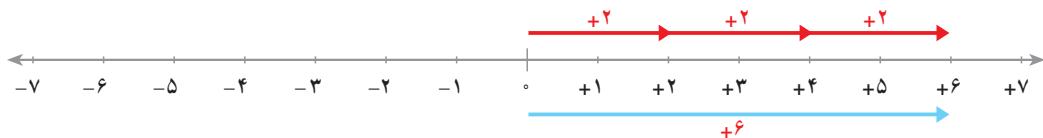


## ضرب عددهای صحیح



در ضرب دو عدد صحیح چند حالت اتفاق می‌افتد؟ آن‌ها را بنویسید.



شکل بالا ۳ بردار  $+2$  را نشان می‌دهد. مجموع سه بردار با بردار  $+6$  برابر است؛

یعنی،

$$(+2) + (+2) + (+2) \neq 6$$

$$3 \times (+2) \neq 6$$

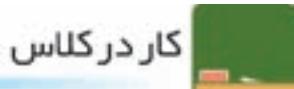
شکل زیر نشان می‌دهد که حاصل جمع ۳ بردار  $-2$  با بردار  $-6$  برابر است.



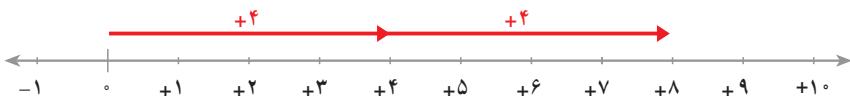
$$3 \times (-2) = 6$$

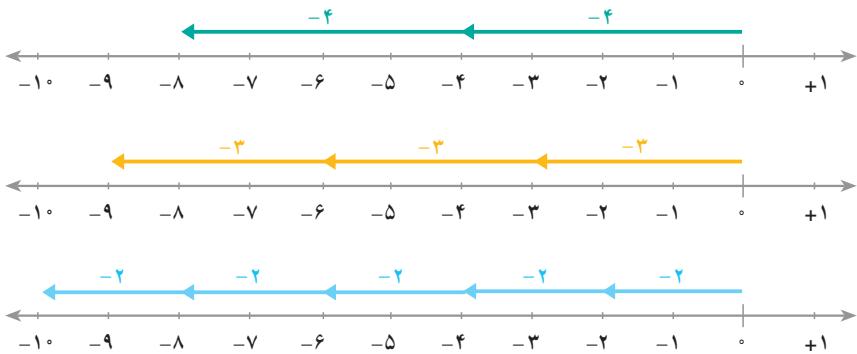
این مطلب را به صورت مقابل می‌نویسیم.

مدل بالا، چند حالت از حالت‌های ضرب دو عدد صحیح را توجیه می‌کند؟



۱- ضرب متناظر با هر یک از محورهای زیر را بنویسید.





۲- حاصل هریک از ضرب‌های زیر را به دست آورید.

$$3 \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7 \times (+8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

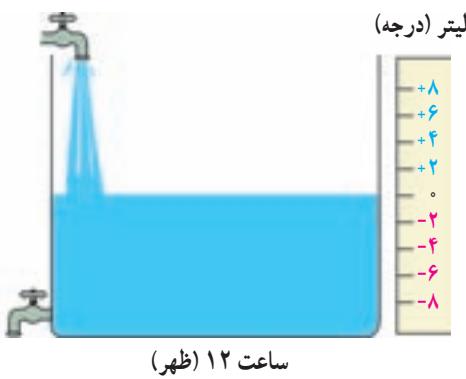
$$2 \times (-15) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \times (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$25 \times (-25) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$23 \times (-26) = \underline{\hspace{2cm}}$$

شکل زیر یک مخزن آب را نشان می‌دهد. از شیر بالای آن در هر دقیقه ۲ لیتر آب وارد مخزن می‌شود.



