آموزهٔ پنجم

هدف‌های رفتاری را روی تخته بنویسید.

هدف‌های رفتاری : با یادگیری این آموزه، هنرجو می‌تواند :

- مفهوم تولرانس در اندازهٔ قطعات را توضیح دهد.
- انواع انطباقات (لق، پرسی و جذب) را توضیح دهد.
- اندازهٔ اسمی قطعه، اندازهٔ حقیقی قطعه و تولرانس را توضیح دهد.
- یکای اندازه‌گیری جرم را توضیح دهد.
- جرم قطعات را اندازه بگیرد.
- جرم ورق‌ها را محاسبه کند.
- جرم قطعات را از روی جرم ویژه محاسبه کند.

۱ــ۵ــ انطباق (۱۰ــ۱ــ صفحهٔ ۲۰)

موضوع را به روش پرسش و پاسخ تدریس کنید :

پرسش : یک پیچ و مهره در چه شرایطی روی هم بسته می‌شوند و اگر هم اندازه نباشند چه اتفاقی روی می‌دهد؟

پاسخ : اندازهٔ پیچ و مهره سه حالت می‌تواند داشته باشد :

الف) هر دو هم اندازه باشند و قطر مهره کمی بزرگ‌تر از قطر پیچ ساخته شده باشد. در این صورت مهره روی پیچ پیچیده می‌شود.

ب) قطر سوراخ مهره بیش از اندازه بزرگ‌تر از قطر پیچ باشد. در این صورت، دندانه‌های رزوهٔ مهره با دندانه‌های رزوهٔ پیچ درگیر نمی‌شود یا اینکه مهرهٔ روی پیچ لق است.

ج) قطر سوراخ مهره کوچک‌تر از قطر پیچ باشد. در این صورت، مهره نمی‌تواند روی پیچ بسته شود.

بیان کنید که از سه حالت یاد شده فقط حالت اول پذیرفتنی است؛ یعنی پیچ و مهره هم اندازه هم باشند.

بگویید : هنگامی که از یک تراش‌کار، ساخت یک پیچ و مهره به اندازه کاملاً درست را بخواهید، خواهد گفت به علت عملیات زیادی که روی این دو قطعه انجام می‌شود ساخت پیچ و مهره‌ای، درست به اندازهٔ خواسته شده، امکان‌پذیر نیست. به زبان ساده‌تر، سازنده قطعات را کمی بزرگ‌تر از اندازه درخواستی یا کمی کوچک‌تر از آن می‌سازد.

بیان کنید : اندازهٔ دو قطعه مانند بوش و محور، که یکی در داخل دیگری جای می‌گیرد، در محل درگیری در دامنه‌ای که تغییر می‌کند اندازهٔ آن‌ها متناسب با شرایط کار، نوع و اندازهٔ قطعه برگزیده می‌شود. به تعیین این اندازه «انطباقات» می‌گویند.

توضیح دهید : در سیستم ISA سه حالت اصلی برای انطباق قطعاتی که در داخل هم جا می‌گیرند وجود دارد، که عبارت‌اند از :

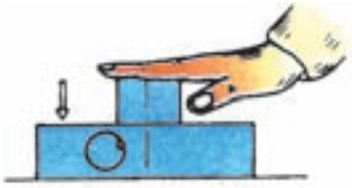
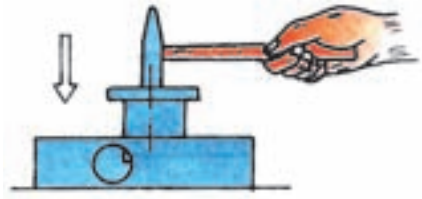
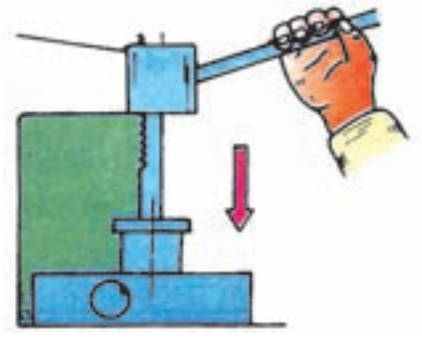
روی تخته بنویسید : انواع انطباقات : انطباق روان یا لق، انطباق پرسی، انطباق جذب

