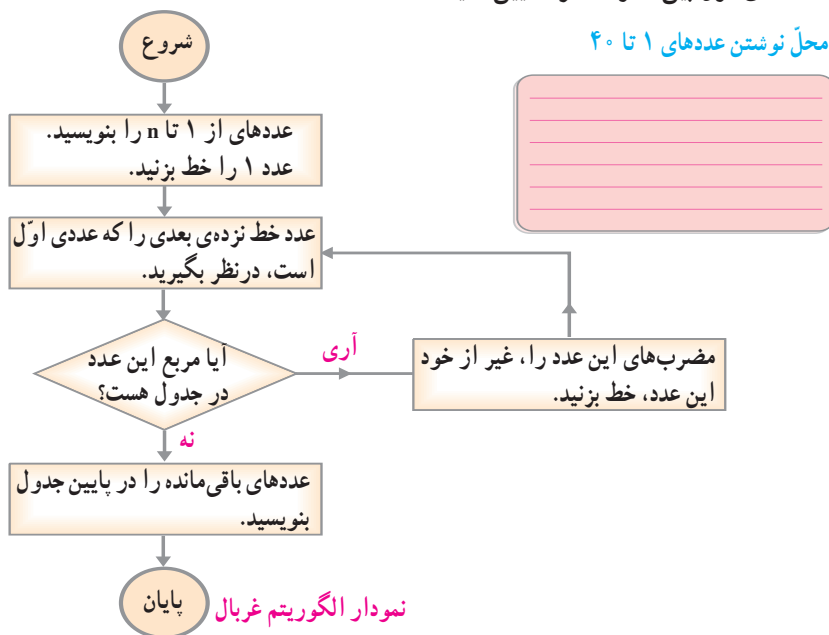
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

ما در اینجا از روش الگوریتم غربال برای تعیین اعداد اول ۱ تا ۳۰ استفاده کرده‌ایم.

کار در کلاس

۱- نمودار زیر، مراحل کار را در الگوریتم غربال اراتستن برای تعیین عددهای اول بین ۱ و عدد طبیعی n نشان می‌دهد. با انتخاب $n = 40$ و استفاده از نمودار زیر، عددهای اول بین ۱ و ۴۰ را تعیین کنید.

محل نوشتن عددهای ۱ تا ۴۰



نمودار الگوریتم غربال

۲- عددهای ۱ تا ۶۰ را در دفترتان بنویسید. اکنون با به کار بردن الگوریتم غربال، عددهای اول بین ۱ و ۶۰ را به دست آورید.



می خواهیم تعیین کنیم که آیا عدد ۴۳ اول است یا نه.
آیا ۴۳ مضرب ۲ است؟ با چه تقسیمی می توانید به این سؤال پاسخ دهید؟
آیا ۴۳ مضرب ۳ است؟ مضرب ۵ چه طور؟ مضرب ۷ چه طور؟
اگر عددهای ۱ تا ۴۳ را بنویسید و الگوریتم غربال را به کار ببرید، آیا ۴۳ خط می خورد؟ آیا ۴۳ عددی اول است؟
توضیح دهید که چگونه با تقسیم کردن، می توان اول بودن یک عدد را تعیین کرد.



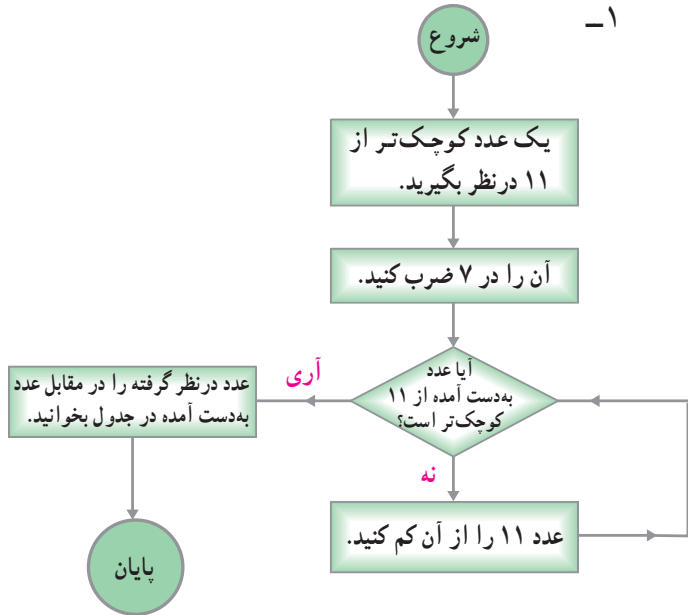
- ۱- مجموعه ی مقسوم علیه های ۲۴ را بنویسید.
- ۲- پنج تا از مضرب های ۶ را بنویسید.
- ۳- آیا ۷۷ عددی اول است؟ چرا؟
- ۴- الگوریتم غربال را برای تعیین عددهای اول بین ۱ و ۱۰۰ به کار ببرید.
- ۵- آیا عدد ۹۷ اول است؟ چرا؟
- ۶- الگوریتم غربال را برای تعیین اعداد اول بین ۸۰ و ۱۳۰ بکار ببرید.





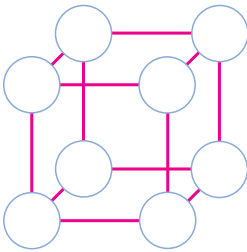
۱-

عدد در نظر گرفته	عدد به دست آمده
۸	۱
۵	۲
۲	۳
۱۰	۴
۷	۵
۴	۶
۱	۷
۹	۸
۶	۹
۳	۱۰



۲- بازی با اعداد اول

عدد ۱ و اعداد اول ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹ را در گوشه های مکعب طوری بنویسید که مجموع چهار عدد واقع در هر وجه، ۳۸ باشد.



