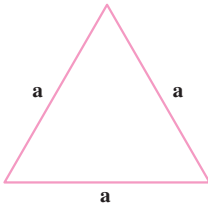


## مفهوم معادله



- ۱- محیط مثلث متساوی الاضلاع را با P نشان دهید و یک تساوی جبری بنویسید.
- ۲- اگر محیط مثلث ۱۲ سانتی متر باشد، اندازه‌ی ضلع آن را پیدا کنید.

در فعالیت بالا، شما برای پیدا کردن اندازه‌ی ضلع مثلث متساوی الاضلاع، معادله‌ی  $3a = 12$  را حل کردید. جواب معادله عددی است که تساوی جبری بالا را به یک تساوی درست تبدیل می‌کند.

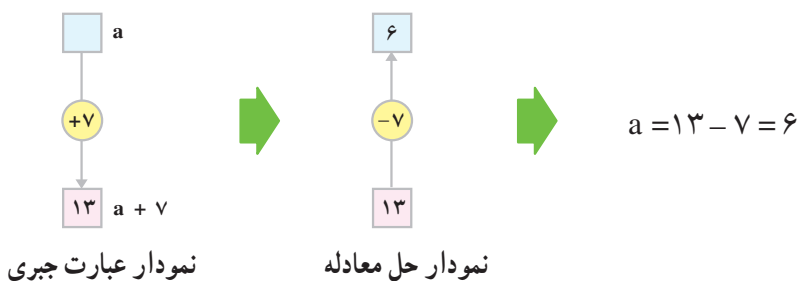


- الف) ۱- جواب معادله‌ی مقابل را حدس بزنید.  $3x - 7 = 1$   
 هر عددی را که به جای x حدس زده‌اید، در تساوی قرار دهید و مقدار آن را پیدا کنید. آیا تساوی برقرار می‌شود؟  
 ۲- آیا  $x = 3$  جواب معادله‌ی بالاست؟ چرا؟
- ب) ۱- جواب معادله‌ی مقابل را حدس بزنید.  $7x - 3 = 13$   
 ۲- آیا پاسخ را به راحتی توانستید حدس بزنید؟  
 ۳- آیا حدس زدن راه حل مناسبی برای پیدا کردن جواب هر معادله (حل معادله) است؟ چرا؟ در این باره در کلاس گفت‌وگو کنید.

همان طور که در فعالیت صفحه‌ی قبل دیدید، برای حل معادله یا پیدا کردن جواب آن باید به دنبال یک روش یا یک راه حل باشیم.

## روش حل معادله

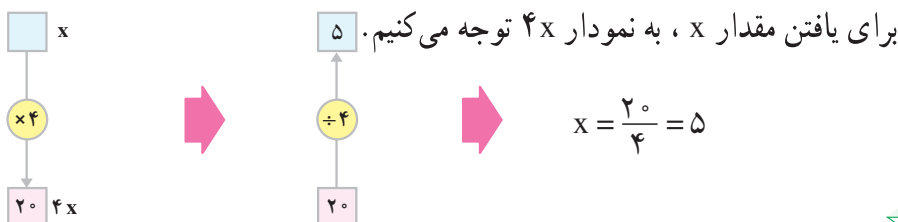
عبارت جبری  $a + 7$  را در نظر بگیرید. به ازای چه مقدار  $a$ ، مقدار عددی  $a + 7$  مساوی ۱۳ می‌شود؟ یعنی،  $a$  چه عددی باشد تا تساوی  $a + 7 = 13$  درست باشد؟ با توجه به نمودار  $a + 7$ ، ملاحظه می‌کنیم که  $a = 13 - 7 = 6$



با مقایسه‌ی معادله‌ی  $a + 7 = 13$  و نحوه‌ی پیدا کردن جواب  $a = 13 - 7$  چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، معادله‌ی مقابل را حل کنید.  $x - 7 = 13$

به ازای چه مقدار  $x$ ، مقدار عددی  $4x$  مساوی ۲۰ می‌شود؟ یعنی  $x$  چه عددی باشد تا تساوی  $4x = 20$  برقرار بماند؟





با مقایسه‌ی معادله‌ی  $4x = 20$  و روش حل آن  $x = \frac{20}{4}$ ، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

با توجه به نتیجه‌ای که گرفته‌اید، معادله‌ی مقابل را حل کنید.  $-2x = 10$

هر تساوی به صورت  $a + 7 = 13$  یا  $4x = 20$  یک معادله است. منظور از حل یک معادله، یافتن مقداری برابر  $a$  یا  $x$  یا هر مجهول دیگری است که به ازای آن، تساوی می‌تواند برقرار باشد.