توضیح دهید :

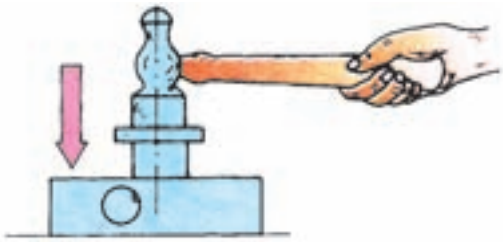
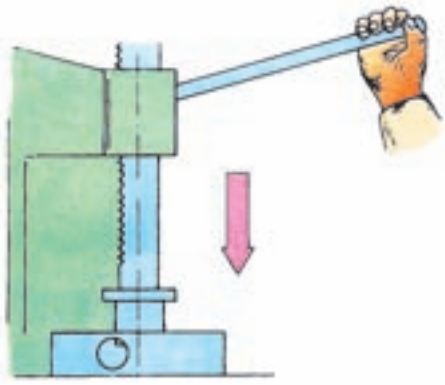
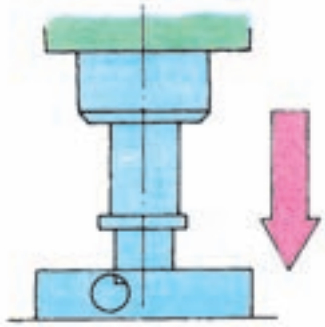
الف) انطباق روان : در این حالت، اندازهٔ قطر میله همواره از اندازهٔ قطر سوراخ کوچک‌تر است و میله می‌تواند در داخل سوراخ آزادانه حرکت کند.

شکل ردیف اول از جدول ۱ــ۵ را روی تخته بکشید و به‌طور ساده آن را توضیح دهید.

جدول ۱ــ۵ــ مربوط به انواع انطباق

نوع انطباق	وضعیت	
آزاد یا روان	ــ انطباق : لقّی زیاد ــ جازدن : آزاد، برای جازدن نیاز به نیرو نیست. ــ حرکت دو قطعه نسبت به هم : متحرک نسبت به هم با بازی خیلی زیاد	
نسبتاً روان متحرک	ــ با لقّی متوسط با لقّی کم ــ جازدن : شُل ــ متحرک نسبت به هم با بازی کم : برای جازدن فشار کم دست کافی است.	
فیت لغزشی یا سُرِشی	ــ با لقّی خیلی کم ــ جازدن : با فشار زیاد دست ــ با فشار دست امکان حرکت انتقالی هست.	
نسبتاً سفت سفت	ــ بدون هیچ‌گونه لقّی ــ جازدن : جازدن با ضربات چکش سبک میسّر است. ــ دو قطعه با دست حرکت محوری ندارند.	
خیلی سفت پرسی سبک	ــ تداخل کم ــ جازدن : به کمک پرس سبک. ــ اتصال بدون چرخش به کمک ضامن	

جدول ۲ــ۵ــ مربوط به انواع انطباق سنگین

نوع انطباق	وضعیت
پرسی	ــ تداخلی متوسط ــ نوع اتصال دائم ــ تداخل با ضربات چکش سنگین ــ امکان چرخش وجود ندارد، نیاز به ضامن نیست. 
پرسی محکم	ــ تداخلی ــ نوع اتصال دائم ــ تداخل با نیروی زیاد، نیاز به اختلاف دما وجود دارد؛ «یعنی باید دمای سوراخ زیاد و دمای میله کم باشد». 
پرسی سنگین	ــ تداخلی سخت ــ نوع اتصال دائم، از نظر استحکام با جوشکاری قابل مقایسه است. ــ تداخل با نیروی خیلی زیاد و با گرم و سرد کردن قطعات 

از هنرجویان بپرسید :

پرسش : چند نمونه برای انطباق روان بیان کنید.