حل مسئله

در برخی از مسئله ها، تغییرات دو مقدار طوری است که حاصل ضرب آن ها ثابت می ماند. با تشخیص این موضوع و توجه به آن، می توانیم این گونه مسئله ها را حل کنیم. به یک نمونه توجه کنید.



یک نجار با صرف ۶ ساعت کار در روز می تواند یک میز را ۴ روزه بسازد. اگر روزی ۸ ساعت کار کند، همان میز را چند روزه می سازد؟ در این مسئله حاصل ضرب تعداد ساعات کار در روز در تعداد

روزها، کلّ ساعات کار لازم برای ساختن میز است؛ بنابراین، عددی ثابت است. حالا اگر فرض کنیم او با ۸ ساعت کار در روز، میز را در a روز می‌سازد، می‌توانیم بنویسیم:

$$6 \times 4 = 8 \times a$$

بنابراین:

$$a = \frac{6 \times 4}{8} = 3 \text{ روز}$$

برای حل کردن این مسئله، از کدام راهبرد استفاده کرده‌اید؟

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



- ۱- یک کارگر در و پنجره‌ساز، با روزی ۸ ساعت کار می‌تواند یک در را ۶ روزه بسازد؛ ساختن در چند ساعت طول می‌کشد؟ اگر او بخواهد در را ۴ روزه بسازد، در هر روز باید بیشتر از ۸ ساعت کار کند یا کمتر؟ چرا؟
- ۲- برای نقاشی یک ساختمان، ۳ کارگر ۱۸ روز کار کردند. اگر می‌خواستند کار زودتر انجام شود، تعداد کارگران را باید بیشتر می‌کردند یا کمتر؟ اگر تعداد کارگرها ۶ نفر بود، این کار چند روزه انجام می‌شد؟
- ۳- زهره می‌خواهد یک رومیزی را گلدوزی کند. او حساب کرده است که اگر هر روز، پس از انجام دادن تکالیف مدرسه، روزی ۴۵ دقیقه کار کند، رومیزی را ۱۲ روزه تمام خواهد کرد. اگر بخواهد رومیزی را ۹ روزه گلدوزی کند، هر روز چند دقیقه باید کار کند؟



- ۴- معصومه و مادرش برای بافتن یک قالیچه‌ی کوچک ۷۸ روز کار کردند. اگر خواهر معصومه به آن‌ها کمک می‌کرد این قالیچه را چند روزه می‌بافتند؟

۵- احمد می‌خواهد یک کتاب را حروف‌چینی کند. اگر در هر صفحه ۲۴ سطر قرار دهد، متن کتاب ۱۴۰ صفحه خواهد شد. اگر در هر صفحه ۲۸ سطر قرار دهد، متن کتاب چند صفحه خواهد شد؟

۶- کاری با ۸ نفر کارگر، ۹ روزه تمام می‌شود. با $\frac{3}{4}$ این تعداد کارگر، کار چند روزه تمام می‌شود؟

۷- در هر ردیف، به ارتباط دو شکل سمت چپ توجه کنید. شکل a با کدام یک از شکل‌های b، c و d همان ارتباط را دارد؟ خانه‌ی مربوط به پاسخ درست را سیاه کنید.

								<div>b</div> <div>c</div> <div>d</div>
								<div>b</div> <div>c</div> <div>d</div>
								<div>b</div> <div>c</div> <div>d</div>
								<div>b</div> <div>c</div> <div>d</div>
								<div>b</div> <div>c</div> <div>d</div>
								<div>b</div> <div>c</div> <div>d</div>

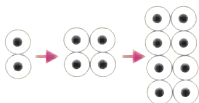
سرگرمی و ریاضی



یک بازی دو نفره

تعدادی چوب‌کبریت را در سه دسته قرار دهید.

حالا شما و دوستتان به نوبت از یک دسته، هر تعداد چوب‌کبریت که می‌خواهید بردارید. در هر نوبت نمی‌توانید از دو دسته، چوب‌کبریت بردارید. نقشه‌ی خوبی طراحی کنید تا آخرین چوب‌کبریت را شما بردارید.



توان

عددهای توان دار و قواعد محاسبه با آن‌ها را در سال گذشته یاد گرفته‌اید. می‌دانید که مثلاً

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 5 \times 5$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5$$

اینک، قواعد محاسبه با عددهای توان دار را با چند مثال یادآوری می‌کنیم.

الف - اگر a عددی دلخواه و m و n دو عدد طبیعی باشند،

$$a^5 \times a^3 = a^{5+3} = a^8$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^5 \div a^3 = a^{5-3} = a^2$$

$$(a \neq 0) \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

ب - اگر a و b اعدادی دلخواه و m و n دو عدد طبیعی باشند،

$$a^5 \times b^5 = (ab)^5$$

$$a^5 \div b^5 = \left(\frac{a}{b}\right)^5$$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (b \neq 0)$$



تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2 = a \times a \times \quad \times \quad = \dots$$

$$(b^3)^2 = b^3 \times b^3 = b \times b \times b \times \quad = \dots$$

با توجه به تساوی‌های بالا، برای ساده کردن این عبارت‌ها قاعده‌ای بیان کنید.

