

۱- در نقشه‌ی بالا مختصات ورزشگاه تختی چیست؟

۲- جایی که مختصات آن  $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$  است، چه نام دارد؟

۳- مختصات چه بنایی  $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۶ \end{bmatrix}$  است؟

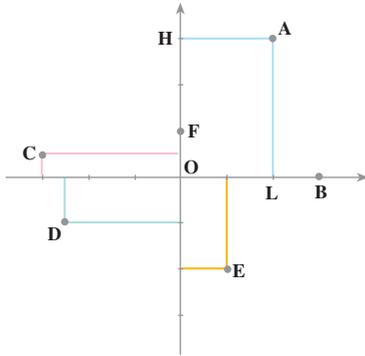
۴- مختصات مسجد جامع یزد چیست؟

۵- کتابخانه‌ی وزیری در کدام نقطه واقع شده است؟



طول جغرافیایی هر نقطه با نصف النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی هر نقطه با مدار مربوط به آن مشخص می‌شود. نصف النهارها و مدارها را می‌توانید روی یک نقشه یا یک کره‌ی جغرافیایی ببینید.

در نقشه‌ی بالا، مدارها خط‌های افقی و نصف النهارها خط‌های قائم هستند. طرابلس تقریباً روی نصف النهار ۱۴ درجه و مدار ۳۳ درجه قرار دارد؛ بنابراین، طول جغرافیایی طرابلس ۱۴ درجه و عرض جغرافیایی آن ۳۳ درجه است.



برای مشخص کردن نقاط صفحه می‌توانیم با انتخاب دو محور عمود برهم، برای هر نقطه یک مختصات به دست آوریم. نقطه‌ی O محل تلاقی این دو محور، مبدأ مختصات است.

محور افقی، محور طول یا محور x و محور عمودی، محور عرض یا محور y نامیده می‌شود.

برای به دست آوردن مختصات نقطه‌ای از

صفحه (مثلاً A) از آن نقطه دو خط به موازات محورهای مختصات رسم می‌کنیم تا محورها را در دو نقطه‌ی L و H قطع کنند.

روی محور طول، L نقطه‌ی نمایش +۲ است. +۲ طول نقطه‌ی A است.

روی محور عرض، H نقطه‌ی نمایش +۳ است. +۳ عرض نقطه‌ی A است.

بنابراین، مختصات A،  $\begin{bmatrix} +۲ \\ +۳ \end{bmatrix}$  است:  $A = \begin{bmatrix} +۲ \\ +۳ \end{bmatrix}$ .

## کار در کلاس

۱- با توجه به شکل بالا، جدول زیر را کامل کنید.

	F	E	D	C	B	
طول x						
عرض y						
مختصات						$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

۲- در یک صفحه، دو محور عمود برهم بکشید و هریک از نقطه‌هایی را که

مختصات آن داده شده است، مشخص کنید.

$$A = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۴ \\ -۵ \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

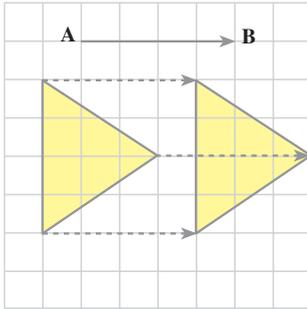
$$E = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} ۱/۵ \\ -۲/۵ \end{bmatrix}$$

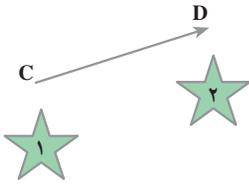
$$G = \begin{bmatrix} ۶/۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -۳/۷ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

## بردار انتقال



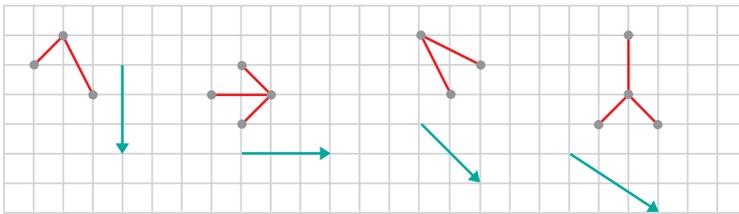
در شکل مقابل، مثلث سمت چپ به سمت راست تغییر مکان یافته است. این تغییر مکان یک انتقال است. به بردار  $\vec{AB}$  که این انتقال را مشخص می‌کند، بردار انتقال می‌گویند.



