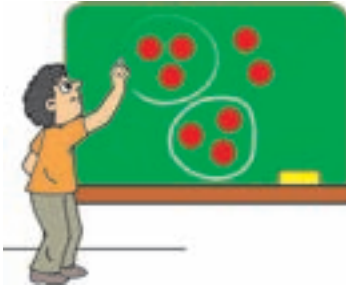


دستگاه‌های شمار



شمارش



اگر هر دست ما به جای ۵ انگشت ۴ انگشت داشت، (برای مثال، انگشت شست نبود) چه چیزهایی در زندگی روزمره مان تغییر می‌کرد؟ در کلاس با دوستان خود در این مورد گفت‌وگو کنید.

ما به‌طور معمول برای شمردن، دسته‌های ده‌تایی درست می‌کنیم. ابتدا با 10 تا یکی ۱ بسته‌ی ده‌تایی، با 10 بسته‌ی ده‌تایی یک بسته‌ی صدتایی و با 10 صدتایی یک بسته‌ی هزارتایی درست می‌کنیم و به همین ترتیب، دسته‌بندی ده‌تایی را ادامه می‌دهیم. نماد 215 نشان می‌دهد که 215 مداد را می‌توانیم در ۲ بسته‌ی صدتایی، ۱ بسته‌ی ده‌تایی و پنج یکی قرار دهیم.



صدتایی	ده‌تایی	یکی
۲	۱	۵

۲۱۵



تعداد ۳۰ عدد از هر چیز قابل شمردن (مثل نی، لوبیا، دگمه و ...) را بردارید. برای دسته‌بندی کردن آن‌ها قرارداد جدیدی را در نظر بگیرید. برای مثال، فقط دسته‌ی ۳ تایی یا ۴ تایی یا ۵ تایی درست کنید. آن‌گاه دسته‌هایی را که ساخته شده‌اند، مشخص کنید.

در فعالیت بالا برای دسته‌بندی ۷ تایی، ۴ دسته‌ی ۷ تایی و ۲ تا یکی خواهیم داشت.

یکی	۷ تایی
۲	۴

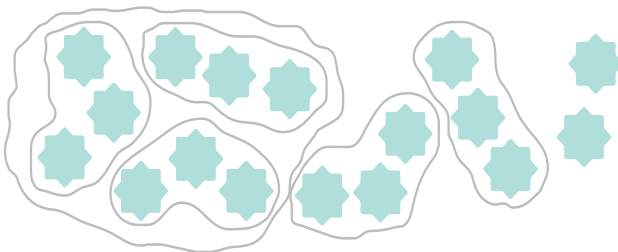
پس، می‌نویسیم:

به‌طور خلاصه می‌توانیم بنویسیم: $(۴۲)_۷$

و می‌خوانیم: چهار، دو در مبنای ۷ (یا پایه‌ی ۷).



۱- در هر قسمت، شکل‌ها را ابتدا به دسته‌های مورد نظر تقسیم کنید. سپس جدول را کامل کنید و عدد را در مبنای مورد نظر بنویسید.



۳

یکی	سه تایی	نه تایی



۴

یکی	چهار تایی	شانزده تایی

۵



یکی	پنج تایی	بیست و پنج تایی

۲



یکی	دو تایی	چهار تایی	هشت تایی

۱۰



--	--	--

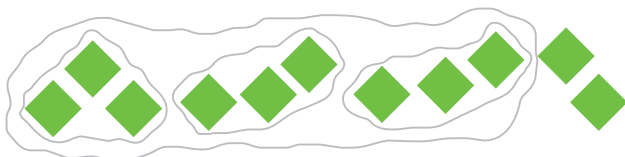
۲- با توجه به فعالیت بالا، عدد موردنظر را بنویسید.

یکی	شش تایی	سی و شش تایی
۱	۲	۴

۶ (—)

در هر ستون جدول بالا بزرگ‌ترین عددی که می‌توان نوشت چیست؟ چرا؟

تبدیل مبنایها



یکی	سه تایی	نه تایی
۲	۰	۱

حساب

۵۰

جدول صفحه‌ی قبل نشان می‌دهد که با دسته‌بندی سه‌تایی می‌توانیم ۱۱ مربع را به ۲ یکی، ۰ سه‌تایی و ۱ نه‌تایی دسته‌بندی کنیم. ۰، ۲ و ۱ را **ارقام عدد ۱۱ در مبنای ۳** می‌نامیم و این عدد را در مبنای ۳ به صورت $(۱۰۲)_۳$ نمایش می‌دهیم؛ بنابراین،
 $(۱۰۲)_۳ = ۱ \times ۹ + ۰ \times ۳ + ۲ \times ۱ = ۹ + ۰ + ۲ = ۱۱$

کار در کلاس

۱- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

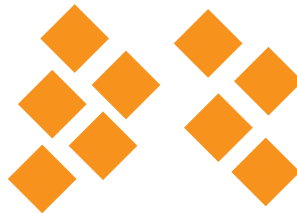
$$(۲۱۲)_۳ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۲۱)_۳ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۲۰۰)_۳ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۲۰۲)_۳ = \underline{\hspace{2cm}}$$

۲- با قرار دادن مربع‌ها در دسته‌های پنج‌تایی، جدول و تساوی زیر را کامل کنید.