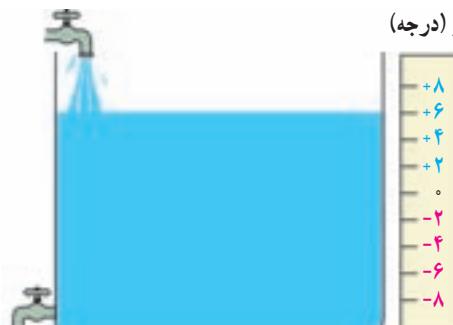
ساعت ۱۲ (ظهر)

ساعت ۱۲ ظهر را مبدأ زمان می‌گیریم. زمان‌های بعد از ظهر را با اعداد مثبت و زمان‌های قبل از ظهر را با اعداد منفی نشان می‌دهیم.

با توجه به این که در هر دقیقه ۲ لیتر (درجه) آب به موجودی مخزن **اضافه** می‌شود، تغییر آب در هر دقیقه **+۲** لیتر (درجه) است. در ساعت ۱۲ ظهر سطح آب درجه‌ی **۰** را نشان می‌دهد.



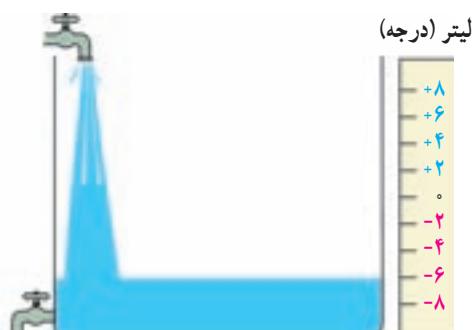
## فعالیت



۳ دقیقه بعد از ظهر

با توجه به قراردادهای صفحه‌ی  
قبل و شکل‌های مقابل، مشخص کنید  
که:

الف – ۳ دقیقه بعد از ظهر درجه‌ی  
مخزن چه عددی را نشان می‌دهد؟



۳ دقیقه قبل از ظهر

ب – ۳ دقیقه قبل از ظهر درجه‌ی  
مخزن چه عددی بوده است؟  
برای هر کدام یک ضرب بنویسید.

از این فعالیت کدام حالت ضرب  
دو عدد صحیح را نتیجه می‌گیرید؟

## کار در کلاس

۱ – در جدول زیر، ابتدا هر یک از زمان‌های داده شده را با یک عدد صحیح  
نمایش دهید. سپس، جدول را کامل کنید.

زمان	دقیقه	درجه‌ی آب
۱ دقیقه بعد از ظهر	+۱	+۲
۲ دقیقه بعد از ظهر	—	—
۵ دقیقه بعد از ظهر	—	—
۱ دقیقه قبل از ظهر	—	—
۲ دقیقه قبل از ظهر	—	—
۵ دقیقه قبل از ظهر	—	—

۲- با استفاده از جدول کامل شده، حاصل ضرب های زیر را به دست آورید و تساوی ها را کامل کنید.