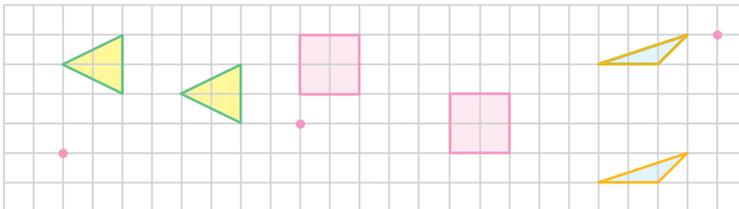
در این شکل، اگر ستاره‌ی ۱ با بردار انتقال  $\vec{CD}$  انتقال داده شود، بر ستاره‌ی ۲ منطبق می‌گردد.



۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوط انتقال دهید.

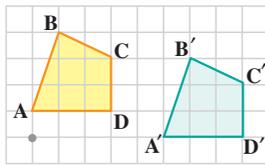
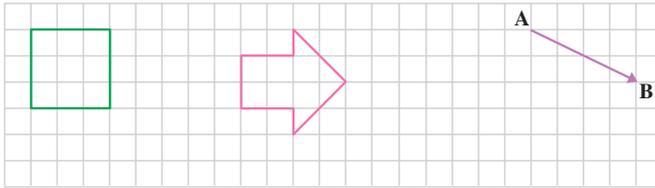


۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه‌ی قرمز کنار آن رسم کنید.





۱- شکل‌های زیر را با بردار انتقال  $\vec{AB}$  انتقال دهید.



۲- در شکل مقابل، چهارضلعی ABCD انتقال داده شده و چهارضلعی  $A'B'C'D'$  به دست آمده است. بردار انتقال را رسم کنید.



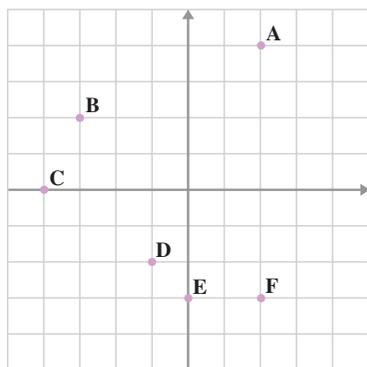
۱- در شکل مقابل نقطه‌ی ۱ را با بردار  $\vec{AB}$  انتقال دهید و نقطه‌ی به دست آمده را ۲ بنامید. حالا نقطه‌ی ۲ را با بردار  $\vec{BC}$  انتقال دهید تا نقطه‌ی ۳ به دست آید. نقطه‌ی ۳ با چه انتقالی از نقطه‌ی ۱ به دست می‌آید؟

۲- در شکل مقابل، ابتدا نقطه‌ی ۱ را با بردار  $\vec{AB}$  و سپس، نقطه‌ی به دست آمده را با بردار  $\vec{CD}$  انتقال دهید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۱- با استفاده از نقشه‌ی آفریقا در چند صفحه‌ی پیش، طول و عرض شهرهای زیر را پیدا کنید.  
کامپالا، الجزیره، لوآندا، العیون، آدیس‌آبابا، موگادیشو

۲- با استفاده از یک نقشه‌ی آسیا، طول و عرض جغرافیایی تهران، دهلی و دمشق را پیدا کنید.



۳- با استفاده از شکل مقابل، مختصات نقاط A، B، C، D، E و F را پیدا کنید. پاسخ را به صورت  $A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$  بنویسید.