■ ضخامت کلید از اندازهٔ سوراخ توپی قفل کم‌تر است. بنابراین کلید به‌آسانی به داخل سوراخ توپی قفل وارد می‌شود.

■ قطر آچار آلن از قطر سوراخ چند وجهی سرپیچ (گل پیچ) کوچک‌تر است.

پرسش : از هنرجویان بخواهید مثال‌هایی دربارهٔ انطباق لق در تراکتور و ماشین‌های کشاورزی بیان نمایند.

پاسخ : اتصال سه نقطهٔ اتصال تراکتور به ماشین‌های سوار با پین.

ب) انطباق پرسی : در این حالت همواره اندازهٔ قطر میله از اندازهٔ قطر سوراخ بزرگ‌تر است. بنابراین بین دو قطعه لقی وجود ندارد و برای جازدن میله در سوراخ احتیاج به نیروی زیاد است، مانند گژن پین (انگشتی) که پیستون را به دستهٔ پیستون وصل می‌کند.

پرسش : چند نمونه از انطباق پرسی در تراکتور یا ماشین‌های کشاورزی نام ببرید.

پاسخ : جازدن بلبرینگ چرخ روی محور آن

ج) انطباق جذب : در این حالت قطر میله و قطر سوراخ تقریباً هم اندازه است. جا زدن میله در این حالت با نیروی کم دست یا ضربهٔ ملایم چکش صورت می‌گیرد .نمونه : جازدن پولی روی محورمیل لنگ

این حالت می‌تواند بین حالت لق و پرسی باشد .

پرسش : چند نمونه از انطباق جذب را نام ببرید.

پاسخ : قطعات اصلی پمپ انژکتور(بارل و پلانجر)

توضیح دهید : انطباق با نشانه‌های ویژه‌ای در نقشه‌های فنی نشان داده می‌شود که بیان‌کنندهٔ اندازهٔ قطعه براساس حد مجاز، طبق استاندارد تعیین شدهٔ طراح است.

مطالب گفته شده در کتاب را توضیح دهید.

مثال : اندازهٔ قطعه‌ای در نقشهٔ فنی به‌صورت $\phi 40^{+0/100}_{-0/100}$ نوشته شده است (اندازه‌ها برحسب میلی‌متر است) اطلاعات استخراج شده را بیان نمائید.

پاسخ : موارد زیر را از علائم می‌توان استخراج کرد.

قطر قطعه ۴۰ میلی‌متر است (ϕ ۴۰)

این قطعه می‌تواند بین ۳۹/۹۰۰ تا ۴۰/۱۰۰ میلی‌متر ساخته شود (۰/۱۰۰+ و ۰/۱۰۰−)

قطعه در هر اندازه در دامنهٔ مجاز پذیرفتنی است.

ϕ ۴۰ اندازهٔ اسمی، ϕ ۴۰/۱۰۰ بزرگ‌ترین اندازه و ϕ ۳۹/۹۰۰ کوچک‌ترین اندازه است.

مقدار اندازه‌ای که پس از پایان کار به وسیلهٔ میکرومتر تعیین می‌شود« اندازهٔ حقیقی» نامیده می‌شود.

اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اندازه را تولرانس (رواداری) می‌گویند.

$$40/100 - 39/900 = 0/200\,mm$$

تمرین : روی نقشهٔ فنی اندازه یک میله $\phi 40^{-0/009}_{-0/025}$ است. اندازهٔ اسمی، بزرگ‌ترین اندازه و کوچک‌ترین اندازه و هم‌چنین میزان تولرانس قطعهٔ مورد نظر را مشخص کنید (یکا میلی‌متر است).

