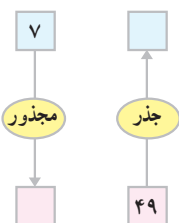


جذر

مفهوم جذر



یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌ی 25×50 سانتی‌متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ مترمربع سنگ به شرکت ساختمانی فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که با این سنگ‌ها می‌توان ساخت، چند متر است؟



می‌دانیم $3^2 = 9$ است. عدد ۹ را مجذور ۳ می‌نامیم. مجذور هر عدد، توان دوم آن عدد است؛ مثلاً مجذور ۴، 4^2 یعنی ۱۶ است.

مجدور ۵ چیست؟

مجدور ۲ چیست؟

$$49 = 7^2$$

عدد ۴۹ مجذور عدد ۷ است. عدد ۷ جذر ۴۹ است. جذر ۴ عدد ۲ است. جذر ۲۵

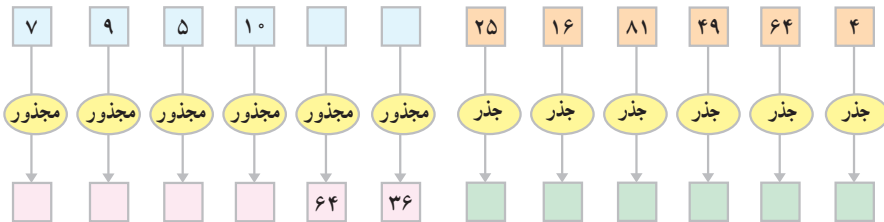
عدد ۵ است. جذر ۴۹ را به صورت $\sqrt{49}$ هم نمایش می‌دهیم و آن را می‌خوانیم رادیکال

$$\sqrt{49} = 7$$

۴۹. پس



۱- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{9} = \underline{\quad} \quad \sqrt{16} = \underline{\quad} \quad \sqrt{81} = \underline{\quad} \quad \sqrt{36} = \underline{\quad}$$

۳- مساحت مربعی ۳۶ سانتی متر مربع است. طول یک ضلع این مربع چند سانتی متر است؟

جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم



حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱ $\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = \underline{\quad}$
 $\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

۲ $\sqrt{36 \times 9} = \sqrt{\quad} = \underline{\quad}$
 $\sqrt{36} \times \sqrt{9} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

۳ $\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{\quad} = \underline{\quad}$
 $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

۴ $\sqrt{25 \times 36} = \sqrt{\quad} = \underline{\quad}$
 $\sqrt{25} \times \sqrt{36} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$

از مقایسه‌ی تساوی‌های بالا چه نتیجه می‌گیرید؟

نتیجه‌ی خود را به صورت کلی نشان دهید.

$$\sqrt{a \times b} = \underline{\quad}$$

برای یافتن جذر حاصل ضرب دو عدد، می‌توانید از جذر آن دو عدد استفاده کنید.

به حاصل ضرب 4×9 توجه کنید. می‌دانیم که:

$$4 \times 9 = (2 \times 3)^2$$

پس، می‌توانیم بنویسیم:

$$\sqrt{4 \times 9} = 2 \times 3$$

چون ۲ جذر ۴ است و ۳ جذر ۹، بنابراین

$$\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{4} \times \sqrt{9}$$

به همین ترتیب، برای یافتن جذر 25×36 می‌توانید به صورت زیر عمل

کنید.

$$\sqrt{25 \times 36} = \sqrt{25} \times \sqrt{36} = 5 \times 6 = 30$$



آیا نتیجه‌ای را که در جذر حاصل ضرب به دست آمد، برای حاصل تقسیم نیز می‌توان به کار برد؟ چرا؟ در این مورد در کلاس گفت‌وگو کنید.

کار در کلاس

۱- جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{4 \times 36} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{9 \times 81} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{49 \times 4} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{100 \times 16} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\frac{25}{64}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{\frac{121 \times 9}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(0/1)^2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{0/01} = \underline{\hspace{2cm}}$$

۳- با توجه به تساوی $0/01 \times 16 = 0/16$ ، جذر $0/16$ را حساب کنید.

$$\sqrt{0/16} = \sqrt{0/01 \times 16} = \sqrt{0/01} \times \sqrt{16} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} =$$

۴- جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{\circ/25} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{\circ/49} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\circ/64} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{\circ/36} = \underline{\hspace{2cm}}$$

عددهای منفی جذر ندارند.