کار در کلاس

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^7 \times 5^4 \quad (-2)^3 \times (-2)^5 \quad 7^3 \times 7$$

$$8^5 \div 8^2 \quad (-3)^7 \div (-3)^2 \quad 6^5 \div 6$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$2^4 \times 5^4 \quad (-3)^2 \times (-6)^2 \quad (5/3)^3 \times 4^3$$

$$24^7 \div 8^7 \quad 65^3 \div 13^3 \quad (8/5)^6 \div 5^6$$

۳- عبارت‌های زیر را کامل کنید.

$$3^{\square} = 9^4$$

$$8^5 = 2^{\square}$$

$$49^3 = \square^6$$





۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$5^7 \times 5^4$	$7^8 \times 7^2$	$8^7 \div 8^3$
$10^5 \div 10^3$	$(0/4)^3 \times (0/4)^2$	$(1/7)^2 \times (1/7)$
$(5/1)^4 \div (5/1)^3$	$(8/2)^3 \div (8/2)$	$(\frac{4}{5})^8 \div (\frac{4}{5})^2$
$(\frac{3}{5})^8 \times (\frac{3}{5})^2$	$(\frac{3}{4})^3 \times (\frac{3}{4})^6$	$(\frac{2}{7})^5 \div (\frac{2}{7})$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$2^4 \times 5^4$	$4^3 \times 25^3$	$85^2 \div 17^2$
$(7/2)^3 \div (0/9)^3$	$(0/6)^3 \div 2^3$	$(0/12)^5 \div 4^5$
$(\frac{1}{15})^3 \times (\frac{5}{16})^3$	$(2/5)^5 \times (0/4)^5$	$(\frac{3}{5})^8 \div (\frac{1}{5})^8$

۳- حاصل کسرهای زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$\frac{25 \times 2^3}{2^4 \times 2}$	$\frac{65}{35}$	$\frac{21^4}{3^4}$
$\frac{35}{3^3}$	$\frac{3^3}{35}$	$\frac{4^3}{45}$

۴- کسرهای زیر را ساده کنید.

$\frac{3^2 \times 2^5}{3^4 \times 2^4}$	$\frac{5^6 \times 7^2}{5^4 \times 7^3}$	$\frac{4^5 \times 6^3}{4^3 \times 6^5}$
---	---	---

۵- عبارت‌های زیر را به صورت عبارت‌های توان‌دار بنویسید.

$(xy)^2 \times x^3 \times y^4 =$	$xy \times y^2 =$
$x \times x =$	$x \times x^3 =$

۶- عبارت‌های زیر را ساده کنید و به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$8^2 \times 2^4 =$	$9^5 \times 27 =$
--------------------	-------------------

۷- اگر $3^x = a$ باشد، مقدار 3^{x+1} را بر حسب a بنویسید.





۱- به رابطه‌ی بین دو شکل سمت چپ توجه کنید ؛ کدام یک از شکل‌های a, b, c و d همان رابطه را با شکل o دارد؟

پاسخ

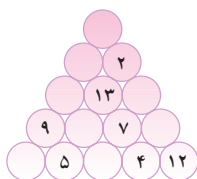
		<input type="checkbox"/> a <input type="checkbox"/> b <input type="checkbox"/> c <input type="checkbox"/> d
		<input type="checkbox"/> a <input type="checkbox"/> b <input type="checkbox"/> c <input type="checkbox"/> d
		<input type="checkbox"/> a <input type="checkbox"/> b <input type="checkbox"/> c <input type="checkbox"/> d
		<input type="checkbox"/> a <input type="checkbox"/> b <input type="checkbox"/> c <input type="checkbox"/> d
		<input type="checkbox"/> a <input type="checkbox"/> b <input type="checkbox"/> c <input type="checkbox"/> d
		<input type="checkbox"/> a <input type="checkbox"/> b <input type="checkbox"/> c <input type="checkbox"/> d

۲- در افسانه‌ها می‌گویند وقتی پادشاه هند از بازی شطرنج خوشش آمد، مخترع شطرنج را به حضور طلبید و از او خواست تا جایزه‌ای به عنوان پاداش طلب کند. او درخواست خود را این‌طور مطرح کرد:



«در صفحه‌ی شطرنج و در خانه‌ی اوّل، برای من یک دانه گندم، در خانه‌ی دوم دو برابر خانه‌ی اوّل و در خانه‌ی سوم دو برابر خانه‌ی دوم گندم قرار دهید و به همین ترتیب، پیش بروید.» پادشاه از درخواست او تعجب کرد و دستور داد به او یک کیسه گندم بدهند. به نظر شما، آیا درخواست مخترع شطرنج به اندازه‌ی یک کیسه گندم بوده است؟

سرگرمی و ریاضی



عددهای ۱ تا ۱۵ را در دایره‌های مثلث مقابل طوری قرار دهید که مجموع عددهای روی هر ضلع مثلث، عدد ۳۴ شود. مجموع عددهای سه دایره‌ی وسط هم ۳۴ شود.