۴- نقاط  $A' = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$  ،  $B' = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

$C' = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  ،  $D' = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  را در شکل مقابل مشخص

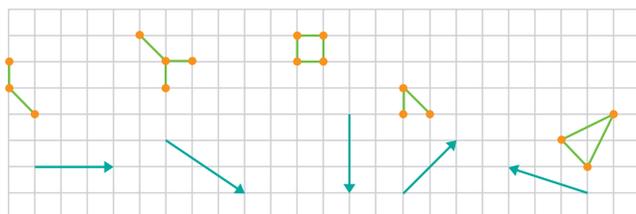
کنید.

۵- نقطه‌ی  $A'$  با چه انتقالی از نقطه‌ی A به دست می‌آید؟ بردار انتقال  $\vec{AA'}$  را رسم کنید. انتقال یافته‌ی نقاط B، C و D با این بردار انتقال، کدام نقاطند؟

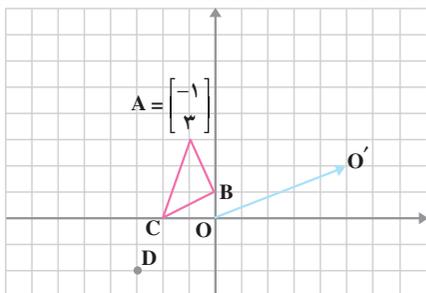
۶- نقاط E و F را با بردار انتقال  $\vec{AA'}$  از تمرین قبل انتقال دهید و نقاط به دست آمده را  $E'$  و  $F'$  بنامید. مختصات نقاط  $E'$  و  $F'$  را پیدا کنید.

۷- مختصات نقاط A، B، C و D را به ترتیب با مختصات نقاط  $A'$ ،  $B'$ ،  $C'$  و  $D'$  مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۸- هر شکل را با بردار انتقال مربوط انتقال دهید.



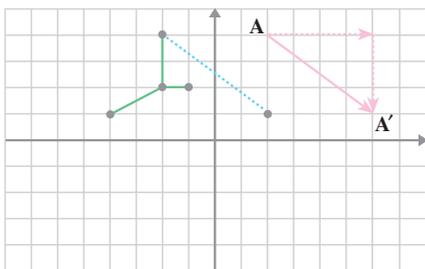
## مختصات بردار انتقال



در شکل مقابل با بردار  $\vec{OO}'$   
 مثلث  $ABC$  را به مثلث  $A'B'C'$   
 انتقال دهید. مختصات تمام نقاط را  
 در کنار آن‌ها بنویسید.

در این انتقال، هر نقطه ۵ واحد در جهت مثبت محور طول و ۲ واحد در جهت مثبت محور عرض انتقال می‌یابد؛ بنابراین، بردار انتقال  $\vec{OO}'$  را می‌توانیم با مختصات  $\begin{bmatrix} +5 \\ +2 \end{bmatrix}$  مشخص کنیم.

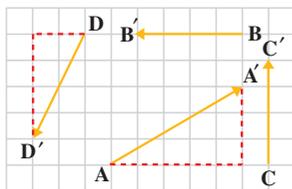
$$\vec{OO}' = \begin{bmatrix} +5 \\ +2 \end{bmatrix}$$



شکل مقابل را با بردار انتقال  
 $\vec{AA}'$  منتقل کنید و مختصات بردار را  
 بنویسید.

$$\vec{AA}' =$$

## کار در کلاس



با استفاده از شکل مقابل، تساوی‌های زیر را  
 کامل کنید.

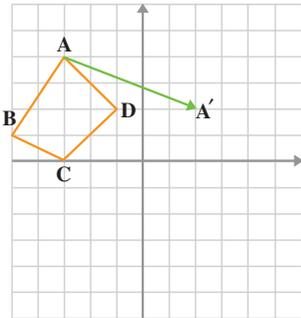
$$\vec{AA}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\vec{BB}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\vec{CC}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\vec{DD}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$





۱- با استفاده از شکل مقابل، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

الف - چهارضلعی ABCD را با بردار انتقال  $\vec{AA}'$  انتقال دهید و چهارضلعی به دست آمده را  $A'B'C'D'$  بنامید.

ب - مختصات بردار انتقال را بنویسید.

$$\vec{AA}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

پ - با توجه به مختصات بردار انتقال، تساوی‌های زیر را کامل کنید. سپس، نتیجه را با شکل تطبیق دهید.