×	+	-	با توجه به جدول ضرب علامت‌ها، ملاحظه می‌کنیم که مجذور هر
+	+	-	عدد مثبت، عددی مثبت و مجذور هر عدد منفی هم عددی مثبت است؛
-	-	+	مثلاً

$$5^2 = 25$$

$$(-5)^2 = 25$$

عدد ۲۵ دو جذر دارد، یکی ۵ و دیگری -۵.

دیدیم که مجذور هر عدد مثبت یا منفی، عددی مثبت است. پس، عددی که مجذور

آن منفی باشد وجود ندارد؛ یعنی، **اعداد منفی جذر ندارند.**

محاسبه‌ی جذر تقریبی



می‌خواهیم جذر تقریبی ۳۱ را به‌دست آوریم.

می‌توانیم فرض کنیم ۳۱ مساحت یک مربع است و طول ضلع این مربع را

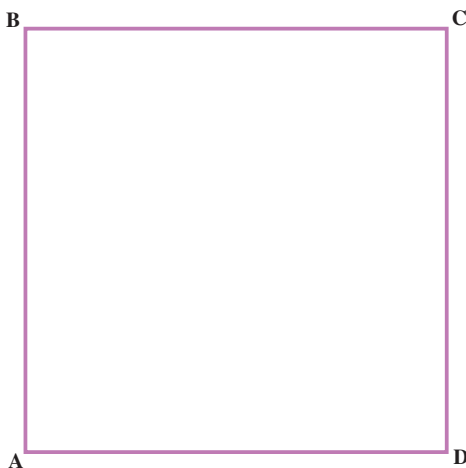
به دست آوریم. اگر طول یک ضلع این مربع را a سانتی متر بنامیم، داریم:

$$a^2 = 31 \qquad a = \sqrt{31}$$

$\sqrt{31}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

حاصل $\sqrt{31}$ به صورت تقریبی چه عددی است؟

فرض می کنیم شکل ۱ مربعی به ضلع a سانتی متر باشد. با توجه به این که $25 = 5^2$ ، $36 = 6^2$ و ۳۱ بین دو مجذور کامل ۲۵ و ۳۶ است، پس a بین ۵ و ۶ قرار دارد؛ یعنی، $a = 5/\dots$ است.



مساحت مربع مقابل ۳۱ سانتی متر مربع است. از طرف A روی ضلع های AB و AD به اندازه ۵ سانتی متر جدا کنید و خط هایی موازی با ضلع های BC و CD بکشید. مربع به چند قسمت تقسیم می شود؟

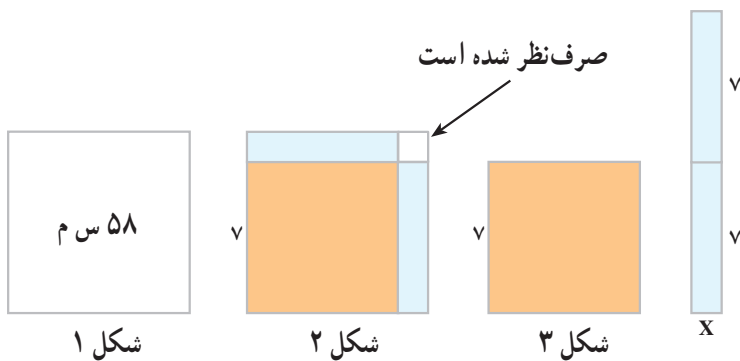
اندازه ی ضلع مربع که پاسخ جذر ۳۱ است، از ۵ سانتی متر کمی بیش تر است. آن مقدار را x بنامید.

در این جا در واقع، باید مقدار x را پیدا کنیم.