$$(+1) \times (+2) =$$

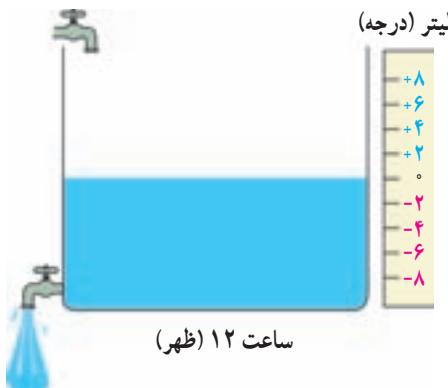
$$(-1) \times (+2) =$$

$$(+2) \times (+2) =$$

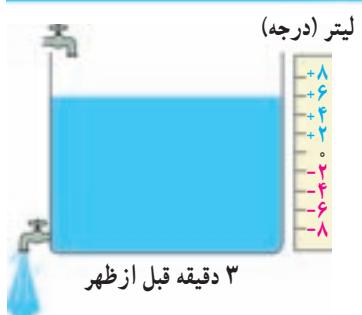
$$(-2) \times (+2) =$$

$$(+5) \times (+2) =$$

$$(-5) \times (+2) =$$

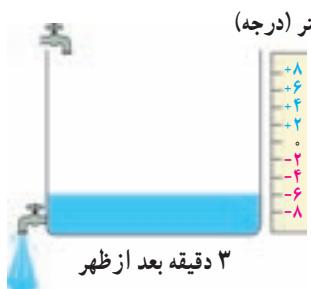


حال مخزن دیگری را در نظر بگیرید که شیر بالای آن بسته است و از شیر پایین آن در هر دقیقه ۲ لیتر آب خارج می شود. با توجه به این که در هر دقیقه ۲ لیتر (درجه) آب از موجودی مخزن کم می شود، تغییر آب در هر دقیقه ۲ لیتر (درجه) است. در ساعت ۱۲ ظهر (مبدأ زمان) سطح آب درجه ۰ را نشان می دهد.



با توجه به قراردادهای بالا و شکل های مقابل مشخص کنید که:  
الف- ۳ دقیقه قبل از ظهر درجه مخزن چه عددی

مخزن چه عددی را نشان می دهد؟



ب- ۳ دقیقه بعد از ظهر درجه مخزن چه عددی را نشان می دهد؟

برای هر کدام یک ضرب بنویسید.

از این فعالیت، کدام حالت ضرب دو عدد صحیح

را نتیجه می گیرید؟

**مجموعه‌ی عددهای صحیح**





۱- در جدول زیر، ابتدا هر یک از زمان‌های داده شده را با یک عدد صحیح نمایش دهید. سپس، جدول را کامل کنید.

درجهی آب	دقیقه	زمان
-۲	+۱	۱ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۲ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۴ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۵ دقیقه بعد از ظهر
—	—	۱ دقیقه قبل از ظهر
—	—	۲ دقیقه قبل از ظهر
—	—	۴ دقیقه قبل از ظهر
—	—	۵ دقیقه قبل از ظهر

۲- با استفاده از جدول کامل شده، حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید و تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(+1) \times (-2) =$$

$$(-1) \times (-2) =$$

$$(+2) \times (-2) =$$

$$(-2) \times (-2) =$$

$$(+4) \times (-2) =$$

$$(-4) \times (-2) =$$

۳- با توجه به نتایجی که از فعالیت‌های قبل گرفته‌اید، حاصل ضرب‌های زیر را بنویسید.

$$(+5) \times (-4) =$$

$$(-5) \times (+4) =$$

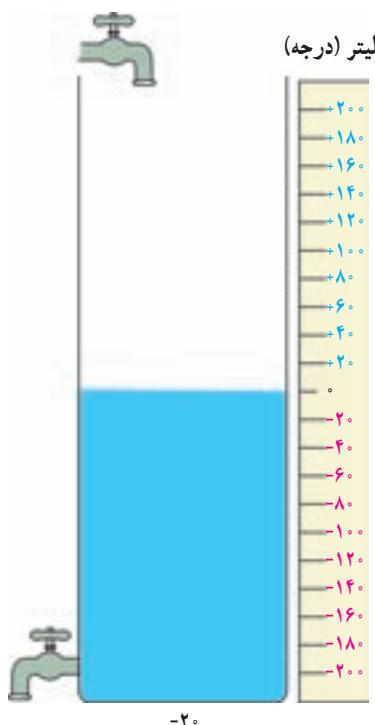
$$(-8) \times (+2) =$$

$$(+7) \times (+6) =$$

$$(-9) \times (-5) =$$

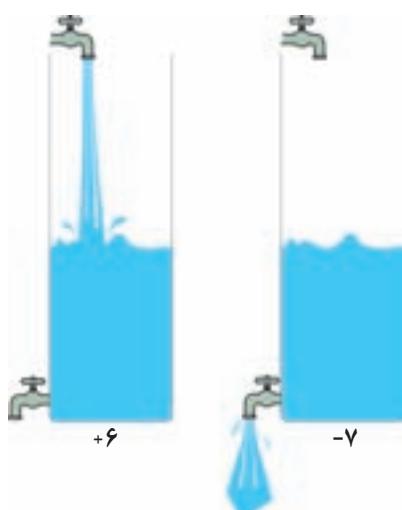
$$(+8) \times (-3) =$$

## تمرین



- ۱- از مخزنی شبیه مخزن صفحه‌ی ۳۲ در هر دقیقه ۲ لیتر (درجه) آب خارج می‌شود. ابتدا هریک از زمان‌ها را با یک عدد صحیح نمایش دهید. سپس، جدول را کامل کنید. یک ضرب متناظر با هریک از زمان‌ها را بنویسید.