$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, D' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

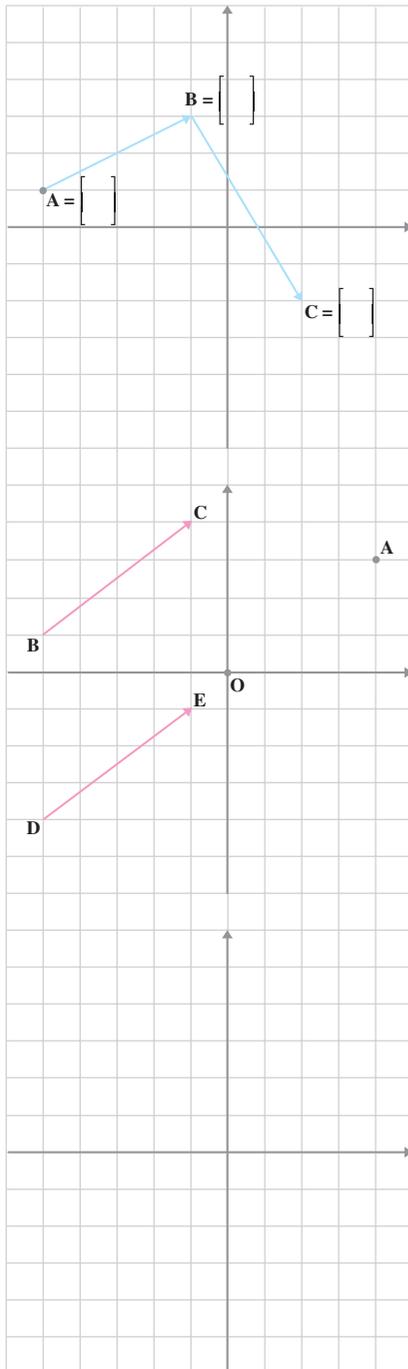
ت - چگونه می‌توان مختصات  $A'$ ،  $B'$ ،  $C'$  و  $D'$  را از مختصات  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  پیدا کرد؟

۲- با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، مختصات مثلث‌های انتقال یافته را پیدا کنید.

$$\begin{array}{l} \text{بردار انتقال} \\ \left. \begin{array}{l} A = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \\ C = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix} \\ \rightarrow \end{array} \left. \begin{array}{l} A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \\ B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \\ C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \end{array} \right\} \text{الف}$$

بردار انتقال

$$\left\{ \begin{array}{l} D \\ \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} E \\ \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} F \\ \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix} \\ \rightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} D' \\ \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} E' \\ \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} F' \\ \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \end{array} \right\} \text{ب -}$$



۱- در شکل مقابل، ابتدا مختصات نقاط A، B و C را حساب کنید.

$$A = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

سپس، مختصات بردارهای  $\vec{AC}$ ،  $\vec{AB}$  و  $\vec{BC}$  را به دست آورید.

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}, \vec{BC} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}, \vec{AC} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

۲- در شکل مقابل، نقطه‌ی  $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

با بردار  $\vec{OA}$  به نقطه‌ی A انتقال داده می‌شود.

مختصات نقطه‌ی A و بردار  $\vec{OA}$  را به دست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad \vec{OA} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

مختصات بردارهای  $\vec{BC}$  و  $\vec{DE}$  را به دست آورید.

$$\vec{BC} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad \vec{DE} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

۳- مختصات نقطه‌ی A چنین است:

$$A = \begin{bmatrix} -3 \\ +5 \end{bmatrix}$$

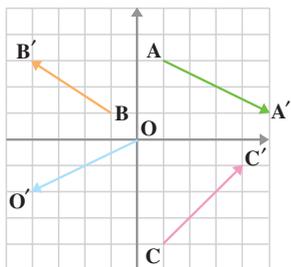
این نقطه را با بردار  $\vec{AB} = \begin{bmatrix} +7 \\ -4 \end{bmatrix}$  به نقطه‌ی

B انتقال داده‌ایم. مختصات B را با استفاده از

شکل بنویسید. مختصات نقطه‌ی B را بدون شکل

و با استفاده از مختصات نقاط A و بردار انتقال

AB پیدا کنید. جواب‌ها را با هم مقایسه کنید.