با نوشتن رابطه ی بین مساحت ۴ قسمت ایجاد شده روی مربع و مساحت مربع اصلی، مقدار x را پیدا کنید. از مربع به ضلع x به علت کوچک بودن صرف نظر کنید. چرا پاسخ جذر ۳۱ به این روش تقریبی است؟

اکنون $\sqrt{58}$ را حساب می کنیم؛ چون $49 = 7^2$ و $64 = 8^2$ ، پس ۵۸ بین ۴۹ و ۶۴

است. شکل های زیر چگونگی محاسبه ی مقدار تقریبی جذر ۵۸ را نشان می دهد. از مساحت مربع کوچک صرف نظر شده است.



$$58 = 49 + 14 \times x$$

بنابراین، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\sqrt{58} \approx 7/6$$

$$\begin{array}{r} -49 \\ 9/0 \overline{) 14} \\ 8/4 \\ \hline 0/6 \end{array}$$

پس، $\sqrt{58} \approx 7/6$ است.

کاردرکلاس

مقدار تقریبی هر یک از جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{78} \approx 8/7$$

$$\begin{array}{r} -64 \\ 14/0 \overline{) 16} \\ 0/18 \end{array}$$

$$\sqrt{45/2} \approx 6/7$$

$$\begin{array}{r} -36 \\ 9/2 \overline{) 12} \\ 0/76 \end{array}$$

$$\sqrt{23} \approx \quad -$$

$$\sqrt{69/7} \approx \quad -$$

$$\sqrt{1/8} \approx \quad \text{ث -}$$

$$\sqrt{1/6} \approx 1/ \quad \text{ج -}$$

$$\begin{array}{r} -1 \\ \hline 0/6 \overline{) 2} \\ \underline{0/6} \\ 0/3 \end{array}$$

$$\sqrt{1/25} \approx \quad \text{ج -}$$

$$\sqrt{1/28} \approx \quad \text{ح -}$$



مقدار تقریبی جذر $0/31$ را پیدا کنید. روش کار خود را توضیح دهید.

برای محاسبه‌ی مقدار تقریبی $\sqrt{0/39}$ ، با توجه به این که $0/01 \times 39 = 0/39$ است، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\sqrt{0/39} = 0/1 \times \sqrt{39} \approx 0/1 \times 6/2 \approx 0/62$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{39} \approx 6/2 \\ \begin{array}{r} -36 \\ \hline 30 \overline{) 12} \\ \underline{0/2} \end{array} \end{array}$$

کار در کلاس

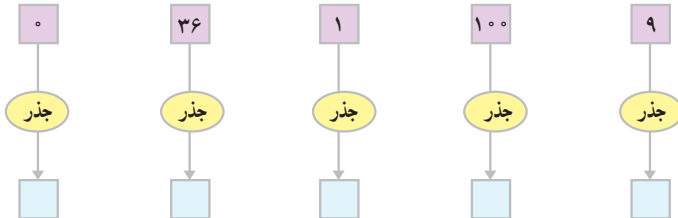
جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{0/31}$$

$$\sqrt{0/52}$$



۱- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۲- مقدار دقیق جذرهای زیر را حساب کنید.

$\sqrt{\frac{۸۱}{۴۹}}$	$\sqrt{۳۶ \times ۴}$	$\sqrt{۸۱ \times ۹}$	$\sqrt{۰/۲۵}$
$\sqrt{۰/۰۴}$	$\sqrt{۰/۸۱}$	$\sqrt{۰/۴۹}$	$\sqrt{\frac{۶۴}{۱۰۰}}$

۳- مقدار تقریبی جذرهای زیر را به دست آورید.

$\sqrt{۵۷}$	$\sqrt{۳۴}$	$\sqrt{۱۲/۵}$
$\sqrt{۱/۳۲}$	$\sqrt{۱/۱۳}$	$\sqrt{۶۹/۸}$
$\sqrt{۰/۲۷}$	$\sqrt{۰/۹۰}$	$\sqrt{۰/۷}$



جذر تقریبی عددهای ۴۸ و ۳۵ را پیدا کنید. آیا از پاسخ خود اطمینان دارید؟
در این روش، چه عاملی مانع آن می شود که جذرهای ۴۸ و ۳۵ را عدد درست به دست آوریم؟

اگر عددی یک واحد از یک مجذور کامل کوچک تر باشد، جذر آن را به صورت زیر حساب می کنیم.