## کار در کلاس

۱- در هر قسمت، ابتدا نمودارها را کامل کنید و سپس عملیات حل معادله را

بنویسید.

$$\begin{array}{c}
 \boxed{a} \\
 \downarrow \\
 \textcircled{+3} \\
 \downarrow \\
 \boxed{7}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{4} \\
 \uparrow \\
 \textcircled{-3} \\
 \uparrow \\
 \boxed{7}
 \end{array}$$

$$a + 3 = 7$$

$$a = 7 - 3$$

$$= 4$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{\phantom{a}} \\
 \downarrow \\
 \textcircled{\times 3} \\
 \downarrow \\
 \boxed{21}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{\phantom{a}} \\
 \uparrow \\
 \textcircled{\phantom{+}} \\
 \uparrow \\
 \boxed{\phantom{7}}
 \end{array}$$

$$3a = 21$$

$$\phantom{a} = \phantom{7}$$

$$\phantom{a} = \phantom{7}$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{x} \\
 \downarrow \\
 \textcircled{-4} \\
 \downarrow \\
 \boxed{6}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{\phantom{x}} \\
 \uparrow \\
 \textcircled{\phantom{+}} \\
 \uparrow \\
 \boxed{\phantom{7}}
 \end{array}$$

$$x - 4 = 6$$

$$\phantom{x} = \phantom{7}$$

$$\phantom{x} = \phantom{7}$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{\phantom{x}} \\
 \downarrow \\
 \textcircled{\times (-7)} \\
 \downarrow \\
 \boxed{28}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \boxed{\phantom{x}} \\
 \uparrow \\
 \textcircled{\phantom{+}} \\
 \uparrow \\
 \boxed{\phantom{7}}
 \end{array}$$

$$-7x = 28$$

$$\phantom{x} = \phantom{7}$$

$$\phantom{x} = \phantom{7}$$

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$3x = 15 \quad x = \frac{15}{3} = 5$$

$$x + 5 = 2$$

$$x - 3 = 4$$

$$2x = 2$$

$$3x = 12$$

$$x + 4 = \frac{2}{3}$$

$$4x = 16$$

$$6x = 8$$

$$6x = 9$$

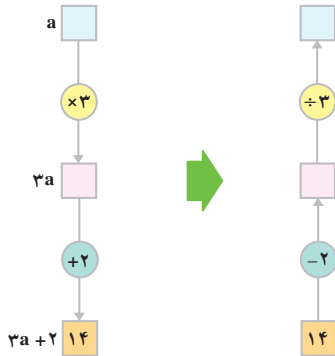
$$x - \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$$

فعالیت



معادله‌ی  $3a + 2 = 14$  را در نظر بگیرید. می‌خواهیم این معادله را حل کنیم؛

یعنی، بینیم به ازای چه مقدار  $a$ ، مقدار عددی  $3a + 2$  مساوی ۱۴ می‌شود. با استفاده از نمودار  $3a + 2$ ، معادله را حل کنید.

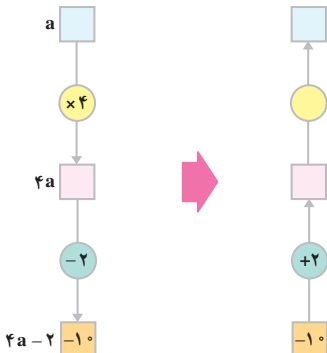


$$3a + 2 = 14$$

$$3a = 14 - 2 =$$

$$a = \frac{12}{3} =$$

به عنوان مثالی دیگر، به حل معادله‌ی  $4a - 2 = 10$  بپردازید.