(ابوریحان محمد بن احمد)

ابوریحان بیرونی

(۳۵۲ ش - ۹۷۳ م)

جذر مُنطِق (گویا) و اَصَمّ (گنگ) کدام است؟

جذر منطق آن است که حقیقت او به زبان توان گفتن، همچون سه، نه را و چهار شانزده را. و اما جذر اصم آن است که هرگز حقیقت او به زبان در نیاید چون جذر ده، که هرگز عددی نتوان یافتن که او را اندر مثل خویش زنی، ده آید. و اصم گر بود زیرا که جواب ندهد جوینده را، تا نیابدش، مگر به تقریب و نزدیک شدن با او بس. (با تقریب نقصانی)

با وجود گذشت ایام، ابوریحان هنوز از لحاظ فکر جوان و تازه می‌نماید و چنین به نظر می‌رسد که از دانشمندان هم عصر ماست. او در وسعت فکر، انتقاد، ریشه‌یابی علت‌های حوادث و عشق عمیق به تحقیق، مقامی ممتاز دارد. ابوریحان در حکمت، ریاضیات، نجوم، جغرافیا و تاریخ استاد بوده و به چندین زبان تسلط داشته است. از جمله تألیفات مهم ابوریحان بیرونی کتاب «الفهم» در مقدمات علم هیئت، هندسه و نجوم است که آن را به صورت سؤال و جواب و به دو زبان عربی و فارسی نگاشته است. علاوه بر این علم مثلثات کروی برای اولین بار توسط ابوریحان در کتاب «مقالید علم الهيئة» تدوین و تنظیم شده است. محاسبه تقریبی $\frac{1}{\pi}$ ، تشکیل جدول جیب‌ها (سینوس‌ها) و بررسی مسئله تثلیث زاویه که آن را به دوازده مسئله هندسی معادل با آن تبدیل کرده؛ از دیگر آثار اوست.

تحقیقات وی در موضوعاتی از قبیل کروی بودن زمین، ستاره‌های دنباله‌دار و شهاب‌ها و همچنین تحقیق وی در چستی کهکشان راه شیری که در کتاب «الفهم» آمده است از اهمیتی بسزا برخوردار است.

ابوریحان معاصر ابن سیناست و بین این دو دانشمند مکاتباتی در موضوعات علمی و فلسفی انجام گرفته است.

جذر

یادآوری



نمودارهای مقابل، رابطه‌ی بین جذر و مجذور را نشان می‌دهند. عددی مثل ۴۹، ۱۶، ۴ و ... را که جذر دقیق دارند، مجذور یا مربع کامل می‌نامند.

در سال گذشته، روش محاسبه‌ی جذر تقریبی اعداد را یاد گرفته‌اید؛ مثلاً، جذر ۹۵ تا یک رقم اعشار به صورت زیر به دست می‌آید.

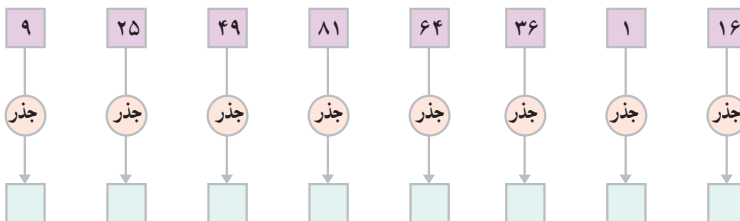
۹۵ بین دو مجذور کامل ۸۱ و ۱۰۰ است؛ پس، جذر ۹۵ بین ۹ و ۱۰ است. با توجه به این مطلب، جذر ۹۵ به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$95 = 81 + 14$$

$$\sqrt{95} \approx 9 + \frac{14}{2 \times 9} \rightarrow \sqrt{95} \approx 9.7$$

کار در کلاس

۱- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۲- جذرهای زیر را تا یک رقم اعشار حساب کنید.

$$\sqrt{68} \approx 8 + \frac{\quad}{\quad} \approx \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{43} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{27} \approx \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{80} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$



جذر تقریبی

اکنون برای محاسبه‌ی جذر یک عدد، روش دقیق‌تری بیان می‌کنیم. به کمک این روش می‌توانیم جذر یک عدد را تا هر تقریبی که بخواهیم، حساب کنیم.

$$\sqrt{1438}$$

می‌خواهیم جذر ۱۴۳۸ را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ به دست آوریم. از سمت راست عدد، دو رقم دو رقم جدا می‌کنیم؛ در این جا پس از جدا کردن دو رقم اول، دو رقم ۴ و ۱ باقی می‌مانند.

$$\begin{array}{r} \sqrt{1438} \quad 3 \\ 9 \\ \hline 5 \end{array}$$

جذر تقریبی ۱۴ (یعنی ۳) را می‌نویسیم و مجذور آن را از ۱۴ کم می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} \sqrt{1438} \quad 3 \\ 9 \\ \hline 538 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \times 2 = 6 \\ 68 \times 8 = 544 \end{array}$$

دو رقم بعدی را پایین می‌آوریم؛ عدد ۳ را دو برابر می‌کنیم. حالا از رقم یکان عدد ۵۳۸ صرف‌نظر می‌کنیم و عدد ۵۳ را بر ۶ تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت (یعنی ۸) را در سمت راست ۶ می‌نویسیم و حاصل ضرب 68×8 را با ۵۳۸ مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} \sqrt{1438} \quad 37 \\ 9 \\ \hline 538 \\ 469 \\ \hline 69 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \times 2 = 6 \\ 68 \times 8 = 544 \\ 67 \times 7 = 469 \end{array}$$

در این جا، چون حاصل ضرب 68×8 از ۵۳۸ بیشتر است، به جای ۸، عدد ۷ را قرار می‌دهیم و حاصل ضرب 67×7 را از ۵۳۸ کم می‌کنیم؛ باقی‌مانده ۶۹ است. اکنون ۷ را در سمت راست ۳ می‌نویسیم و محاسبه تمام می‌شود.

جذر ۱۴۳۸ با تقریب نقصانی کمتر از ۱، برابر است با

۳۷.