- ۱- با استفاده از شکل مقابل، مختصات هر یک از بردارها را پیدا کنید و تساوی‌هایی به صورت  $\vec{AA'} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$  بنویسید.
- ۲- نمودار زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

- ۳- نمودار زیر را کامل کنید. معنای این نمودار چیست؟

$$\left\{ \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \right\} \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}} \left\{ \quad \right\}$$

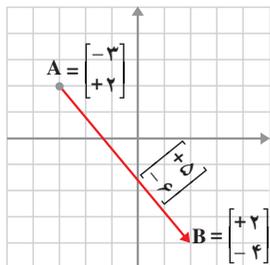
## جمع متناظر با بردار

در جمع عددهای صحیح دیدید که

$$(-3) + (+5) = (+2)$$



در جمع بردارها نیز تقریباً مثل جمع اعداد صحیح عمل می‌شود.



از نقطه‌ی به مختصات  $\begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix}$  با بردار انتقال به مختصات

$\begin{bmatrix} +5 \\ -6 \end{bmatrix}$  به نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} +2 \\ -4 \end{bmatrix}$  می‌رسیم؛ بنابراین، می‌توانیم جمعی

نظیر جمع بالا را بنویسیم.

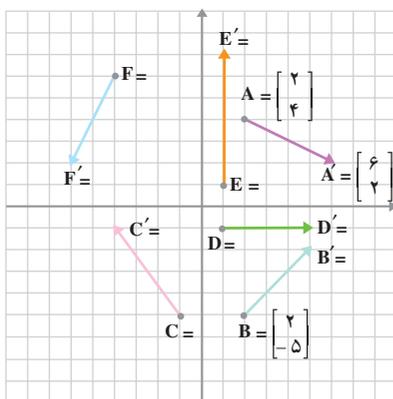
$$\begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +5 \\ -6 \end{bmatrix}$$

همان طور که می بینید، برای محاسبه‌ی حاصل جمع، طول‌ها را با هم و عرض‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} A \\ -3 \\ +2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{AB} \\ +5 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ +2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

در واقع، نقطه‌ی A با بردار انتقال AB به نقطه‌ی B منتقل شده است.

## کاردرکلاس



۱- در شکل مقابل، مختصات نقاط بردارها را پیدا کنید. سپس، متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسید.

۲- حاصل جمع‌های زیر را بنویسید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -7 \\ +8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

۳- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



حدس زدن جواب و آزمایش آن در شرایط مسئله می تواند به حل مسئله منجر شود. به شرط این که حدس های بعدی براساس منطق و دلیل و با بررسی اطلاعات، خواسته و شرایط مسئله باشند.

۱- معادله  $x^2 - 3x = 18$  را حل کنید.

**فهمیدن مسئله:** آیا با استفاده از روشی که برای حل مسئله یاد گرفته اید، می توانید این معادله را حل کنید؟

**انتخاب راهبرد:** جواب معادله یعنی عددی که اگر آن را در معادله به جای  $x$  قرار دهیم، دو طرف تساوی یک عدد به دست آید. چون روش حل معادله ای بالا را نمی دانیم، می توانیم جواب را حدس بزنیم.

**حل مسئله:** برای مشخص کردن حدس ها از یک جدول استفاده می کنیم. پس از حدس زدن و محاسبه عبارت  $x^2 - 3x$  و مقایسه آن با عدد ۱۸، حدس بعدی را مطرح می کنیم.

حدس	$x^2 - 3x$	بررسی
۰	۰	خیلی کم است
۴	$16 - 12 = 4$	کم است
۵	$25 - 15 = 10$	کم است
۶	$36 - 18 = 18$	درست است

این معادله پاسخ دیگری هم دارد که عددی صحیح و منفی است. به همین روش، پاسخ دیگر را پیدا کنید.

