

# مجموعه‌ی عده‌های صحیح



مجموعه

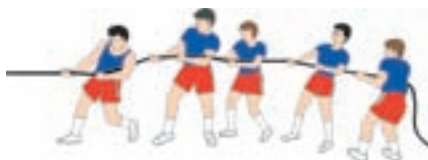
معرفی مجموعه



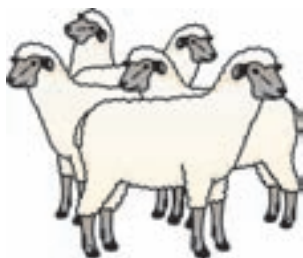
یک خانواده



یک دسته گل



یک گروه ورزشکار



یک گله گوسفند



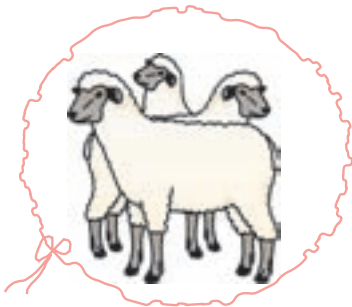
یک مجموعه تمبر



یک مجموعه کتاب



اغلب، در صحبت‌ها و نوشته‌هایمان کلمه‌هایی را به کار می‌بریم که دسته یا گروهی از چیزها را مشخص می‌کنند. در ریاضی، به جای این قبیل کلمه‌ها از واژه‌ی مجموعه استفاده می‌کنیم.



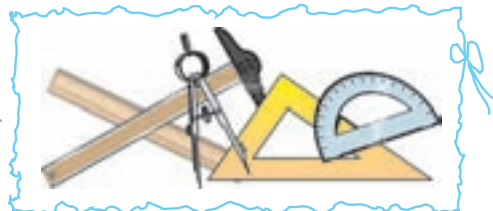
یک مجموعه از گوسفندان



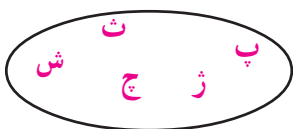
یک مجموعه از گل‌ها



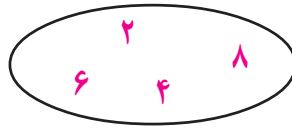
مجموعه‌ی کتاب‌های سال دوم راهنمایی



مجموعه‌ای از وسایل رسم



مجموعه‌ی حروف سه نقطه‌ی فارسی



مجموعه‌ی عددهای زوج بین ۱ و ۹

## قراردادها و نمادها

برای نام‌گذاری مجموعه، از حروف بزرگ الفبای لاتین استفاده می‌شود. مجموعه‌ها را به این صورت مشخص می‌کنیم.

$$A = \left\{ \text{flower 1}, \text{flower 2}, \text{flower 3}, \text{flower 4}, \text{flower 5} \right\} \quad B = \{ \text{چ}, \text{ز}, \text{ن}, \text{د} \}$$

$$C = \left\{ ۶, \frac{۲}{۵}, -۴, ۰ \right\}$$

D = مجموعه‌ی حروف الفبای فارسی

در مثال‌های بالا ۶، یک عضو مجموعه‌ی C است؛ که آن را به صورت  $۶ \in C$  می‌نویسیم و می‌خوانیم: «۶ عضو مجموعه‌ی C است.»

ت عضو مجموعه‌ی B نیست. این را به صورت  $t \notin B$  می‌نویسیم و می‌خوانیم: ت عضو مجموعه‌ی B نیست.

عضوهای یک مجموعه با علامتِ «،» از هم جدا می‌شوند.

## کار در کلاس

۱- درستی یا نادرستی هر رابطه را تعیین کنید.

$$\text{Sheep} \in \left\{ \text{Sheep}, \text{Goat}, \text{Lamb} \right\} \quad \text{Book} \notin \left\{ \text{Book}, \text{Pen}, \text{Paper} \right\}$$

$$\text{Goat} \in \left\{ \text{Sheep}, \text{Goat}, \text{Lamb} \right\} \quad \text{چ} \in \{ \text{د}, \text{ن}, \text{ز}, \text{ج} \}$$

۲- با توجه به مجموعه‌های بالا، درستی یا نادرستی هر رابطه را مشخص کنید.

$$\text{Rose} \in A \quad m \in B \quad n \notin B \quad d \in B$$

$$5 \in C \quad -4 \notin C \quad \frac{2}{5} \in C \quad d \in D$$

۳- عبارت‌های زیر را بخوانید.

$$a \in M \quad ۲ \in \mathbb{N} \quad -۳ \in \mathbb{Z} \quad -۳ \notin \mathbb{N} \quad \frac{۲}{۵} \notin \mathbb{Z}$$

با معلوم بودن تعدادی از اعضای یک مجموعه، می‌توانیم سایر اعضای آن را مشخص کنیم. علامت «...» نشان می‌دهد که عضوهای مجموعه با چه رابطه و الگویی ادامه می‌یابند.