جذر هریک از عددهای زیر را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ حساب کنید.

$$۱۵۹۲$$

$$۲۴۱۷$$

$$۷۸۰۳$$

$$\sqrt{۷۹۶}$$

اکنون با کامل کردن محاسبه‌های روبه‌رو، جذر ۷۹۶ را به‌دست آورید.

$$\sqrt{۷۹۶}$$

دو رقم اول را جدا کنید؛ یک رقم ۷ باقی می‌ماند. جذر تقریبی ۷ را بنویسید و مجذور آن را از ۷ کم کنید.

$$\begin{array}{r} \sqrt{۷۹۶} \quad ۲ \\ ۴ \\ \hline ۳۹۶ \end{array} \quad \begin{array}{l} ۲ \times ۲ = ۴ \\ ۴۹ \times ۹ = ۴۴۱ \end{array}$$

دو رقم بعدی را پایین بیاورید؛ عدد ۳۹۶ به‌دست می‌آید. عدد ۲ را دو برابر کنید. از رقم یکان ۳۹۶ صرف‌نظر کنید و ۳۹ را بر دو برابر ۲ تقسیم کنید. خارج قسمت (یعنی ۹) را در سمت راست ۴ بنویسید و حاصل ضرب ۴۹×۹ را با ۳۹۶ مقایسه کنید.

$$\begin{array}{r} \sqrt{۷۹۶} \quad ۲ \\ ۴ \\ \hline ۳۹۶ \end{array} \quad \begin{array}{l} ۲ \times ۲ = ۴ \\ ۴۹ \times ۹ = ۴۴۱ \\ ۴۸ \times ۸ = \end{array}$$

چون حاصل ضرب ۴۹×۹ از ۳۹۶ بیشتر است، به‌جای ۹، عدد ۸ قرار دهید؛ سپس، حاصل ضرب ۴۸×۸ را از ۳۹۶ کم کنید و باقی‌مانده را پیدا کنید.

حالا ۸ را در سمت راست ۲ بنویسید. و رابطه‌ی مقابل را کامل کنید. $\sqrt{۷۹۶} \approx$



جذر هریک از عددهای زیر را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ به‌دست آورید.

$$\sqrt{۵۲۱}$$

$$\sqrt{۲۰۱}$$

$$\sqrt{۶۷۵}$$

جذر اعداد اعشاری



به مجذور هر یک از عددهای اعشاری زیر توجه کنید.

$$(0/6)^2 = 0/36 \quad (1/2)^2 = 1/44 \quad (2/15)^2 = 4/6225$$

بین تعداد رقم‌های اعشار در دو طرف تساوی، چه رابطه‌ای می‌بینید؟

مشاهده می‌کنید که اگر یک عدد اعشاری را مجذور کنیم، تعداد رقم‌های اعشاری مجذور زوج است؛ پس، برای یافتن جذر یک عدد اعشاری، ابتدا به تعداد رقم‌های اعشاری آن توجه می‌کنیم. در صورتی که تعداد ارقام اعشاری آن فرد باشد، یک صفر در سمت راست آن قرار می‌دهیم تا تعداد ارقام اعشاری زوج شود. اکنون بدون در نظر گرفتن ممیز، جذر را محاسبه می‌کنیم.

در آخر، ممیز جذر و باقی‌مانده را درج می‌کنیم؛ با توجه به

$\sqrt{5.42/0.80}$	$23/2$
-4	$2 \times 2 = 4$
142	$43 \times 3 = 129$
-129	

این که همواره

۱- تعداد ارقام اعشاری جذر، نصف تعداد ارقام اعشاری

عدد اصلی است.

۲- تعداد ارقام اعشاری باقی‌مانده، مساوی تعداد ارقام

اعشاری عدد اصلی است. اکنون جذر مقابل را کامل کنید.

کار در کلاس



جذرهای زیر را تا یک رقم اعشار حساب کنید.

$$\sqrt{74/0.0} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{8/4} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{42/7} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$



امتحان جذر

- اگر یک جذر را درست انجام داده باشیم،
الف - دو برابر جذر به اضافه ی ۱ از باقی مانده ی جذر بزرگ تر است.
ب - مجذور جذر به اضافه ی باقی مانده، مساوی عدد داده شده است.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{14038} & 37 \\ 9 & 3 \times 2 = 6 \\ \hline 538 & \cancel{68 \times 8 = 544} \\ 469 & 67 \times 7 = 469 \\ \hline 69 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \times 37 + 1 = 75, 75 > 69 \\ (37)^2 + 69 = 14038 \end{array}$$

اگر در محاسبه ی جذر پیشروی داشته باشیم یا بخواهیم جذر یک عدد اعشاری را بگیریم، در مورد قسمت الف قبل از درج ممیزها، امتحان جذر را انجام می دهیم.

کار در کلاس



در کدام یک از موارد زیر، جذر درست محاسبه شده است؟

(الف)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{15/30} & 3/9 \\ 9 & 2 \times 3 = 6 \\ \hline 630 & 69 \times 9 = 621 \\ 621 & \\ \hline 0/09 & \end{array}$$

(ب)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{7/45} & 2/7 \\ -4 & 2 \times 2 = 4 \\ \hline 345 & \cancel{48 \times 8 = 384} \\ 329 & 47 \times 7 = 329 \\ \hline 0/16 & \end{array}$$

(پ)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{9/50000} & 3/07 \\ 9 & 2 \times 3 = 6 \\ \hline 50 & 60 \times 0 \\ \hline 0 & 2 \times 30 = 60 \\ 5000 & 607 \times 7 = 4249 \\ 4249 & \\ \hline 0/0751 & \end{array}$$

(ت)