پنج‌تایی	یکی
۱۹ = () _۵	

۳- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(۲۱)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۳۰)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۴۰)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۳۱۴)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۳۰۰)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۲)_۴ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۳۰)_۴ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۰)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۱)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۰۱)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۰۰)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۰۰۰)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۱۱۰۱)_۲ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۴۲)_۵ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(۲۶)_۷ = \underline{\hspace{2cm}}$$

۱- نمایش عدد ۲۳ را در مبنای ۴ به دست آورید.

$$۲۳ \overline{) ۴}$$

چرا باید ۲۳ را بر ۴ تقسیم کنیم؟

در این تقسیم، خارج قسمت چه معنایی دارد؟

باقی مانده چه معنایی دارد؟

تقسیم بعدی را بنویسید.

در این تقسیم، خارج قسمت چه معنایی دارد؟

باقی مانده چه معنایی دارد؟

$$۲۳ = (\quad)_۴$$

تساوی را کامل کنید.

۲- در شکل زیر، ۲۳ دایره را مشاهده می کنید. با دسته بندی چهارتایی، عدد

در مبنای ۴ آن را به دست آورید و با جواب بالا مقایسه کنید.



مراحل دسته بندی را با تقسیم هایی که در بالا انجام داده اید، مقایسه کنید.

می خواهیم نمایش ۱۷ را در مبنای ۳ به دست آوریم. ابتدا باید ببینیم در ۱۷ تا چند

دسته ی ۳ تایی و چند یکی هست.

$$\begin{array}{r} ۱۷ \overline{) ۳} \\ -۱۵ \\ \hline ۲ \end{array}$$

سه تایی ۵
یکی ۲



حالا باید ببینیم در ۵ دسته ی ۳ تایی چند دسته ی ۹ تایی وجود دارد.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 2 \end{array}$$

سه تایی ۵
نه تایی ۱
سه تایی ۲



بنابراین، نمایش ۱۷ در مبنای ۳ به صورت $(۱۲۲)_۳$ است.

کار در کلاس



۱- با توجه به تقسیم‌های زیر، نمایش هر عدد را در مبنای خواسته شده - مانند نمونه - بنویسید و کامل کنید.

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 3} \\ \underline{-21} \\ 2 \end{array}$$

یکی ۲

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ \underline{-6} \\ 1 \end{array}$$

سه تایی ۱
نه تایی ۱

الف - نمایش ۲۳ در مبنای ۳

$$23 = (212)_3$$

$$\begin{array}{r} 69 \overline{) 5} \\ \underline{-5} \\ 19 \\ \underline{-15} \\ 4 \end{array}$$

یکی ۴

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 5} \\ \underline{-10} \\ 3 \end{array}$$

ب - نمایش ۶۹ در مبنای ۵

پ - نمایش ۵۹ در مبنای ۳

$$\begin{array}{r} 59 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 29 \\ \underline{-27} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 3} \\ \underline{-18} \\ 1 \end{array}$$


$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 3} \\ \underline{-6} \\ 0 \end{array}$$

۲- نمایش هریک از اعداد ۳۸، ۲۵، ۸، ۵ در مبنای ۵ به دست آورید.


حالا نمایش هریک از عددهای بالا را در مبنای ۲ به دست آورید.

راهبرد الگویی برای مسئله‌هایی که در آن‌ها بین داده‌های مسئله رابطه‌ای وجود دارد، مناسب است. از طرف دیگر، این راهبرد به تعمیم مسئله‌های ساده به مسئله‌های پیچیده‌تر کمک می‌کند. در مسئله‌ی زیر، به جای بررسی مسئله در حالت n عضوی از مسئله‌های ساده‌تر شروع می‌کنیم.


۱- اگر یک مجموعه n عضو داشته باشد، چند زیرمجموعه دارد؟

 **فهمیدن مسئله:** - اطلاعات داده شده در این مسئله چیست؟

- همه‌ی زیرمجموعه‌های یک مجموعه یعنی چه؟

 **انتخاب راهبرد:** ابتدا مسئله را ساده می‌کنیم (استفاده از این راهبرد را در مسئله‌های

بعد خواهید دید)؛ یعنی با مجموعه‌های بدون عضو، یک عضوی، دو عضوی، سه عضوی و ... شروع می‌کنیم و سپس، بین تعداد اعضا و تعداد زیرمجموعه‌ها الگویی پیدا می‌کنیم.