جواب جذر به عدد ۷ خیلی نزدیک تر است؛ پس، مقدار محاسبه شده را از آن کم

$$\sqrt{48} \approx 7 - 0.07 = 6.93 \quad \text{می کنیم.}$$

$$48 = 49 - 1 \quad 1/00 \left| \begin{array}{r} 14 \\ 007 \end{array} \right.$$

آیا می توانید با استفاده از مربع و رسم شکل، درستی روش بالا را توضیح دهید؟

کار در کلاس

مقدار تقریبی هر یک از جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{15}$$

$$\sqrt{24}$$

$$\sqrt{8}$$

$$\sqrt{35}$$

تمرین

۱- مقدار تقریبی هر یک از جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{85}$$

$$\sqrt{1/22}$$

$$\sqrt{1/4}$$

$$\sqrt{0/43}$$

$$\sqrt{0/2}$$

$$\sqrt{0/35}$$

$$\sqrt{0/68}$$

$$\sqrt{42}$$

۲- از عددی دو بار جذر گرفته ایم و حاصل، عدد ۴ شده است. عدد مورد نظر را پیدا کنید.

۳- کدام عدد است که جذر آن با خود عدد برابر است؟



اگر بتوانیم برای پاسخ یک مسئله حالت‌های مختلف و زیادی را در نظر بگیریم، باید به کمک دلایل منطقی و اطلاعات دیگر مسئله، پاسخ‌های احتمالی را محدود کنیم تا به خواسته‌ی مسئله برسیم. پس، حذف حالت‌های نامطلوب ما را به خواسته‌ی مسئله (مطلوب) نزدیک می‌کند.

۱- دوست شما عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفته است و شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر او را پیدا کنید. او به سؤال‌ها فقط پاسخ بله یا خیر می‌گوید. چگونه می‌توانید عدد مورد نظر او را پیدا کنید؟

فهمیدن مسئله: — مسئله را با بیان خود توضیح دهید.
— این مسئله را در عمل با یکی از دوستانتان اجرا کنید.

انتخاب راهبرد: عددی که دوست شما انتخاب می‌کند، یکی از ۹۹ عدد بین ۰ تا ۱۰۰ است؛ یعنی، شما با سؤال‌هایی که مطرح می‌کنید، باید ۹۸ حالت را حذف کنید تا به جواب دست یابید.

حل مسئله: به نظر شما کدام یک از این سؤال‌ها ارزشمندتر است؟
ملاک ارزشمند بودن سؤال چیست؟
— آیا عدد مورد نظر شما از ۲۷ بزرگ‌تر است؟
— آیا عدد مورد نظر شما ۵۴ است؟
— آیا عدد مورد نظر شما فرد است؟
این بازی را با دوست خود انجام دهید. شما می‌توانید با طرح سؤال‌های مناسب بیش‌ترین حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

بازگشت به عقب: — آیا با طرح تعداد سؤال کم‌تر می‌توانستید عدد مورد نظر را پیدا کنید؟
— کدام سؤال شما مناسب نبود؟



حذف حالت‌های نامطلوب

۲- حاصل جذر عدد ۵۱ را تا یک رقم اعشار به دست آورید (در محاسبه‌ی توان دوم عددها از ماشین حساب استفاده کنید).

فهمیدن مسئله: این مسئله در واقع ارائه‌ی یک راه‌حل برای پیدا کردن جواب جذر است. از روش تقریبی که در کلاس دوم راهنمایی یاد گرفته‌اید، استفاده نکنید.

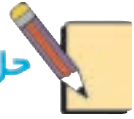
انتخاب راهبرد: وقتی عدد 40 بین 36 و 49 قرار دارد، جذر آن بین دو عدد 6 و 7 است. جواب جذر 40 یا بین $6/5$ و 6 است یا بین 7 و $6/5$. به این ترتیب، می‌توانیم با حذف کردن یکی از این دو گزینه به جواب جذر نزدیک شویم. پس، راهبرد مناسب می‌تواند حذف حالت‌های نامطلوب باشد.