**بازگشت به عقب:** چگونه می توانید مطمئن شوید که پاسخ دیگری برای این معادله پیدا نمی شود؟



## حدس و آزمایش

۲- سارا می‌خواهد به دوستانش هدیه بدهد. اگر او برای هر یک از آن‌ها یک مداد ۱۵۰ تومانی بخرد، ۲۰۰ تومان زیاد می‌آورد و اگر مداد ۱۷۵ تومانی بخرد، ۱۰۰ تومان کم می‌آورد. دوستانش چند نفرند؟

**فهمیدن مسئله:** - خود را به جای سارا بگذارید. سعی کنید مسئله را در عمل اجرا کنید. - خواسته‌ی مسئله چیست؟

**انتخاب راهبرد:** - این مسئله را با تشکیل یک معادله می‌توان حل کرد اما در این جا آن را با استفاده از راهبرد حدس و آزمایش حل می‌کنیم.

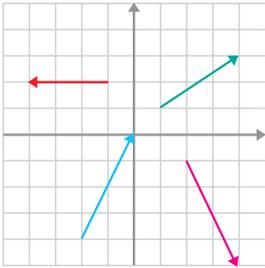
**حل مسئله:** - حدس را در یک جدول می‌نویسیم تا امکان بررسی آن‌ها بیشتر فراهم شود. پس از بررسی‌های دیگر، به‌طور منطقی و هدایت شده جواب را انتخاب می‌کنیم. چون مقدار پول سارا یک عدد مشخص است، در دو حالت باید به یک جواب برسیم. پس، زمانی که اختلاف دو حالت صفر شود، جواب مسئله را یافته‌ایم.

اختلاف	تعداد دوستان $\times 175 - 100$	تعداد دوستان $\times 150 + 200$	تعداد دوستان
۵۰	۱۶۵۰	۱۷۰۰	۱۰
۲۰۰	۲۲۵۰	۲۴۵۰	۱۵
۱۵۰	۹۵۰	۱۱۰۰	۶

بقیه‌ی جدول را کامل کنید تا جواب درست به دست آید.

**بازگشت به عقب:** - یک بار دیگر جواب را در شرایط مسئله امتحان کنید. - آیا جواب به دست آمده منطقی است؟

حدس و آزمایش نیز مراحل کاملاً قابل قبول برای بعضی از مسئله‌ها است؛ به شرط این که بتوانید فرایند و مراحل تفکر، حدس‌ها و بررسی‌های خود را به نحوی مشخص کنید. توضیح شفاهی، نوشتن توضیحات و دلایل، کشیدن جدول و روش‌های دیگر در این کار به شما کمک می‌کند.



۱- مختصات هر یک از بردارهای مقابل را پیدا کنید و متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسید.

۲- حاصل جمع‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -6 \end{bmatrix}$$

- رسم شکل
- جدول نظام دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

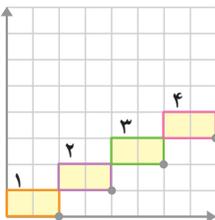
حل مسئله



۱- در یک بازی با صفحه‌ی شطرنجی، سعید مهره‌ی خود را از خانه‌ای به مختصات  $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم، او مهره‌ی خود را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم‌اکنون، مهره‌ی سعید روی کدام خانه است؟

۲- زهرا از خواهرش، مریم، ۵ سال کوچک‌تر است. در سال ۱۳۷۰ مجموع سن آن‌ها ۳۵ سال بود. سال تولد هر یک را حساب کنید.

۳- از پروین پرسیدند: چند برادر داری. گفت: تعداد خواهرها و برادرهایم مساوی است. از برادرش رضا پرسیدند: تو چند برادر داری؟ پاسخ داد: تعداد خواهرهایم ۲ برابر تعداد برادرهایم است. به نظر شما پروین چند برادر و چند خواهر دارد؟



۴- در محور مختصات مقابل، در کاشی شماره‌ی  $n$  مختصات گوشه‌ای را که با علامت  $\bullet$  مشخص شده است، به صورت جبری بنویسید.