 **حل مسئله:** در راهبرد جدول نظام‌دار، نحوه‌ی نوشتن همه‌ی زیرمجموعه‌ها را یاد گرفته‌اید.

تعداد اعضا	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد زیرمجموعه‌ها	۱	۲	۴		

جدول را کامل کنید.

بین تعداد اعضا و تعداد زیرمجموعه‌ها چه رابطه‌ای دیده می‌شود؟

اگر مجموعه‌ای n عضو داشته باشد، چند زیرمجموعه خواهد داشت؟

 **بازگشت به عقب:** با یک مجموعه‌ی ۵ عضوی و نوشتن همه‌ی زیرمجموعه‌های آن،

درستی رابطه‌ای را که به دست آورده‌اید، بررسی کنید.



الگویابی

۲- اگر دنباله‌ی عددی ...، ۱۶، ۸، ۴، ۲ را در مبنای ۲ بنویسیم، چه الگویی خواهد داشت؟
به کمک این الگو دنباله‌ی ...، ۱۲۵، ۲۵، ۵ را در مبنای ۵ بنویسید.

فهمیدن مسئله: - خواسته‌های مسئله از شما چیست؟

- آیا روش تبدیل مبنای ۲ را به سایر مبناهای می‌دانید؟

انتخاب راهبرد: همان‌طور که از صورت مسئله پیداست، باید الگویی کشف کنید. پس، راهبرد حل این مسئله، الگویابی است.

حل مسئله: ابتدا در دنباله‌ی اول، عددها را در مبنای ۲ تبدیل می‌کنیم.

دنباله در مبنای ۲	دنباله با الگوی توانی	دنباله‌ی عددی
$(1)_2$	2^0	۱
$(10)_2$	2^1	۲
$(100)_2$	2^2	۴
$(1000)_2$	2^3	۸
$(10000)_2$	2^4	۱۶
\vdots	\vdots	\vdots

در جدول بالا، عددهای دنباله را به دو صورت توانی و در مبنای ۲ می‌بینید.

عددها را با جدول ارزش مکانی در مبنای ۲ مقایسه کنید.

یکی	دو تایی	چهار تایی	هشت تایی	شانزده تایی

الگوهای را که مشاهده می‌کنید، توضیح دهید و بنویسید.

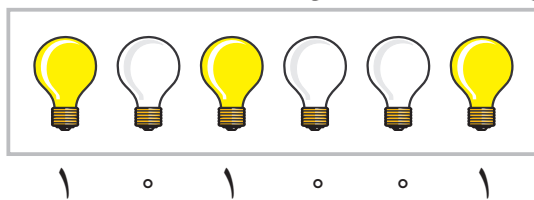
با توجه به الگویی که به دست آورده‌اید، دنباله‌ی ...، ۱۲۵، ۲۵، ۵ را در مبنای ۵ بنویسید.

بازگشت به عقب: درستی الگوی خود را با دنباله‌های دیگر در مبنای ۳ بررسی کنید.

پیدا کردن الگو به تفکر و خلاقیت نیاز دارد. وقتی الگویی را حدس می‌زنید، باید بررسی کنید که الگوی مورد نظر شما در همه‌ی داده‌ها وجود داشته باشد؛ بنابراین حدس‌های مختلف خود را آزمون کنید. پس از کشف الگو باید توانایی بیان الگوی مورد نظر خود را داشته باشید.

کاربرد مبنای ۲

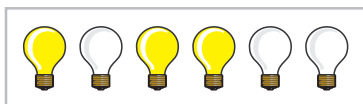
می‌دانید که در نمایش یک عدد در مبنای ۲، ارقام یا ۰ هستند یا ۱. اگر در دستگاه زیر، هر چراغ خاموش را معرف ۰ و هر چراغ روشن را معرف ۱ بگیریم، این دستگاه عدد $41 = (101001)_2$ را نشان می‌دهد. از همین موضوع ساده برای ساختن اولین ماشین‌های حساب و سپس رایانه‌ها استفاده شد.



در گذشته‌های دور عددهای نجومی در مبنای ۶۰ نوشته می‌شد. آثار و کاربرد این مبنای ۶۰ هنوز هم می‌توان دید؛ برای مثال، هر ۶۰ ثانیه (یک دسته ۶۰ تایی) یک دقیقه نام دارد و هر ۶۰ دقیقه (یک دسته ۶۰ تایی) یک ساعت نامیده می‌شود. آیا کاربرد دیگری از مبنای ۶۰ را می‌شناسید؟

کار در کلاس

عددی را که هریک از دستگاه‌های زیر نشان می‌دهد، بنویسید.



$$(101101)_2 = 45$$





۱- نمایش هریک از عددهای ۱۶، ۲۵، ۱۳ را با رسم شکل در مبنای ۴ به دست آورید.

