

هندسه ی ۲



مساحت

مفهوم مساحت

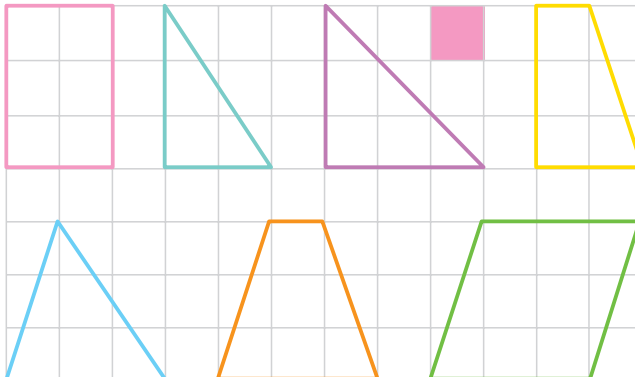


در شکل بالا مساحت برگ تقریباً چند واحد سطح است؟
چگونه می توانید دقت کار خود را افزایش دهید؟ در این مورد در کلاس گفت و گو کنید.

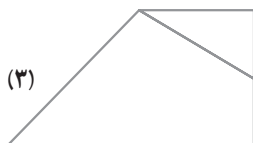
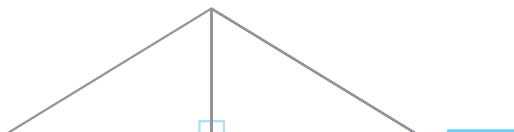
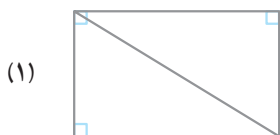
کار در کلاس



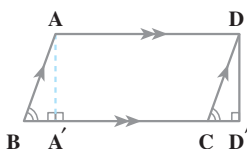
۱- اگر مربع قرمز واحد سطح باشد، مساحت هر شکل را داخل آن بنویسید.
روش هایی را که برای پیدا کردن مساحت شکل ها به کار برده اید، بیان کنید.



۲- مساحت هر یک از شکل‌های سمت راست با مساحت کدام یک از شکل‌های سمت چپ مساوی است؟



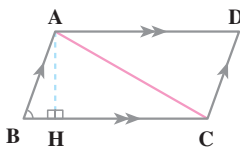
مساحت شکل‌های هندسی



۱- در شکل مقابل، دو مثلث ABA' و DCD' با هم مساوی‌اند. چرا مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ با مساحت مستطیل $AA'D'D$ برابر است؟

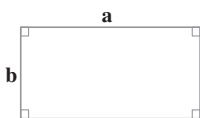
با استفاده از دستور مساحت مستطیل، دستور مساحت متوازی‌الاضلاع را به دست آورید. آیا این دستور برای مستطیل و متوازی‌الاضلاع یکی است؟



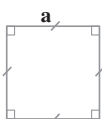


۲- در شکل مقابل، چرا دو مثلث ABC و ADC با هم مساوی‌اند؟

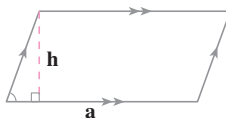
با استفاده از دستور مساحت متوازی‌الاضلاع، دستور مساحت مثلث را به دست آورید. آیا مساحت مثلث نصف مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



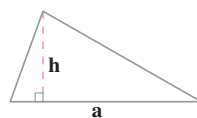
عرض \times طول



مجدور یک ضلع



ارتفاع \times قاعده



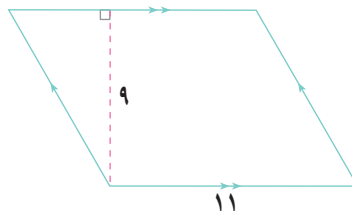
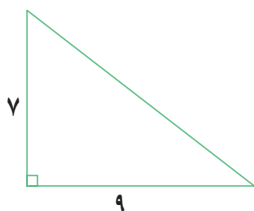
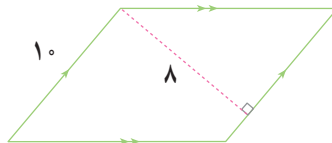
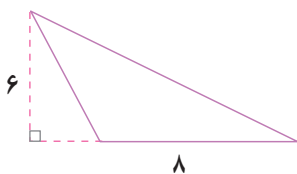
ارتفاع \times قاعده $\times \frac{1}{2}$