$$4a - 2 = 10$$

$$4a =$$

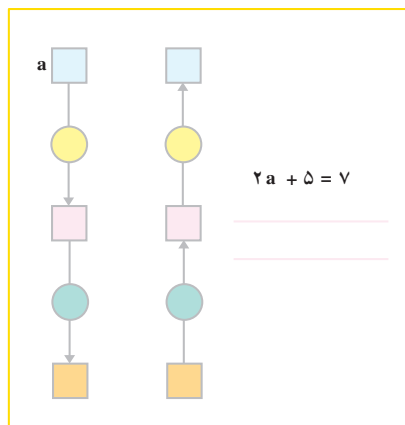
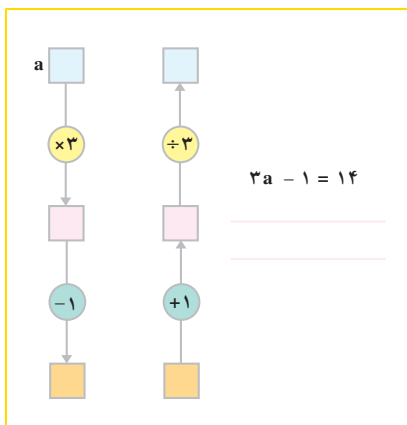
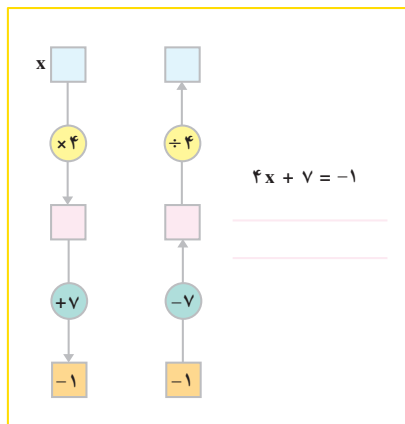
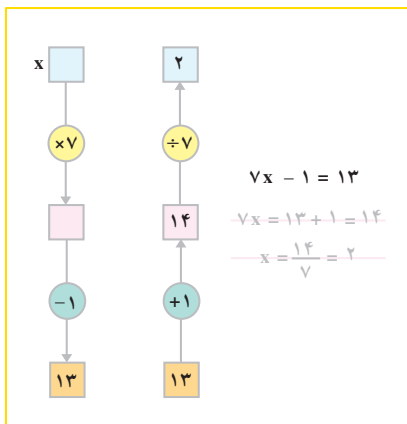
$$a =$$

با توجه به دو مثال صفحه‌ی قبل، روش حل معادله‌هایی مانند معادله‌های بالا را توضیح دهید. با استفاده از این روش، معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$-3x + 4 = 2$$

کاردکلاس

۱- در هر قسمت، ابتدا نمودارها را کامل کنید و سپس عملیات حل معادله را بنویسید.



۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$4x - 6 = 6$$

$$7b + 3 = 18$$

$$3a + \frac{2}{5} = 1$$

$$4x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$


$$\underline{\hspace{2cm}}$$


۳- آیا ۲- جواب معادله‌ی  $3x - 7 = 4x - 5$  است؟ چرا؟




تبدیل کردن یک مسئله به عبارت جبری یا معادله، از جمله راهبردهایی است که در حل مسئله‌ها کاربرد زیادی دارد. یکی از راه‌های مدل‌سازی پدیده‌ها و مسائل، استفاده از عبارت‌های جبری و معادله‌هاست.

۱- احمد ۳۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چه قدر بوده است؟

 **فهمیدن مسئله:** - اطلاعاتی که مسئله به شما داده است، کدام‌اند؟  
- خواسته‌ی مسئله (مجهول) چیست؟

 **انتخاب راهبرد:** اگر بتوانیم جمله‌های مسئله را به یک معادله‌ی جبری تبدیل کنیم، با حل معادله و پیدا کردن مجهول، مسئله حل می‌شود.

 **حل مسئله:** ابتدا مجهول موردنظر را با حرف  $x$  (یا هر حرف دیگری) مشخص می‌کنیم.  
قیمت هر دفتر :  $x$

سپس، جمله‌های مسئله را به عبارت‌های جبری تبدیل می‌کنیم :

$$4 \times x : \text{احمد } 4 \text{ دفتر خرید}$$

$$4x + 200 : 200 \text{ تومان برایش باقی ماند}$$

$$4x + 200 = 3000 : \text{احمد } 3000 \text{ تومان پول داشت}$$

معادله را حل کنید تا مجهول مسئله ( $x$ ) یا قیمت هر دفتر پیدا شود.

 **بازگشت به عقب:** - آیا معادله را درست حل کرده‌اید؟

- با توجه به جوابی که به دست آورده‌اید، مسئله را بررسی کنید.

- آیا قیمت ۴ دفتر و باقی‌مانده‌ی پول برابر پول احمد است؟



## تشکیل معادله



۲- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آن‌ها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟

**فهمیدن مسئله:** جمله‌هایی را که اطلاعات در آن‌ها آمده است، مشخص کنید.

– جمله‌هایی را که خواسته‌ی مسئله در آن‌ها آمده است، مشخص کنید.