۲- نمایش معمولی هریک از عددهای زیر را به دست آورید.

$(۱۰۰۱۱)_۴$ $(۲۰۳)_۴$ $(۱۰۰۱)_۴$ $(۳۱۳)_۴$ $(۴۳)_۵$

۳- هریک از عددهای زیر را ابتدا در مبنای ۲ بنویسید و سپس آن را با دستگاهی مانند آن چه

در کار در کلاس صفحات قبل دیدید، نمایش دهید.

۲۶ ۶۳ ۶۴ ۱۰۵ ۷۵

۴- عددهایی را که در مبنای خود درست نوشته نشده‌اند، به شکل درست تبدیل کنید.

$(۶۷۶)_۷$ ، $(۱۰۳)_۳$ ، $(۲۳۱)_۵$ ، $(۲۵۱)_۴$

● رسم شکل
● جدول نظام‌دار
● الگویابی
● حذف حالت‌های نامطلوب
● زیر مسئله
● حل مسئله‌ی ساده‌تر
● تشکیل معادله
● حدس و آزمایش



۱- در یک مدرسه‌ی راهنمایی ۴۰٪ دانش‌آموزان در کلاس اول، ۳۲٪ در

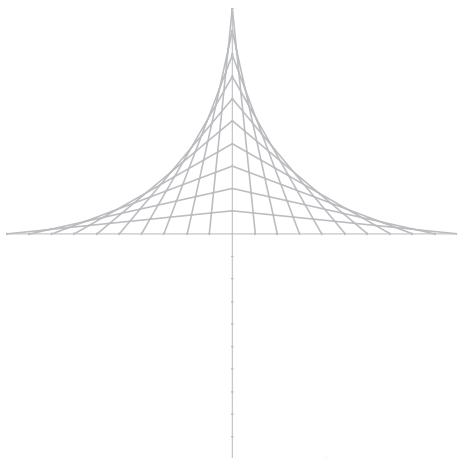
کلاس دوم و بقیه در کلاس سوم درس می‌خوانند. چند درصد در کلاس سوم درس می‌خوانند؟ اگر تعداد دانش‌آموزان کلاس دوم ۸۰ نفر باشند، تعداد کل دانش‌آموزان چند نفر است؟ تعداد دانش‌آموزان کلاس اول چند نفر است؟

۲- به رابطه‌ی بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. کدام یک از شکل‌های a،

b، c و d همین رابطه را با شکل o دارد؟

					<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a									
b									
c									
d									
					<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a									
b									
c									
d									
					<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a									
b									
c									
d									
					<table border="1"> <tr><td>a</td></tr> <tr><td>b</td></tr> <tr><td>c</td></tr> <tr><td>d</td></tr> </table>	a	b	c	d
a									
b									
c									
d									

الف - قسمت پایین شکل را مانند قسمت بالای آن کامل کنید.



ب -

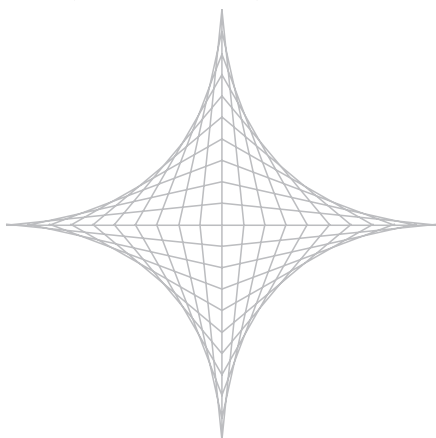
۱- وسط کاغذ سفید خود را پیدا کنید.

۲- دو پاره خط عمود برهم رسم کنید؛ طوری که محل برخورد آن‌ها مرکز کاغذ و شکل، متقارن باشد. اندازه‌ی پاره خط‌ها 10° سانتی متر است.

۳- هر پاره خط را به 20° قسمت مساوی (به اندازه‌ی نیم سانتی متر) تقسیم کنید.

۴- نقاط تقسیم را مانند قسمت الف به هم وصل کنید تا رسم کامل شود.

پ - شکل نهایی



ت - هنگام تقسیم کردن پاره خط باید دقیق عمل کنید تا شکل زیباتر شود. وقتی پاره خط را به

قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنید، نقطه‌ها را کم رنگ بگذارید؛ به طوری که پس از وصل کردن آن‌ها

به هم، از بین بروند و مشخص نباشند.