پاسخ :

اندازه اسمی قطر میله = ۴۰mm

بزرگ‌ترین اندازه = $40 - 0/009 = 39/991\,mm$

کوچک‌ترین اندازه = $40 - 0/25 = 39/975\,mm$

تولرانس = $39/991 - 39/975 = 0/16\,mm$

تمرین : یک قطعهٔ در حال ساخت نیاز به سوراخ‌کاری دارد. ابعاد سوراخ طبق نقشهٔ فنی $\phi 40^{+0/025}_{0/000}$ است. اندازهٔ اسمی، بزرگ‌ترین اندازه و کوچک‌ترین اندازه و هم‌چنین میزان تولرانس آن را مشخص کنید.

۲ــ ۵ــ جرم (۱۱ــ۱ــ صفحهٔ ۲۵)

پرسش : جرم چیست؟

پاسخ : مقدار مادهٔ موجود در هر جسم را «جرم» آن جسم می‌گویند. یا تودهٔ تشکیل‌دهندهٔ هر جسم را «جرم» آن گویند.

پرسش : یکای اندازه‌گیری جرم چیست؟

پاسخ : پیش از این خواندید که یکای اندازه‌گیری جرم در سیستم بین المللی (SI) کیلوگرم است که تقریباً برابر جرم یک دسی مترمکعب آب خالص در دمای ۴ درجهٔ سانتی‌گراد است.

تمرین : جرم یک متر مکعب آب در دمای ۴ درجهٔ سانتی‌گراد برحسب کیلوگرم را محاسبه کنید.

پاسخ :

$۱۰۰۰\times ۱Kg = ۱۰۰۰kg$　　$۱m^۳ = ۱۰۰۰dm^۳$

جرم یک $dm^۳$ آب $= ۱Kg$

توضیح دهید : جرم به وسیلهٔ ترازوی شاهین‌دار اندازه‌گیری می‌شود و برای این کار قطعه مورد اندازه‌گیری را در یک کفهٔ ترازو و جرم استاندارد را در کفهٔ دیگر قرار می‌دهند. اگر تعادل برقرار شود جرم قطعه برابر جرم استاندارد خواهد بود.

پرسش : چراحجم یک‌سانی از چند ماده گوناگون جرم یک‌سانی ندارند؟

به روش بحث گروهی کلاس را هدایت کنید.

پاسخ : ذرات مواد گوناگون به یک اندازه متراکم نیستند. این ذرات در مواد گوناگون می‌توانند تراکم زیاد یا کم داشته باشند. همچنین جنس این ذرات نیز یک‌سان نیست.

بیان کنید : هر ماده از این نظر ویژه است و این ویژگی را جرم مخصوص یا جرم ویژه می‌گویند.

رابطهٔ جرم مخصوص را روی تخته بنویسید.

$$\text{جرم مخصوص} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow \rho = \frac{m}{v}$$

بیان کنید : بنابر تعریف، اندازهٔ جرمی را که واحد حجم از هر ماده دارد جرم مخصوص یا جرم ویژهٔ آن ماده می‌گویند.

$$\frac{mg}{mm^۳}, \frac{g}{cm^۳}, \frac{kg}{dm^۳}, \frac{t}{m^۳}$$

یکای جرم مخصوص در سیستم SI کیلوگرم به متر مکعب $(\frac{kg}{m^۳})$ است ولی آن را **بیشتر برحسب** $\frac{kg}{dm^۳}$ **می‌سنجند**. برای نمونه جرم مخصوص فولاد $۷۸۵۰\frac{kg}{m^۳}$ ، $۷/۸۵\frac{kg}{dm^۳}$ ، $۷/۸۵\frac{g}{cm^۳}$ یا $۷/۸۵\frac{t}{m^۳}$ است.

مثال : با توجه به مثال پیش، جرم مخصوص آب را به دست آورید.