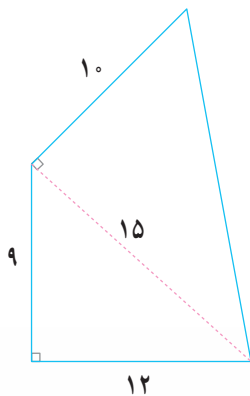
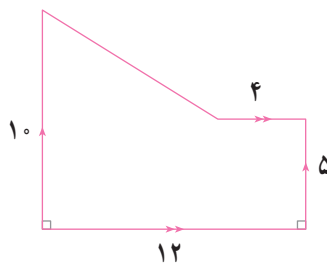
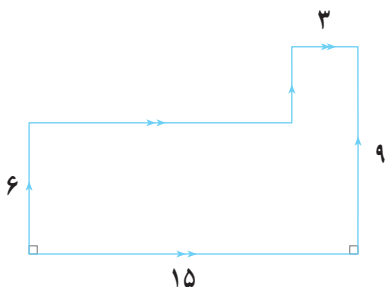
مساحت هر یک از شکل‌ها را با عبارت جبری بنویسید.

کار در کلاس

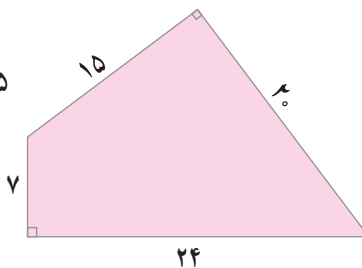
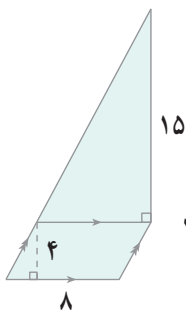
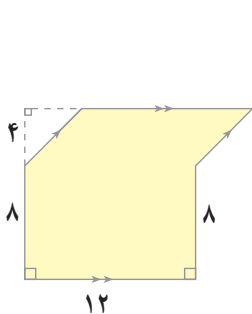
۱- مساحت هر شکل را حساب کنید (اندازه‌های داده شده در اشکال زیر

فرضی‌اند نه حقیقی).





مساحت هر شکل را حساب کنید.



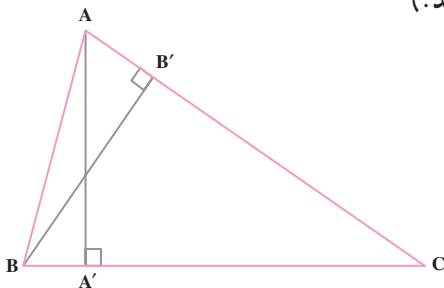
- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



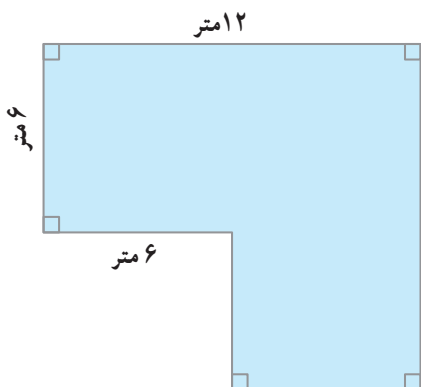
۱- مساحت مربعی به ضلع ۱۲ متر با مساحت مستطیلی به طول ۱۶ متر برابر است. عرض مستطیل را حساب کنید.

۲- طول یک زمین مستطیل شکل ۱۵ متر و عرض آن $\frac{2}{3}$ طولش است. مساحت و محیط این زمین را حساب کنید.

۳- در مثلث ABC دو ارتفاع AA' و BB' رسم شده است. به چه دلیل $AA' \times BC = BB' \times AC$ است؟ (مساحت مثلث ABC را در دو حالت محاسبه کنید و مساوی هم قرار دهید.)



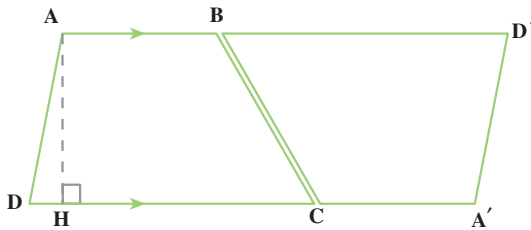
۴- اندازه‌ی وتر یک مثلث قائم‌الزاویه ۵ سانتی‌متر و اندازه‌ی دو ضلع دیگر آن ۳ و ۴ سانتی‌متر است. اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر آن را حساب کنید (از راهنمایی مسئله‌ی ۳ استفاده کنید).