به مجموعه‌های زیر توجه کنید.

$$A = \{ \text{آی, پی, بی, ا, ...} \}$$

$$B = \{ 1, 2, 3, \dots, 1 \}$$

$$C = \{ 1, -2, -3, \dots, -7 \}$$

۱۲ چه طور؟

آیا ۷ عضو مجموعه‌ی B است؟

آیا  $8 \in A$ ؟

چه طور؟

۱۲ عضو مجموعه‌ی C است. ۸۵- چه طور؟

مجموعه‌ی B چند عضو دارد؟

مجموعه‌ی A چند عضو دارد؟

مجموعه‌ی همه‌ی عددهای طبیعی را با  $\mathbb{N}$  و مجموعه‌ی عددهای حسابی را با  $\mathbb{I}$  نمایش می‌دهند. این دو مجموعه را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

کار در کلاس

۱- پنج عضو دیگر هر کدام از مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$$T = \{ 1, 2, 3, \dots, 7 \}$$

$$F = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$$

$$O = \{ 1, 3, 5, \dots \}$$

$$S = \{ 5, -1, -5, -9, \dots \}$$



۲- مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضای آن‌ها مشخص کنید.

$A = \{ \quad \quad \quad \}$  مجموعه‌ی عددهای طبیعی زوج کوچک‌تر از ۹۹

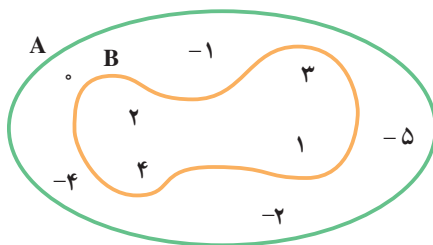
$B = \{ \quad \quad \quad \}$  مجموعه‌ی همه‌ی عددهای طبیعی زوج

۳- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

$$۸۲ \in \{1, 2, 3, \dots, ۷۵\} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{1}{8} \in \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right\} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$۴۵ \notin \{1, 2, 3, \dots, ۷۵\} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad ۲۸ \in \{4, 8, ۱۲, \dots\} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

## زیر مجموعه



به نمودار بالا توجه کنید. اعضای دو مجموعه‌ی A و B را نام ببرید.

بین اعضای مجموعه‌ی A و B چه رابطه‌ای وجود دارد؟ توضیح دهید.

می‌بینید که هر عضو مجموعه‌ی B عضو مجموعه‌ی A هم هست. مجموعه‌ی B بخشی

از مجموعه‌ی A است. می‌گوییم: مجموعه‌ی B یک زیرمجموعه‌ی A است و می‌نویسیم:

$$B \subset A$$



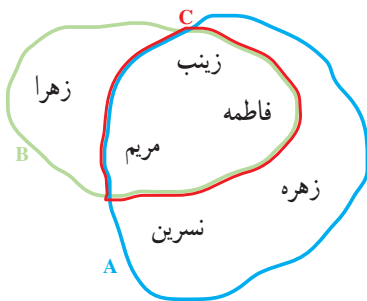


اگر به اطراف خود دقت کنید، مثال‌های زیادی از یک مجموعه و زیر مجموعه‌های آن را می‌توانید پیدا کنید. مجموعه‌ی دانش‌آموزان کلاس شما زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی همه‌ی دانش‌آموزان مدرسه‌ی شماست. مجموعه‌ی حروف بی‌نقطه‌ی الفبای فارسی، زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی همه‌ی حروف الفبای فارسی است. پنج مثال دیگر مانند مثال‌های بالا پیدا کنید. آن‌ها را در کلاس توضیح دهید و با مثال‌های دانش‌آموزان دیگر مقایسه کنید.

## کار در کلاس



الف - با توجه به نمودار زیر، تساوی‌های زیر را کامل کنید.



$$A = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$B = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$C = \{ \quad \quad \quad \}$$

ب - درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

$$B \subset A \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad C \subset A \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad C \subset B \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \subset B \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad B \subset C \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad A \subset A \quad \underline{\hspace{2cm}}$$





برای مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  زیر مجموعه‌ای بنویسید که :

$B =$  — همه‌ی عضوهای آن زوج باشند.

$C =$  — همه‌ی عضوهای آن مضرب ۶ باشند.

$D =$  — همه‌ی عضوهای آن از ۴ بزرگ‌تر باشند.

مجموعه‌ای را که عضو ندارد، مجموعه‌ی تهی می‌نامیم. کدام یک از مجموعه‌های بالا تهی است؟

مجموعه‌ی تهی، زیر مجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.

## کار در کلاس



۱- فرض کنیم

$$A = \{2, 6, 8, 9, 12, 18\}$$

هر یک از زیر مجموعه‌های  $A$  را که در زیر شرح داده شده است، با اعضایشان مشخص کنید.

$B = \{ \text{_____} \}$  : مجموعه‌ی اعدادی که بر ۲ بخش پذیرند.

\_\_\_\_\_ :  $C$  : مجموعه‌ی اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند.

\_\_\_\_\_ :  $D$  : مجموعه‌ی اعدادی که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیرند.