پاسخ : داده‌های مثال پیشین عبارت است از :

$v = ۱۰۰۰dm^۳$

$m = ۱۰۰۰kg$

با توجه به رابطهٔ چگالی(جرم ویژه) بنویسید.

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{۱۰۰۰kg}{۱۰۰۰dm^۳} = ۱\frac{kg}{dm^۳}$$

توضیح دهید : در جدول ۶ــ۱ صفحهٔ ۲۶ کتاب، جرم مخصوص برای تعدادی از مایعات، جامدات و گازها همچنین آب آمده است.

پرسش : چگالی مس و سرب را از جدول ۶ــ۱ به دست آورید و بیان کنید کدام یک در حجمِ برابر، جرم بیشتری دارد؟

تمرین : جرم ۱۰۰ دسی‌متر(لیتر) از بنزین، گازوئیل و آب را حساب کنید.

پاسخ :

روی تخته بنویسید :

$$\rho=\frac{m}{v}\Rightarrow m=v\times\rho$$

بگویید : حجم (v) مواد در متن مثال داده شده و جرم مخصوص (ρ) هر کدام از مواد نیز از جدول ۶ــ۱ به دست می‌آید.

آب	گازوئیل	بنزین
$v=۱۰۰dm^۳$	$v=۱۰۰dm^۳$	$v=۱۰۰dm^۳$
$\rho=۱\frac{kg}{dm^۳}$	$\rho=۰/۸۵\frac{kg}{dm^۳}$	$\rho=۰/۷۲\frac{kg}{dm^۳}$
$m=?$	$m=?$	$m=?$
$m=v\times\rho=۱۰۰\times۱$	$m=v\times\rho=۱۰۰\times۰/۸۵$	$m=v\times\rho=۱۰۰\times۰/۷۲$
$\boxed{m=۱۰۰kg}$	$\boxed{m=۸۵kg}$	$\boxed{m=۷۲kg}$

با توجه به اعداد فوق، جرم ۱۰۰ دسی‌متر مکعب آب از بقیهٔ مواد بیش‌تر است.

مثال : جرم منشوری فولاد به طول ۱۲۰ میلی‌متر با سطح مقطعی مطابق شکل ۳۴ــ ۱ صفحه ۲۶ را برحسب کیلوگرم حساب کنید. شکل را روی تخته بکشید.

پاسخ :

رابطهٔ جرم مخصوص را بنویسید. $m=v\times\rho$

در رابطهٔ نوشته شده اندازهٔ ρ از جدول ۶ــ۱ به دست می‌آید $\rho=۷/۸۵\frac{kg}{dm^۳}$. پس از آن باید حجم منشور فولادی محاسبه شود. برای محاسبهٔ این حجم، نخست یک مقطع مستطیل ۸۰ × ۶۰ سانتی‌متر محاسبه می‌شود و از آن یک مربع ۶×۸ میلی‌متر و یک ذوزنقه $\frac{۵۶+۸}{۲}\times۲۴$ از آن کم خواهد شد. بنابراین خواهیم داشت :

حجم	محاسبه مساحت مقطع	داده‌ها
طول منشور × سطح مقطع = حجم	$A_g=A_۱-A_۲-A_۳$	A_g=مقطع مورد نظر
$V=A_g\times h$	$A_۱=L\times b=۸۰\times۶۰=۴۸۰۰mm^۲$	$A_۱$ = مقطع مستطیل
$V=۳۹۸۴\times۱۲۰=۴۷۸۰۸۰mm^۳$	$A_۲=L_۱\times b_۱=۸\times۶=۴۸mm^۲$	$A_۲$ = مقطع مربع
	$A_۳=\frac{L_۲+L_۱}{۲}\times b_۲=\frac{۵۶+۸}{۲}\times۲۴$	$A_۳$ = مقطع ذوزنقه
	$=۷۶۸mm^۲$	$h=۱۲۰mm$
	$A_g=۴۸۰۰-۴۸-۷۶۸=۳۹۴۸mm^۲$	$m=?kg$

توضیح دهید : چون جرم برحسب کیلوگرم خواسته شده و یکای جرم ویژه $\frac{kg}{dm^3}$ است، بنابراین باید حجم بر حسب دسی‌متر مکعب محاسبه شود.