**انتخاب راهبرد:** اگر برای مسئله یک معادله تشکیل دهیم، می‌توانیم مجهول مسئله را پیدا کنیم.

**حل مسئله:** ابتدا باید مجهول مسئله را مشخص و تعریف کنیم.

تعداد کتاب‌هایی که بهمن صحافی کرده است:  $x$

مجهول دوم – یعنی تعداد کتاب‌های احمد – را براساس مجهول اول تعیین می‌کنیم.

تعداد کتاب‌هایی که احمد صحافی کرده است:

$$x + 6 \Rightarrow \text{احمد } 6 \text{ جلد کتاب بیش‌تر از بهمن صحافی کرده است.}$$

جمله‌های مسئله را به معادله تبدیل می‌کنیم:

$$x + (x + 6) = 36 : \text{احمد و بهمن } 36 \text{ جلد کتاب را صحافی کرده‌اند.}$$

اکنون معادله را حل کنید. بعد از پیدا کردن  $x$ ، پاسخ مسئله – یعنی تعداد کتاب‌هایی را که هر کدام صحافی کرده‌اند – پیدا کنید.

**بازگشت به عقب:** – بهمن چند کتاب را صحافی کرده است؟ بر این اساس، احمد چند

کتاب را صحافی کرده است؟

– آیا مجموع این دو عدد ۳۶ می‌شود؟

بعد از حل معادله (حل ریاضی معادله)، باید پاسخ را در محدوده‌ی واقعی مسئله تفسیر کنید.

آیا پاسخی که از حل ریاضی یک معادله به‌دست آورده‌اید، برای مسئله‌ی اصلی و واقعی

جواب منطقی و مناسبی است؟



۱- هریک از معادله‌های زیر را با رسم نمودار حل کنید.

$$9a - 8 = 26$$

$$3b + 10 = 2$$

۲- هریک از معادله‌های زیر را حل کنید.

$$5x = 10$$

$$3x - 7 = 13$$

$$\frac{1}{2}x = 4$$

$$15x - 10 = 20$$

$$4x + 5 = 11$$

$$x + 2 = 1$$

$$x + 4 = 5$$

$$3x = 8$$

$$x + \frac{1}{2} = 4$$

$$7x - 2 = 19$$

$$6x + 6 = 12$$

۳- آیا  $x = 2$  جواب معادله‌ی  $\frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6}$  است؟ چرا؟

- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



۱- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۲- محسن برای خرید ۸ مداد، ۴۰۰ تومان به فروشنده داد و ۸۰ تومان پس گرفت. قیمت هر مداد چند تومان بوده است؟



۳- از یک توپ پارچه‌ی ۳۰ متری، ۱۲ دست کت و شلوار پسرانه دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

۴- مریم ۱۰۰ عدد نهال بنفشه خرید. آن‌ها را در باغچه کاشت و ۴ عدد اضافه آمد. اگر مساحت باغچه ۶ متر مربع باشد، مریم به طور متوسط در هر متر مربع چند نهال کاشته است؟

## سرگرمی و ریاضی



### خوارزمی



ابوعبدالله محمد بن موسی خوارزمی در حدود سال ۱۳۵ هجری قمری در شهر خوارزم (که امروز خیوه نامیده می‌شود) متولد شد. وی یکی از مفاخر علمی ایران و جهان و از بزرگ‌ترین دانشمندان مسلمان در قرن‌های گذشته است. یکی از آثار خوارزمی کتاب جبر و مقابله است. این

کتاب نخستین کتابی است که نام جبر را بر خود دارد و نام جبر به عنوان بخشی از ریاضی، از نام این کتاب گرفته شده است. از این نظر، خوارزمی را می‌توان یکی از بنیان‌گذاران علم جبر دانست. امروز جبر به شاخه‌ای مهم از ریاضی گفته می‌شود. کتاب حساب خوارزمی در قرن دوازدهم هجری به زبان‌های اروپایی ترجمه شد و به «الخوریسمی» یا «الگوریسمی» که از نام «الخوارزمی» گرفته شده بود، شهرت یافت. بعدها الگوریسم یا الگوریتم (Algorithm) به معنای



فن محاسبه (یعنی حساب) به کار رفت. امروزه الگوریتم به روشی از محاسبه گفته می‌شود که در آن محاسبه مرحله به مرحله انجام می‌گیرد و محاسبه‌ی هر مرحله به مراحل قبلی بستگی دارد.