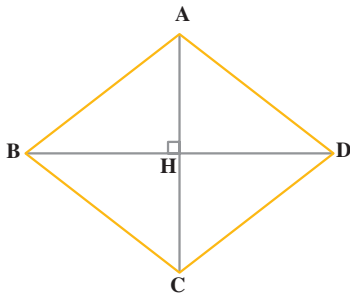
۵- پشت بام ساختمانی مانند شکل مقابل است. می‌خواهند این پشت بام را با دو لایه قیر و گونی بپوشانند. عرض گونی $\frac{1}{7}$ متر است. برای این کار، چند متر گونی لازم است؟

۶- یک زمین کشاورزی به شکل مربع و اندازه‌ی هر ضلع آن ۳۰۰ متر است. در این زمین، ۲۷۰۰ کیلوگرم بذر پاشیده‌اند. به‌طور متوسط در هر متر مربع این زمین چند گرم بذر پاشیده‌اند؟

۷- از یک ورق آهن مستطیل شکل به ابعاد $\frac{1}{2}$ متر و $\frac{1}{6}$ متر می‌خواهند مستطیل‌هایی به ابعاد ۸۰ سانتی‌متر و ۴۰ سانتی‌متر بسازند. چند مستطیل از این نوع ساخته می‌شود؟

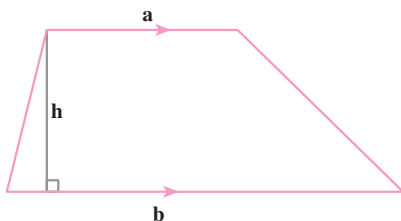


۱- در شکل مقابل با کنار هم قراردادن دو دوزنقه‌ی مساوی، یک متوازی‌الاضلاع ساخته‌ایم. با استفاده از دستور مساحت متوازی‌الاضلاع، دستور مساحت دوزنقه را به دست آورید.

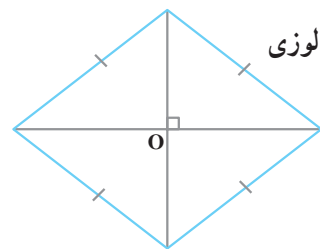


۲- چهار ضلعی ABCD لوزی است. چرا دو مثلث ABD و CBD با هم مساوی‌اند؟ با استفاده از دستور مساحت مثلث، دستور مساحت لوزی را به دست آورید.

دوزنقه



مساحت: مجموع دو قاعده \times ارتفاع $\times \frac{1}{2}$



لوزی

قطر بزرگ: a

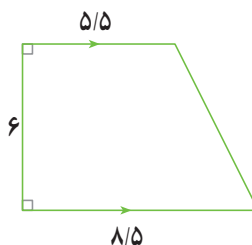
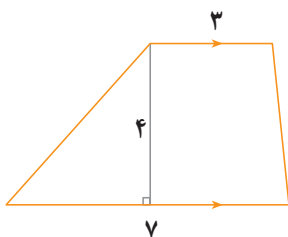
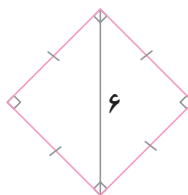
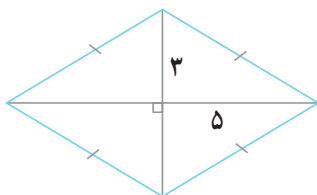
قطر کوچک: b

مساحت: حاصل ضرب دو قطر $\times \frac{1}{2}$

مساحت شکل‌ها را با استفاده از عبارات‌های جبری بنویسید.



مساحت هر شکل را حساب کنید.



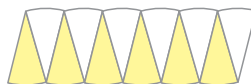
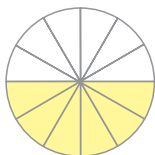
مساحت دایره



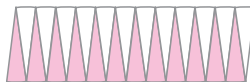
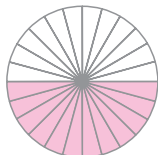
یک دایره را به وسیله ی قطرهای آن به ۶ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و با توجه به شکل زیر آن را می بریم و در کنار هم قرار می دهیم. چرا مساحت شکل حاصل با مساحت دایره برابر است؟



دایره را به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و آن ها را در کنار هم قرار می دهیم. شکل زیر به دست می آید.



اگر دایره را به ۲۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم و قسمت‌ها را در کنار هم قرار دهیم، شکل زیر به دست می‌آید.



چنان‌که مشاهده می‌کنید، هر چه قدر تعداد قسمت‌ها بیشتر باشد، شکل حاصل به مستطیل که مساحت آن با مساحت دایره برابر است، نزدیک‌تر می‌شود. طول و عرض این مستطیل چه رابطه‌ای با دایره دارد؟

$$\text{مساحت دایره} = \underbrace{\text{عرض مستطیل}}_{\text{شعاع}} \times \underbrace{\text{طول مستطیل}}_{\text{نصف محیط دایره}}$$

اگر اندازه‌ی شعاع را با r ، عدد $3/14$ را با π (پی) و مساحت دایره را با A نشان

$$A = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$$

دهیم،

$$A = \pi r^2$$

بنابراین، مساحت دایره برابر است با حاصل ضرب عدد π در مجذور شعاع.