زمان	دقیقه	درجه‌ی آب
۱ دقیقه بعد از ظهر		
۲ دقیقه بعد از ظهر		
۳ دقیقه بعد از ظهر		
۱ دقیقه قبل از ظهر		
۲ دقیقه قبل از ظهر		
۳ دقیقه قبل از ظهر		



- ۲- با توجه به تمرین ۱ برای هریک از مخزن‌های مقابل، جدولی مانند جدول تمرین ۱ تهیه و آن را کامل کنید. سپس، یک ضرب متناظر با هر زمان را بنویسید.

۳- حاصل ضرب‌های زیر را بنویسید.

$$(+6) \times (-9)$$

$$(-8) \times (-7)$$

$$(+7) \times (+12)$$

$$(-12) \times (+4)$$



## فعالیت

در فعالیت‌های گذشته نتیجه گرفتید که چگونه دو عدد صحیح در هم ضرب می‌شوند. حالا عبارت‌های زیر را به دقت کامل کنید.

حاصل ضرب عددی مثبت در عددی مثبت، یک عدد ..... می‌شود.

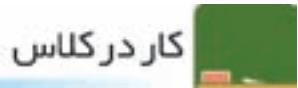
حاصل ضرب عددی منفی در عددی مثبت، یک عدد ..... می‌شود.

حاصل ضرب عددی مثبت در عددی منفی، یک عدد ..... می‌شود.

حاصل ضرب عددی منفی در عددی منفی، یک عدد ..... می‌شود.

این مطالب را به طور خلاصه در جدول ضرب زیر بیان کنید.

	×	+	-
+			
-			



۱- حاصل ضرب‌های زیر را حساب کنید.

$$(-12) \times (+8) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-15) \times (+5) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-17) \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-27) \times (-15) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (+25) \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (-18) \times (+29) = \underline{\hspace{2cm}}$$

۲- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$(-2) \times (+5) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\quad ) \times (+7) = -14$$

$$(\quad ) \times (-4) \neq 20 \quad (-8) \times (\quad ) = 32$$

$$(-6) \times (\quad ) = 24 \quad (+9) \times (\quad ) \neq 54$$

$$(+7) \times (\quad ) = 42 \quad (-1) \times (\quad ) \neq 1$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$((-2) + (+3)) \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}} \quad ((-5) + (-3)) \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$((+2) + (-7)) \times (-3) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (+2) \times ((-7) + (-3)) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-5 - 4) \times (-6) = \underline{\hspace{2cm}} \quad -5 \times (-4 - (-3)) = \underline{\hspace{2cm}}$$



نظام دار فکر کردن یعنی مرتب کردن اطلاعات یا راه حل مسئله براساس نظم و منطق؛ به طوری که رابطه‌ی بین داده‌ها و بخش‌های مختلف راه حل مشخص باشد. این نظم و ترتیب را می‌توان در یک جدول ارائه کرد.

۱- همه‌ی زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی  $\{a,b,c\}$  را بنویسید.

**فهمیدن مسئله:** – آیا مفهوم زیرمجموعه را می‌دانید؟  
– همه‌ی زیرمجموعه‌ها یعنی چه؟

**انتخاب راهبرد:** از آن‌جا که همه‌ی حالت‌های ممکن مورد نظر است، نباید جواب‌های پراکنده را حدس بزنیم و بیان کنیم بلکه باید به کمک یک جدول نظام دار، همه‌ی زیرمجموعه‌ها را به دست آوریم؛ به طوری که اگر تعداد اعضای مجموعه تغییر کند و بیشتر شود، همین نظم منطقی را بتوان دوباره به جدول برگرداند.