حل مسئله: برای مشخص کردن جواب مسئله از یک جدول استفاده می‌کنیم. جذر عدد ۵۱ بزرگ‌تر از ۷ است؛ چون $7^2 = 49$ است. جذر عدد ۵۱ کوچک‌تر از ۸ است؛ چون $8^2 = 64$ است. از حدس سوم متوجه می‌شویم که جواب جذر بین 7 و $7/5$ است. حالا باید فاصله‌ی $7/5$ و 7 را نصف کنیم. عدد $7/2$ را در نظر می‌گیریم و به همین ترتیب، کار را ادامه می‌دهیم تا جواب جذر به دست آید.

عدد	توان دوم	بررسی
۷	۴۹	بزرگ‌تر از ۷
۸	۶۴	کوچک‌تر از ۸
$7/5$	$56/25$	کوچک‌تر از $7/5$
$7/2$		

بازگشت به عقب: با استفاده از روشی که در کلاس دوم راهنمایی یاد گرفته‌اید یا به کمک ماشین حساب درستی جواب به دست آمده را بررسی کنید.

برای حذف حالت‌های نامطلوب باید دلایل منطقی داشته باشیم. دلایل و روند تفکر خود را برای حذف جواب‌های نادرست در مسئله‌ها مشخص کنید و توضیح دهید. این کار بخشی از راه‌حل مسئله است.



- رسم شکل
- جدول نظام‌دار
- الگویابی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش

۱- جذر تقریبی عدد ۳۰۰ را به دست آورید.

۲- علی دور تا دور یک مکعب را با کاغذ رنگی پوشاند. او برای این کار از ۶۸ سانتی متر مربع کاغذ رنگی استفاده کرد. اگر کاغذها روی هم نیامده باشند، ضلع مکعب را به طور تقریبی پیدا کنید.

۳- یک شکل هندسی از ۳ مربع مساوی تشکیل شده است. در این شکل، دو مربع پایین و یک مربع روی دو مربع دیگر است. اگر مساحت کل شکل ۷۵ سانتی متر مربع باشد، محیط شکل را پیدا کنید.

۴- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذریاشی کرده است.

گندم ۴۵٪ زمین

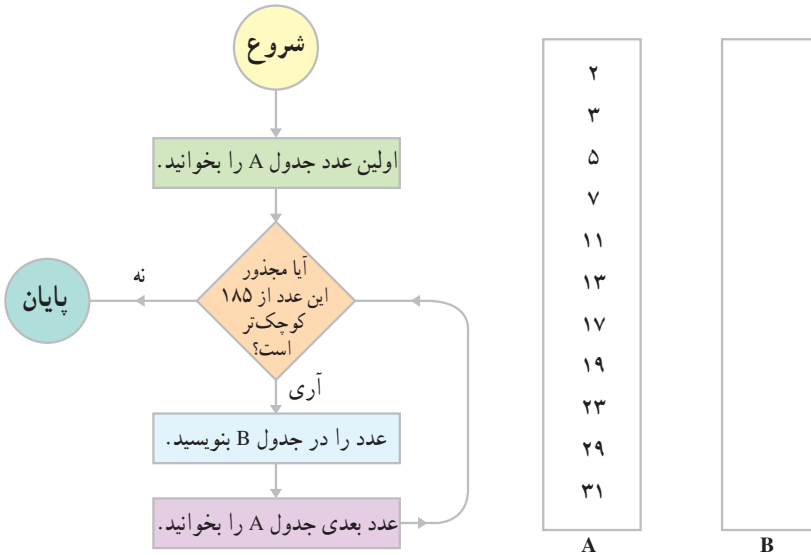
جو ۳۷/۵٪ زمین

ذرت ۱۷/۵٪ زمین

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب

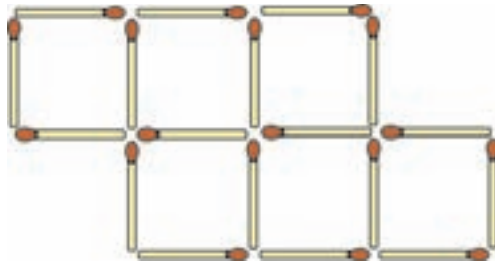
کنید.





بازی با چوب کبریت

در شکل زیر، ۶ مربع مساوی وجود دارد.



کدام دو چوب کبریت را برداریم تا فقط ۵ مربع مساوی باقی بماند؟
کدام دو چوب کبریت را برداریم تا ۴ مربع مساوی باقی بماند؟