با استفاده از رابطه‌ی به دست آمده، می‌توانیم مساحت دایره را پیدا کنیم؛ برای مثال،

$$A = \pi r^2$$

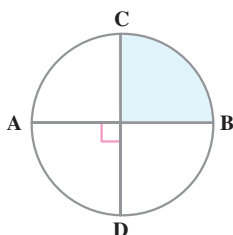
مساحت دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر برابر است با

$$A = 3/14 \times 3^2$$

$$A = 3/14 \times 9$$

$$A = 28/26 \text{ cm}^2$$

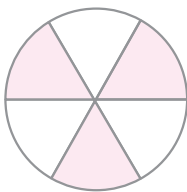
کاردرکلاس



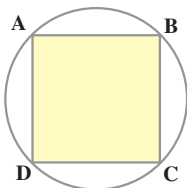
۱- قطرهای AB و CD برهم عمودند. اگر شعاع

دایره ۴ سانتی‌متر باشد، مساحت قسمت رنگی را حساب کنید.



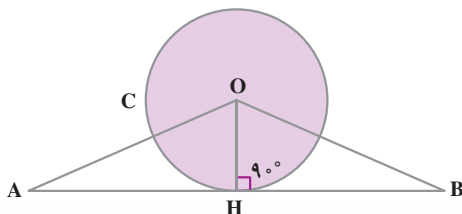


۲- دایره ی C به وسیله ی قطرهای آن به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر شعاع دایره ۶ سانتی متر باشد، مساحت هر قسمت را حساب کنید.

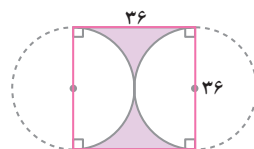
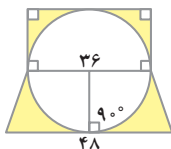
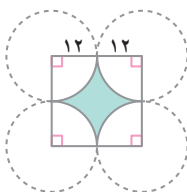
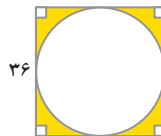
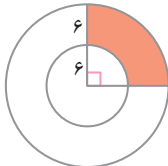
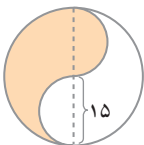
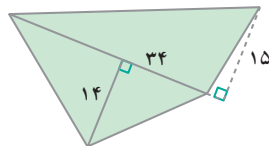
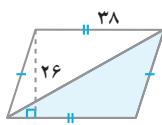
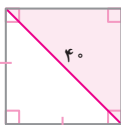


۳- چهار ضلعی ABCD مربع است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی متر باشد، مساحت قسمت رنگی را حساب کنید.

۴- نقطه ی O مرکز دایره ی C و فاصله ی O از AB برابر شعاع دایره است. اگر شعاع دایره $\frac{1}{5}$ سانتی متر و AB برابر با $\frac{3}{14}$ سانتی متر باشد، مساحت دایره چند برابر مساحت مثلث OAB است؟



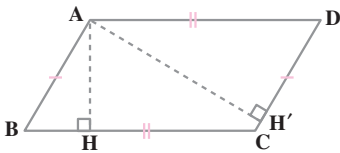
در هر شکل، مساحت قسمت رنگی را حساب کنید (عددهای داده شده فرضی اند نه حقیقی).





- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

۱- با یک قطعه سیم به طول $62/8$ سانتی متر، دایره‌ای درست کرده‌ایم. مساحت این دایره چند سانتی متر مربع است؟ اگر این سیم را به شکل مربع درآوریم، مساحت آن چه قدر می شود؟



۲- در متوازی الاضلاع ABCD چرا
 $DC \times AH' = BC \times AH$ است؟

۳- ابعاد یک مزرعه‌ی مستطیل شکل 60 متر و 40 متر است. می خواهیم دور آن را سه ردیف سیم خاردار بکشیم. برای این کار چند متر سیم لازم است؟

۴- دور باغ مربع شکلی را چهار ردیف سیم کشیده‌اند. اگر برای این کار 40000 متر سیم به کار رفته باشد، مساحت باغ چند هکتار است؟



۵- زمینی است به شکل دوزنقه‌ی قائم الزاویه که اندازه‌های قاعده‌ها و ساق قائم آن به ترتیب 20 متر، 25 متر و 8 متر است. می خواهند در 60% این زمین ساختمان بسازند. چند متر مربع از این زمین برای حیاط باقی می ماند؟