در کتاب‌های ریاضی راهنمایی نمونه‌هایی از محاسبه به روش الگوریتم را مشاهده می‌کنید؛ محاسبه‌ی به دست آوردن بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه دو عدد به روش نردبانی نمونه‌ای از روش الگوریتمی است.

خوارزمی در کتاب جبر و مقابله‌ی خود برای اعداد علامت‌دار اصطلاحاتی به کار برده مثلاً  $-۵$  را «پنج ناقص» و  $+۵$  را «پنج زاید» خوانده است. با این که در زمان خوارزمی کاربرد حروف متداول نبوده ولی او در حل معادله‌های جبری مجهول را «شیء» و مجذور مجهول را «مال» نامیده است.

به بخشی از کتاب جبر و مقابله اثر خوارزمی توجه کنید.  
 «اگر بگویند ده منهای شیء ضرب در ده به اضافه‌ی شیء پاسخ آن چنین است :  
 ده ضرب در ده می‌شود صد، منهای شیء ضرب در ده می‌شود ده شیء ناقص و شیء ضرب در ده می‌شود ده شیء زاید و منهای شیء ضرب در شیء می‌شود مال ناقص. پس حاصل ضرب می‌شود صد درهم منهای مال».

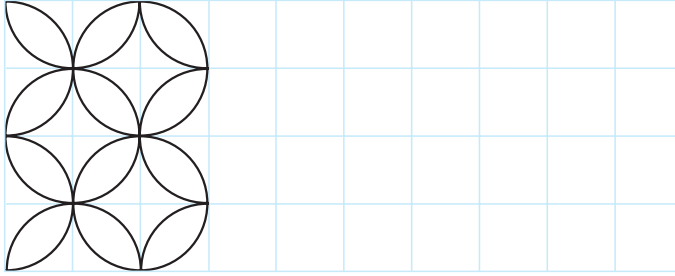
در این جا آن‌چه را خوارزمی به صورت بالا بیان کرده است، به زبان و شیوه‌ی خط امروز بیان می‌کنیم : اگر مجهول را  $x$  بگیریم (با قرارداد خوارزمی شیء  $= x$  و مال  $= x^2$ )، برای محاسبه‌ی حاصل  $(10 + x)(10 - x)$  می‌نویسیم :

$$(10 - x)(10 + x) = 100 - 10x + 10x - x^2 = 100 - x^2$$

## سرگرمی و ریاضی

رضا: بهزاد، چند تومان پول داری؟  
 بهزاد: اگر ۶ تومان از خواهرم بگیرم، پول من با پول خواهرم مساوی می‌شود.  
 رضا: خوب، خواهرت چند تومان پول دارد؟  
 بهزاد: اگر ۶ تومان به او بدهم، پولش دو برابر پول من می‌شود.  
 رضا کمی فکر کرد و گفت : فهمیدم ۳۰ تومان پول داری.  
 اکنون شما بگویید رضا چگونه فهمید که بهزاد چند تومان پول دارد.

**الف -** بقیه‌ی رسم را مانند نمونه‌ی انجام شده بکشید. مرکز و شعاع دایره‌ها را پیدا کنید.



**ب -**

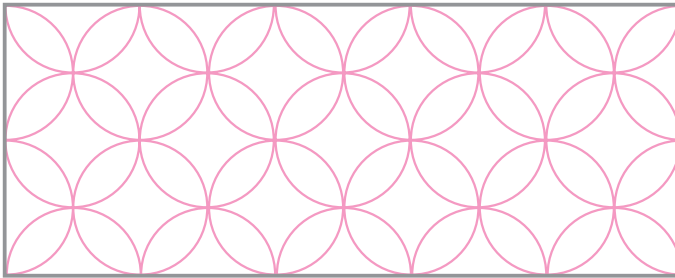
۱- کادر مستطیلی به ابعاد  $8 \times 20$  سانتی متر را در وسط کاغذ سفید رسم کنید.

۲- مستطیل را با مربع‌های  $2 \times 2$  سانتی متری شطرنجی کنید.

۳- با توجه به قسمت الف، رسم را بکشید.

۴- خطوط اضافی را پاک کنید تا شکل زیر به دست آید.

**پ -** شکل نهایی



**ت -** در این رسم، دقت در کشیدن دایره‌ها و نیم دایره‌ها، به طوری که دقیقاً در یک نقطه به هم

مماس شوند، رسم را بسیار زیبا می‌کند.

برای این که ضخامت همه‌ی دایره‌ها یکسان باشد، چه فکری کرده‌اید؟