تبدیل یکای حجم به دسی‌مترمکعب

$$V = ۴۷۸۰۸۰\,mm^3 \times \frac{۱\,dm^3}{۱۰۰۰۰۰۰\,mm^3}$$

$$= ۰/۴۷۸۰۸\,dm^3$$

توضیح دهید : با داشتن حجم و چگالی می‌توانیم جرم منشور را به دست آوریم.

$$m = ۰/۴۷۸۰۸\,dm^3 \times ۷/۸۵\frac{kg}{dm^3} = ۳/۷۵۲kg$$

$m=\rho \times V$　　$V=۰/۴۷۸۰۸\,dm^3$

$$\rho = ۷/۸۵\frac{kg}{dm^3}$$

۳ــ۵ــ محاسبهٔ جرم ورق‌ها(صفحهٔ ۲۷)

رابطهٔ ۳۰ــ۱ در صفحهٔ ۲۸ را روی تخته بنویسد و توضیح دهد.

مثال : (صفحهٔ۲۸) جرم ورق آلومینیومی به ابعاد $۲\,mm \times ۳۰۰۰ \times ۱۵۰۰$ را برحسب کیلوگرم حساب کنید $(\rho = ۲/۷\frac{kg}{dm^3})$.

توضیح دهید : در ابعاد داده شده دو عدد اول ۳۰۰۰ و ۱۵۰۰ درازا و پهنای ورق و عدد ۲ ضخامت ورق است.

بنابراین خواهیم داشت :

$L=۳۰۰۰mm=۳m$　　$A=L\times b=۳\times ۱/۵=۴/۵m^2$

$b=۱۵۰۰mm=۱/۵m$　　$m=۴/۵\times ۲\times ۲/۷=۲۴/۳=kg$

$$\rho = ۲/۷\frac{kg}{dm^3}$$

$S=۲mm$

$m=A\times S$

تمرین : جرم ورق فولادی به ابعاد $۲\,mm \times ۳۰۰۰ \times ۱۵۰۰$ را بر حسب کیلوگرم حساب کنید.

پاسخ :

جرم مخصوص فولاد را از جدول ۶ــ۱ به دست آورید : $(\rho = ۷/۸۵\frac{kg}{dm^3})$ سپس با رابطهٔ $m=A\times S\times \rho$ جرم ورق را محاسبه کنید.

$A=۴/۵\,m^2$　　$A=L\times b=۳\times ۱/۵=۴/۵\,m^2$

$S=۲mm$　　$m=A\times S\times \rho=۴/۵\times ۲\times ۷/۸۵$

$$\rho = ۷/۸۵\frac{kg}{dm^3}$$　　$\boxed{m=۷۰/۶۵kg}$

کار در کلاس : می‌خواهیم ۲۰۰ ورق مس با ابعاد $۲۵mm \times ۲۰۰۰ \times ۱۲۰۰$ را با یک کامیون که ظرفیت حمل آن ۱۰۰۰۰ کیلوگرم بار است جابه‌جا کنیم. جابه‌جایی این تعداد ورق در چند مرتبه انجام خواهد شد.

پاسخ :

از جدول ۶ــ۱ به دست می‌آید که $\rho = ۸/۹ \frac{kg}{dm^۳}$

داده‌ها

$L = ۲۰۰۰mm = ۲m$

$b = ۱۲۰۰mm = ۱/۲m$

$S = ۲۵mm$

محاسبهٔ جرم و جابه‌جایی	محاسبه حجم
$m = V \times \rho$	$A = L \times b$
$m = ۶۰ \times ۸/۹ = ۵۳۴kg$	$= ۲ \times ۱/۲ = ۲/۴m^۲$
وزن کل $M = ۵۳۴ \times ۲۰۰ = ۱۰۶۸۰۰kg$	
	$V = A \times S$
تعداد جابه‌جایی $n = \frac{۱۰۶۸۰۰}{۱۰۰۰۰} \simeq ۱۰/۶ \simeq ۱۱$	$V = ۲/۴ \times ۲۵ = ۶۰dm^۳$