**حل مسئله:** در جدول، زیرمجموعه‌های بدون عضو (نهی)، یک عضوی، دو عضوی، سه عضوی و ... را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا به تعداد اعضای مجموعه برسیم. در مسئله‌ی بالا تا زیرمجموعه‌های سه عضوی باید پیش برویم.

تعداد عضوهای زیرمجموعه‌ها	۰	۱	۲	۳
زیرمجموعه‌ها	{}	{a}{b}{c}		

**بازگشت به عقب:** – هنگام نوشتن زیرمجموعه‌های دو عضوی، کدام نظم منطقی را رعایت می‌کنید؟

– چگونه مطمئن می‌شوید که تمام حالت‌های ممکن را در نظر گرفته‌اید؟



## جدول نظام دار

۲- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد.

**فهمیدن مسئله:** – جواب‌ها (دو عدد مورد نظر) از چه مجموعه‌ای انتخاب می‌شوند؟  
– شرط‌های دیگر مسئله را بیان کنید.

**انتخاب راهبرد:** برای پیدا کردن دو عدد مورد نظر، ابتدا باید همهی حالت‌های ممکن را برای دو عدد صحیح با حاصل ضرب ۲۴ پیدا کنیم؛ بنابراین، جدول نظام دار می‌تواند به ما کمک کند.

عدد اول	عدد دوم	جمع	حل مسئله:
۱	۲۴	۲۵	عدد اول از کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت شروع شده است.
۲	۱۲	۱۴	براساس حاصل ضرب ۲۴، عدد دوم پیدا می‌شود. بعد از به پایان رسیدن عددهای مثبت، باید همین کار را با عدد ۱ - دوباره انجام دهید. جدول را کامل کنید.
۳	۸		رسیدن عددهای مثبت، باید کدام حالت کمترین حاصل جمع را دارد؟ دور آن خط بکشید.
۴			
۶			

**بازگشت به عقب:** – نظم منطقی جدول و حاصل جمع‌ها را دوباره کنترل کنید.  
– آیا پاسخ به دست آمده، همهی شرط‌های مسئله را دارد؟

راهبرد جدول نظام دار در مسائلی که حالت‌های مختلف و متنوع احتمالی وجود دارد، مؤثر است و بسیار به کار می‌رود. رسم یک جدول نظام دار می‌تواند تمام حالت‌های ممکن را پیش‌بینی و مشخص کند.

## تقسیم عدد های صحیح

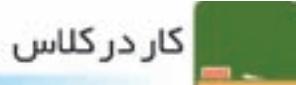
فعالیت



$$(+6) \times \boxed{\phantom{0}} = 18 \Leftrightarrow (-18) \div (+6) = \boxed{\phantom{0}}$$

تساوی های بالا رابطه‌ی بین ضرب و تقسیم را نشان می‌دهند. با توجه به آن‌ها حالت‌های مختلف تقسیم دو عدد صحیح را بررسی کنید. جدول تقسیم دو عدد صحیح را بنویسید.

در تقسیم عدد های صحیح، ماتنده ضرب، ابتدا علامت حاصل را تعیین می‌کنیم و سپس تقسیم را انجام می‌دهیم.



۱- ابتدا تساوی سمت چپ را کامل کنید و سپس، حاصل تقسیم سمت راست را بنویسید.

$$(-5) \times \boxed{\phantom{0}} = 20$$

$$(+20) \div (-5) = \boxed{\phantom{0}}$$

$$(+7) \times \boxed{\phantom{0}} = -56$$

$$(-56) \div (+7) = \boxed{\phantom{0}}$$

$$\boxed{\phantom{0}} \times (+8) = -40$$

$$(-40) \div (+8) = \boxed{\phantom{0}}$$

$$\boxed{\phantom{0}} \times (-5) = 35$$

$$(-35) \div (-5) = \boxed{\phantom{0}}$$

۲- حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

$$(-28) \div (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(+17) \div (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-17) \div (-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-65) \div (+13) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(+48) \div (-12) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-78) \div (+6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

۳- ابتدا علامت هر کسر را تعیین کنید. سپس، حاصل کسرها را به دست آورید.