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{982/60} & 31/3 \\ 9 & 2 \times 3 = 6 \\ \hline 082 & 61 \times 1 = 61 \\ 61 & \hline 2160 & 2 \times 31 = 62 \\ 1869 & 623 \times 3 = 1869 \\ \hline 2/91 & \end{array}$$



در هریک از تمرین‌های زیر پس از محاسبه‌ی جذر، آن را امتحان کنید.
۱- جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{5039} \quad \sqrt{947}$$

۲- جذر ۲ و جذر ۳ را تا دو رقم اعشار به دست آورید.

$$\begin{array}{r} \sqrt{2/0.0000} \quad 14 \\ -1 \\ \hline 1000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \times 1 = 2 \\ 25 \times 5 = 125 \\ 24 \times 4 = 96 \end{array} \quad \sqrt{3}$$



۱- جذر هریک از عددهای زیر را حساب کنید و در هر مورد، جذر را امتحان کنید.

$$2601 \quad 7044 \quad 4356$$

۲- جذر هریک از اعداد زیر را تا دو رقم اعشار به دست آورید.

$$73/8 \quad 520 \quad 7 \quad 10$$

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



۱- حجم یک مکعب مستطیل با قاعده‌ی مربع و ارتفاع ۷ سانتی متر، ۴۴۱ سانتی متر مکعب است. ضلع قاعده‌ی مربع را تا یک رقم اعشار به دست آورید.
۲- برای رنگ کردن سطح دیوار، با هریک کیلوگرم رنگ تقریباً ۸ متر مربع را می‌توان به طور کامل رنگ کرد. اگر ۴ کیلوگرم رنگ در اختیار داشته باشیم، ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان رنگ کرد، تقریباً چند سانتی متر است؟

مجموعه‌ی عددهای صحیح

نمایش مجموعه‌ی عددهای صحیح

هریک از عددهای $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ و \dots را یک عدد صحیح می‌نامیم.
مجموعه‌ی اعداد صحیح را به صورت

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

نشان می‌دهند.

کار در کلاس

محور اعداد را رسم کرده و اعداد صحیح را روی آن مشخص کنید و عبارت‌های زیر را با نوشتن \in یا \notin کامل کنید.

$$-25 \circ \mathbb{Z}$$

$$0 \circ \mathbb{Z}$$

$$+238 \circ \mathbb{Z}$$

$$-\frac{2}{3} \circ \mathbb{Z}$$

$$0/35 \circ \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{2} \circ \mathbb{Z}$$

– آیا کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد صحیح را می‌توان مشخص کرد؟ چرا؟
– کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت و بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی را مشخص کنید.



مجموعه‌ی عددهای صحیح بین -3 و 4 را نوشته و آن‌ها را روی محور مشخص کنید.



این مجموعه را با نمادهای ریاضی نیز می‌توان بیان کرد.

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -3 < x < 4\}$$

$x \mid x \in \mathbb{Z}$ را می‌خوانیم؛ x به‌طوری که x عضو مجموعه‌ی \mathbb{Z} است.

مجموعه‌ی اعداد صحیح کوچک‌تر از ۲- را بنویسید و آنها را روی محور مشخص کنید.



این مجموعه را با نمادهای ریاضی نشان دهید.

کاردرکلاس



۱- هریک از مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی مشخص کنید.

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, \emptyset\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \quad\quad\}$$

$$B = \{7, -8, -9, 0\} =$$

$$C = \{7, -6, -5, 0\} =$$

۲- مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

$$D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 < x < 5\} =$$

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 6\} =$$

$$F = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x > 2\} =$$

۳- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. هر جا لازم است از مجموعه‌های بالا استفاده کنید.

$$5 \in \mathbb{Z} \quad \quad \quad 0 \in \mathbb{N} \quad \quad \quad -38 \in \mathbb{Z}$$

$$-5 \in \mathbb{N} \quad \quad \quad -20 \in \mathbb{B} \quad \quad \quad 12 \in \mathbb{C}$$

$$4 \in \mathbb{D} \quad \quad \quad 6 \in \mathbb{E} \quad \quad \quad 0 \in \mathbb{F}$$

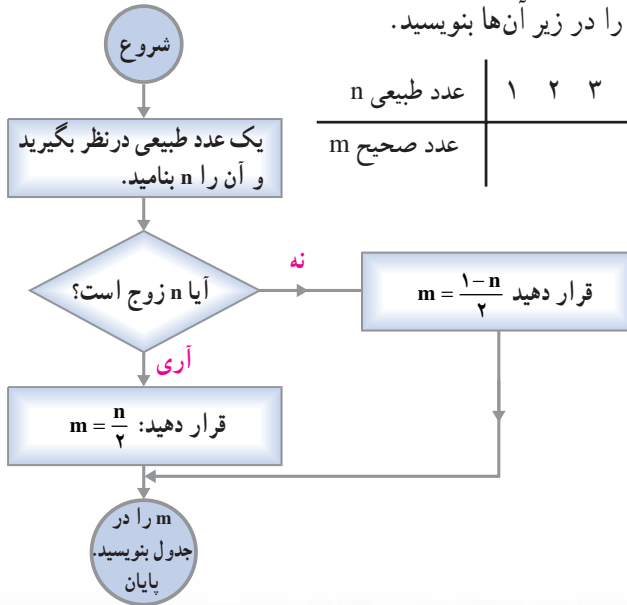
۴- گزینه‌های عددی زیر را به‌دست آورید.