توضیح دهید

برای آسان شدن محاسبهٔ جرم ورق‌ها، جدول شمارهٔ ۶ پیوست کتاب تهیه شده است. در این جدول جرم یک متر مربع ورق بر حسب جنس و ضخامت آن داده شده است. بنابراین برای محاسبهٔ جرم ورق‌ها کافی است جرم یک متر مربع از آن‌ها را از جدول به‌دست آورید و در سطح آن‌ها ضرب کنید. رابطهٔ زیر برای این منظور استفاده می‌شود که در آن :

$m = m_A \times A$

جرم قطعه بر حسب کیلوگرم $= m$

جرم یک متر مربع از ورق برحسب کیلوگرم $= m_A$

سطح ورق برحسب متر مربع $= A$

مثال : جرم ورق آلومینیومی به ابعاد $۲ mm \times ۳۰۰۰ \times ۱۵۰۰$ را برحسب کیلوگرم حساب کنید.

پاسخ : از جدول ۶ پیوست کتاب در قسمت ورق‌های آلومینیوم، در ردیف دوم S_{mm} آن، با انتخاب $S=۲$، که در زیر آن عدد ۵/۴ به نشانهٔ جرم یک متر مربع از ورق مذکور بر حسب کیلوگرم نوشته شده است، انتخاب می‌گردد.

$m_A = ۵/۴ \frac{kg}{m^۲}$

$A = L \times b = ۳ \times ۱/۵ = ۴/۵m^۲$

$m = m_{A \times} A$

$m = ۵/۴ \times ۴/۵ = ۲۴/۳kg$

تمرین : جرم ورق فولادی به ابعاد $۲ mm \times ۳۰۰۰ \times ۱۵۰۰$ را برحسب کیلوگرم حساب کنید.

پاسخ : از جدول ۶ پیوست در قسمت ورق‌های فولادی برای $S = ۳ mm$ $m_A = ۲۳/۶$ به دست می‌آید.

$L = ۳۰۰۰mm = ۳m$

$A = L \times b$

$A = ۳ \times ۱/۵ = ۴/۵ m^۲$

$m = m_A \times A$

$= ۲۳/۶ \times ۱/۵ \times ۳$

$= ۱۰۶/۲ kg$

$b = ۱۵۰۰ mm = ۱/۵ m$

$m_A = ۲۳/۶ \frac{kg}{m^۲}$

کار در خانه : ورقی به ابعاد $۲ mm \times ۳۰۰۰ \times ۱۵۰۰$ را در نظر بگیرید و جرم آن را برای مواد فولاد، روی، سرب، مس، برنج و آلومینیوم محاسبه کنید سپس اندازهٔ جرم آن‌ها را به ترتیب بنویسید.

آموزهٔ ششم

هدف‌های رفتاری را روی تخته بنویسید.

هدف‌های رفتاری : هنرجو با یادگیری این آموزه می‌تواند :

- جرم نیمه‌ساخته‌ها (نبشی، سه‌پری، ناودانی و . .) را محاسبه کند.
- نیرو را توضیح دهد.
- نیروی وزن را توضیح دهد.
- وزن قطعات را از روی اندازهٔ جرم آن‌ها محاسبه کند.
- تفاوت وزن با جرم را توضیح دهد.
- جرم نیم ساخته را از روی جدول استاندارد به دست آورد.