$$\frac{(-24) \times (-35)}{(-21) \times (-20)}$$

$$\frac{(+49) \times (-65)}{(+13) \times (-35)}$$



## تمرین

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$7 + (-5)$$

$$256 + 127$$

$$135 - 295$$

$$7 \times (-5)$$

$$-372 + 72$$

$$-285 - 149$$

$$(-12) + 8$$

$$-138 + 282$$

$$(-12) \times 8$$

۲- حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

$$((-2) \times (+3)) \times (-4)$$

$$(-2) \times ((+3) \times (-4))$$

$$((-5) \times (-3)) \times (+2)$$

$$(-5) \times ((-3) \times (+2))$$

$$(-7) \times ((-1) \times (-3))$$

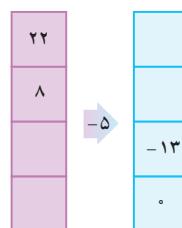
$$((-7) \times (-1)) \times (-3)$$

۳- نمودارهای زیر را کامل کنید.

		8
9		
	7	12



-20	-30	
	-22	-26
-28		



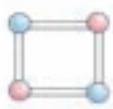
- رسم شکل
- جدول نظام دار
- آنالوگی
- حذف جملات های نامطلوب
- زیر مسئله
- حل مسئله های مساده تر
- تشکیل معادله
- حدس و آزمایش



۱- همه‌ی پاسخ‌های ممکن برای کامل کردن عبارت زیر را پیدا کنید. به شرط

این که به جای و فقط عدد صحیح قرار دهید.  $-12 =$

۲- حسین با میله‌های چوبی و گلوله‌هایی به رنگ‌های قرمز و آبی می‌خواهد تعدادی کاردستی مانند شکل مقابل بسازد. با توجه به رنگ گلوله‌ها، او چند نوع متفاوت از این کاردستی‌ها می‌تواند بسازد؟

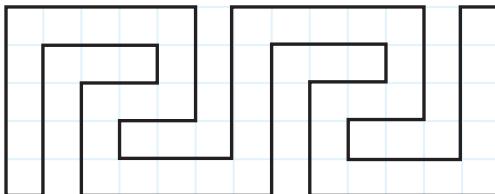


اگر گلوله‌ها سه رنگ باشند،  
چند نوع شکل متفاوت می‌تواند  
بسازد؟



## رسم

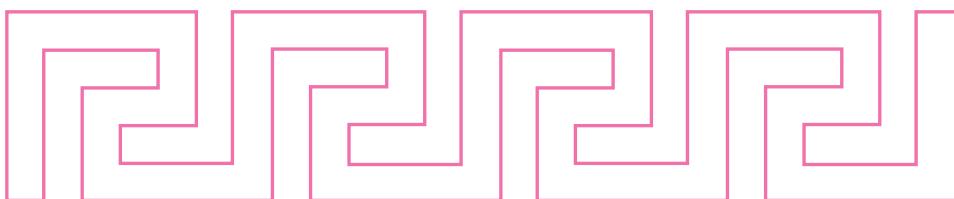
الف - با توجه به الگوی داده شده، رسم را کامل کنید.



ب -

- ۱ - یک مستطیل به اندازه‌ی  $25 \times 5$  سانتی‌متر در وسط یک کاغذ سفید رسم کنید.
- ۲ - مستطیل را به مربع‌های  $1 \times 1$  سانتی‌متری تقسیم کنید تا صفحه‌ی شطرنجی به دست آید.
- ۳ - با توجه به قسمت الف، خط‌های اصلی را پررنگ کنید.
- ۴ - بقیه‌ی خطوط را پاک کنید.

پ - شکل نهایی



ت - با توجه به این که اکثر خطوط شطرنجی پاک می‌شوند، از ابتدا آن‌ها را کم‌زنگ بکشید.

در این رسم، یک دست بودن خطوط و در امتداد هم بودن پاره‌خط‌ها اهمیت دارد.  
برای این که رسم شما به پاک کردن نیاز نداشته باشد و تمیز بماند، چه راه حلی پیشنهاد می‌کنید؟