عدد	-۱۲	-۸	۱۵	۰	-۳۵	۱۴
گزینه						





عددهای طبیعی جدول زیر را به ترتیب، در ورودی نمودار قرار دهید. عددهای صحیح به دست آمده را در زیر آنها بنویسید.



عدد طبیعی n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
عدد صحیح m									



تمرین

۱- در هریک از عبارت‌های زیر، یکی از نمادهای \in یا \notin را که درست است، به جای \bigcirc

قرار دهید و یک عبارت درست بنویسید.

$\frac{3}{5} \in \mathbb{N}$	$0 \in \mathbb{N}$	$-2/3 \in \mathbb{Z}$	$\sqrt{4} \in \mathbb{N}$
$-\frac{6}{2} \in \mathbb{Z}$	$-(-2) \in \mathbb{N}$	$\frac{12}{-4} \in \mathbb{Z}$	$5^3 \in \mathbb{N}$
$5^{+3} \in \mathbb{Z}$	$-12 \in \mathbb{Z}$	$12 \sqcap 18 \in \mathbb{N}$	$\sqrt{2} \in \mathbb{N}$

۲- نمایش هر یک از مجموعه‌های زیر را با مشخص کردن اعضای آنها بنویسید.

– مجموعه‌ی A شامل عددهای طبیعی بین ۱ و ۱۰

– مجموعه‌ی B شامل عددهای زوج بین ۳ و ۱۵

– مجموعه‌ی C شامل قرینه‌های اعضای مجموعه‌ی A

$$D = \{x | -x \in \mathbb{B}\}$$

$$E = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 0\}$$

$$F = \{x | x \in \mathbb{N}, x < \}$$

$$G = \{x | x \in \mathbb{N}, 53 < x\}$$

$$H = \{x | x \in \mathbb{Z}, x < \}$$

$$I = \{x | x \in \mathbb{Z}, -8 < x < \}$$

$$J = \{x | -x \in \}$$

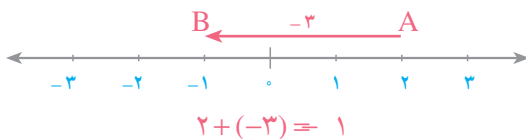


۳- در هر کدام از مجموعه‌های تمرین ۲، در صورتی که کوچک‌ترین عضو وجود دارد، آن را مشخص کنید.

۴- مجموعه‌های زیر را با نمادهای ریاضی بنویسید.

$\{-8, -7, -6, \dots, 4\}$	$\{-35, -36, -37, \dots\}$
$\{-4, -3, -2, \dots\}$	$\{15, 16, 17, \dots\}$
$\{15, 14, 13, \dots, 0\}$	$\{15, 14, 13, \dots\}$

جمع عددهای صحیح



جمع عددهای صحیح و گویا را سال گذشته یاد گرفته‌اید. برای نوشتن جمع عددهای علامت‌دار، مختصرنویسی می‌کنیم و فقط عددها را با علامتشان به دنبال یک‌دیگر می‌نویسیم. مانند نمونه‌ها، عبارت‌ها را مختصر کنید.

$(+12) + (-8) = 12 - 8$	$(+\frac{3}{5}) + (-\frac{1}{8}) = \frac{3}{5} - \frac{1}{8}$
$(-9) + (+5) =$	$(-\frac{2}{9}) + (+\frac{5}{12}) =$
$(-7) + (-11) =$	$(-7) + (-\frac{1}{3}) =$

کار در کلاس

۱- عبارت‌های زیر را با برداشتن پرانتز، مختصر کنید.

$(-8) + (+15) = -8 + 15$	$(+13) + (-10) =$
$(+\frac{2}{5}) + (+\frac{1}{5}) =$	$(+8) + (+5) =$
$(-\frac{3}{7}) + (-\frac{2}{9}) =$	$(-15) + (-6) =$
$(-\frac{3}{5}) + (+\frac{4}{5}) =$	$(+\frac{8}{13}) + (-\frac{3}{2}) =$



۲- با گذاشتن پرانتز، هر کدام از عبارت‌های زیر را به صورت مجموع دو عدد علامت‌دار بنویسید.

$$-۸+۱۴=(-۸)+(۱۴) \quad +۳-۱۲=$$

$$+۹-۵= \quad -۱۷-۱۵=$$

$$-\frac{۶}{۵}+\frac{۹}{۴}= \quad +\frac{۱}{۶}+\frac{۵}{۹}=$$

$$+\frac{۴}{۳}-\frac{۷}{۲}= \quad -\frac{۲}{۷}-\frac{۳}{۸}=$$

اینک، روش محاسبه‌ی حاصل جمع را یادآوری می‌کنیم. گاهی با برداشتن پرانتز و جابجایی، مجموع دو عدد صحیح به جمع یا تفریق عددهای طبیعی تبدیل می‌شود. در این موارد، محاسبه‌ی حاصل جمع به سادگی انجام می‌شود.

$$(+۱۲)+(+۷)=۱۲+۷=۱۹$$

$$(+۱۳)+(-۴)=۱۳-۴=۹$$

$$(-۵)+(+۷)=۵+۷=۷-۵=۲$$

هرگاه با برداشتن پرانتز، جمع یا تفریق عادی به دست نیاید، از قرینه‌یابی استفاده می‌کنیم. قرینه‌یابی، عبارت‌ها را به همان حالت‌های بالا تبدیل می‌کند.