\_\_\_\_\_ :  $E$  : مجموعه‌ی اعدادی که بر ۶ بخش پذیرند.

اکنون درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$$A \subset B \text{ _____} \quad D \subset B \text{ _____} \quad B \subset C \text{ _____} \quad C \subset A \text{ _____}$$

$$E \subset D \text{ _____} \quad D \subset E \text{ _____} \quad E = D \text{ _____} \quad D \subset C \text{ _____}$$

۲- مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های عدد ۲۰ را بنویسید.

۳- مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بنویسید.





کشیدن شکل مناسب برای مسئله‌ها، طبیعی‌ترین راهبردی است که در حل مسئله به ذهن می‌آید. این کار به فهم بهتر مسئله و پیدا کردن راه حل آن کمک می‌کند. گاهی مسئله با کشیدن شکل به طور کامل حل می‌شود و به نوشتن عملیات ریاضی نیازی نیست.

۱- با توجه به شرایط زیر، مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  را مشخص کنید.

الف - عدد ۲ عضو هر سه مجموعه است.

ب - عدد ۳- عضو  $B$  و  $C$  است ولی در  $A$  نیست.

پ - عددهای ۱۰ و ۵- عضو مجموعه‌های  $A$  و  $B$  هستند و در  $C$  نیستند.

ت - حاصل جمع عضوهای مجموعه‌ی  $B$  صفر است و مجموعه‌ی  $B$ ، ۶ عضو دارد.

ث - ۵ فقط عضو  $A$  است و ۴- فقط عضو  $B$ .

ج - جمع اعضای مجموعه‌ی  $C$  نیز صفر می‌شود.  $C$  در مجموع، ۴ عضو دارد.

چ - جمع اعضای مجموعه‌ی  $A$  نیز صفر است و  $A$  پنج عضو دارد.

ح - مجموعه‌های  $A$  و  $C$ ، ۲ عضو مشترک دارند.

**فهمیدن مسئله:** هر کدام از شرط‌های مسئله چه اطلاعاتی به شما می‌دهد؟

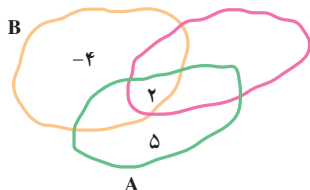
- مسئله از شما چه خواسته است؟

**انتخاب راهبرد:** به نظر شما نوشتن عضوهای مجموعه آسان‌تر است یا این که در یک

شکل (نمودار)، سه مجموعه را با هم تصور کنید؟ آیا می‌توانید شرایط

مسئله را در یک شکل پیاده کنید؟

**حل مسئله:** وضعیت سه مجموعه را از کدام شرط



مسئله متوجه می‌شوید؟ کدام مجموعه‌ها

با هم قسمت مشترکی دارند؟ آیا سه

مجموعه قسمت مشترکی دارند؟

با استفاده از شرط‌های الف و ث، بخشی از شکل کامل شده است بقیه‌ی

آن را کامل کنید.

**بازگشت به عقب:** چگونه مطمئن می‌شوید که همه‌ی شرط‌های مسئله را رعایت کرده‌اید؟







## رسم شکل

۲- تویی از ارتفاع ۲۷ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از به زمین خوردن،  $\frac{1}{3}$  ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ پس از ۳ بار به زمین خوردن، در مجموع چند متر حرکت کرده است؟

**فهمیدن مسئله:** - اطلاعات مهم مسئله کدام‌اند؟

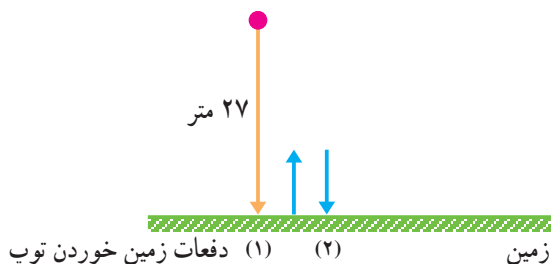
- خواسته‌ی مسئله دقیقاً چیست؟

**انتخاب راهبرد:** مسیر حرکت توپ را در ذهن خود مجسم کنید. آیا برای حل مسئله

بهتر نیست شکلی رسم کنید؟

**حل مسئله:** شکل زیر مسیر حرکت توپ را نشان می‌دهد. آن را کامل کنید. طول هر

قسمت را در کنار آن بنویسید و مجموع طول‌هایی را که توپ پیموده است، به دست آورید.



**بازگشت به عقب:** - عملیات مسئله را بررسی کنید. آیا آن‌ها را درست انجام داده‌اید؟

- آیا پاسخی که به دست آورده‌اید، همان خواسته‌ی مسئله است؟

ممکن است شما برای بعضی از مسئله‌ها شکلی نکشید اما شکل در ذهنتان نقش می‌بندد و شما به کمک این طرح ذهنی، مسئله را حل می‌کنید. در این باره کمی فکر کنید. آیا تاکنون هنگام حل یک مسئله طرح یا شکلی ذهنی را در نظر گرفته‌اید؟