$$(-۱۲)+(-۷)=۱۲-۷=(۱۲+۷)=۱۹$$

$$(-۱۳)+(+۴)=۱۳-۴=(۱۳-۴)=۹$$

$$(+۵)+(-۷)=۵-۷=(۷-۵)=۲$$

کار در کلاس



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$۱۳-۹=$$

$$-۷+۱۰=$$

$$-۵-۷=$$

$$-۸+۷=$$

$$-۴+۹=$$

$$-۹+۴=$$

$$۴۵-۸۵=$$

$$-۶۷-۸۵=$$

$$۹۷-۱۱۵=$$

۲- حاصل جمع‌های زیر را حساب کنید. ابتدا با برداشتن پرانتز، آن‌ها را

مختصر کنید و سپس، مانند بالا حاصل جمع را به دست آورید.

$$(-۱۲)+(+۱۷)$$

$$(-۱۴)+(+۱۰)$$

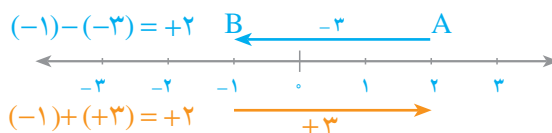
$$(-۹)+(-۷)$$

$$(+۹)+(-۱۵)$$

$$(-۴۵)+(+۴۵)$$

$$(-۶۲)+(-۳۸)$$

تفریق عددهای صحیح



در سال‌های قبل دیدید که برای تفریق کردن عدد b از عدد a ، می‌توانیم قرینه‌ی b را با a جمع

$$a - b = a + (-b)$$

کنیم:

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$(-1) - (-3) = (-1) + (+3) = -1 + 3 = 2$$

$$(-5) - (+4) = (-5) + (-4) = -5 - 4 = -9$$

بنابراین، برای محاسبه‌ی حاصل تفریق، ابتدا تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم و سپس، حاصل

جمع را به‌دست می‌آوریم.

کار در کلاس

۱- با تبدیل تفریق به جمع، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(-5) - (+3) = (-5) + (-3)$$

$$(+3) - (+4) =$$

$$(-2) - (-8) =$$

$$(-6) - (-7) =$$

۲- تفریق‌های زیر را ابتدا به جمع تبدیل کنید و سپس با برداشتن پرانتز، حاصل

آنها را به‌دست آورید.

$$(+8) - (+5) =$$

$$(-5) - (+14) =$$

$$(-9) - (-3) =$$

$$(+12) - (-15) =$$



به تساوی‌های زیر توجه کنید.

$$(+8) - (+5) = (+8) + (-5) = 8 - 5$$

$$(-9) - (-3) = (-9) + (+3) = -9 + 3$$

با توجه به این دو تساوی، چگونگی مختصر کردن عبارت‌های تفریق را نتیجه بگیرید. با استفاده از نتیجه‌ای که گرفته‌اید، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(+8) - (+5) =$$

$$(-7) - (-4) =$$

$$(-9) - (-3) =$$

$$(+7) - (+4) =$$

کار در کلاس



۱- عبارت‌های زیر را با برداشتن پرانتز مختصر کنید.

$$(-6) - (-7) = -6 + 7$$

$$(-6) + (+7) =$$

$$(+8) - (+12) =$$

$$(+8) + (-12) =$$

$$(-5) - (+11) =$$

$$(-5) + (-11) =$$

۲- حاصل هریک از عبارت‌های زیر را حساب کنید. ابتدا با برداشتن پرانتز عبارت را مختصر کنید.

$$(-9) - (-3) =$$

$$(+25) + (-36) =$$

$$(-12) + (-18) =$$

$$(+4) - (+18) =$$

$$(-65) - (-145) =$$

$$(-42) - (+58) =$$



۱- هریک از عبارت‌های زیر را ابتدا با برداشتن پرانتز مختصر کنید و سپس، حاصل آن را حساب کنید.

$$(-8) - (+12)$$

$$(+13) + (-5)$$

$$(+8) - (+17)$$

$$(-35) - (-15)$$

$$(+47) - (-12)$$

$$(-9) + (-25)$$

۲- هریک از عبارت‌های زیر را تا می‌توانید ساده کنید.

$$((+1) - (-8)) + ((+4) - (+6))$$

$$((+3) + (-5)) - ((+7) + (-2))$$

۳- حاصل هریک از عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$+14 - 9$$

$$5 + 8$$

$$5 - 12$$

$$-8 + 17$$

$$-8 + 7$$

$$-5 - 12$$

$$-5 - 8$$

$$-9 + 17$$

۴- هریک از مجموعه‌های زیر را به صورت‌هایی که قبلاً دیده‌اید، بیان کنید. مشخص کنید که هر مجموعه کوچک‌ترین عضو یا بزرگ‌ترین عضو دارد یا نه.

الف - مجموعه‌ی اعداد صحیح بین ۵- و ۱ و

ب - مجموعه‌ی عددهای صحیح مثبت

پ - مجموعه‌ی عددهای صحیح منفی

۵- در جای خالی، علامت + یا - قرار دهید تا حاصل عبارت، بزرگ‌ترین عدد ممکن شود.

$$-5 \square (-6) \square (+3) \square (-9)$$

سرگرمی و ریاضی



(برای سنین کمتر از ۱۹ سال)

سن شما	عدد به‌دست آمده	سن شما	عدد به‌دست آمده
۱۵	-۱	۴	۱
۱۱	-۲	۸	۲
۷	-۳	۱۲	۳
۳	-۴	۱۶	۴
۱۸	-۵	۱	۵
۱۴	-۶	۵	۶
۱۰	-۷	۹	۷
۶	-۸	۱۳	۸
۲	-۹	۱۷	۹