۱ــ۶ــ محاسبهٔ جرم نیم‌ساخته‌ها (صفحهٔ ۲۹)

توضیح دهید : برای سهولت محاسبهٔ جرم نیمه‌ساخته‌ها (مانند پروفیل‌ها، لوله‌ها، میله‌ها) معمولاً جرم یک متر از طول آن‌ها را محاسبه و در جداولی استاندارد گردآوری می‌نمایند. پس از آن می‌توان به آسانی با داشتن اندازهٔ مقطع یا اندازهٔ اسمی و بلندی قطعه با داده‌های جدول استاندارد، جرم نیم‌ساخته را محاسبه کرد.

بنویسید : رابطهٔ محاسبهٔ جرم نیمه ساخته‌ها

$$m = m_1 \times L$$

که در آن

m = جرم قطعه بر حسب کیلوگرم

m_1 = جرم یک متر بر حسب کیلوگرم

L = طول قطعه بر حسب متر

در ادامه، از هنرجویان بخواهید این صفحات از کتاب را باز کنند و کاربرد جدول‌های پیوست (جدول ۹ صفحهٔ ۱۴۱، ۱۴۲)، را که اطلاعاتی دربارهٔ نیمه‌ساخته‌ها داده‌اند، توضیح دهید.

جدول ۹ پیوست، صفحات ۱۴۱ و ۱۴۲ کتاب، اطلاعاتی دربارهٔ جرم یک متر برخی از نیمه‌ساخته‌های فولادی برحسب کیلوگرم است.

توضیح دهید : در جدول صفحهٔ ۱۴۱ در ستون اول از سمت چپ که مربوط به نیمه‌ساختهٔ فولادی به‌نام نبشی است اطلاعات این نیمه‌ساخته داده شده است.

همان‌گونه که در شکل بالای این ستون می‌بینید، برای نبشی سه اندازه داده شده است. دو ضلع آن که با هم مساوی و عمود بر هم هستند با حرف b و ضخامت آن با حرف d آمده است. شناسه‌های نیم‌ساخته به روش‌های گوناگون داده می‌شود. برای نمونه اندازه

یک نبشی به دو صورت زیر نوشته می‌شود :

روی تخته بنویسید :

الف) $L = ۱۰۰۰$ ، $d=۴$ ، $b = ۴۰$　　ب) ۱۰۰۰، ۴، ۴۰

توضیح دهید : در هر دو نوع نوشتن ابعاد نبشی در واقع به یک نوع نبشی اشاره شده که اضلاعی که اندازهٔ آن‌ها با b مشخص می‌شود دارای اندازهٔ ۴۰ میلی‌متر و ضخامت نبشی ۴ میلی‌متر و طول نبشی ۱۰۰۰ میلی‌متر است. در جدول یاد شده، زیر شکل نبشی دو ستون وجود دارد که ستون اول از سمت چپ ابعاد نبشی ($b\times b\times d$) و ستون دوم (kg/m) جرم هر متر طول نبشی را نشان می‌دهد.

مثال : جرم یک نبشی به ابعاد $۳۰۰۰ \times ۷ / ۴۵ \times ۴۵$ را محاسبه کنید.

پاسخ :

الف) پیدا کردن جرم یک متر از نبشی در جدول : از جدول صفحهٔ ۱۴۱ مربوط به نبشی در ستون ابعاد، اندازهٔ ۷×۴۵×۴۵ را پیدا کنید. این اندازه در ردیف دهم جدول است . در ستون بعدی (kg/m) همین ردیف جرم یک متر از این نبشی برابر $۴ / ۶۰ \frac{kg}{m}$ آمده است.

ب) محاسبهٔ جرم : داده‌ها را در رابطهٔ محاسبهٔ جرم نیمه‌ساخته بگذارید و محاسبه کنید.

$$m_۱ = ۴ / ۶ \frac{kg}{m} \qquad m = m_۱ \times L$$

$$L = ۳۰۰۰\,mm = ۳m \qquad m = ۴/۶ \times ۳ = ۱۳/۸kg$$

بنابراین جرم نبشی ۱۳/۸ kg است.

توضیح دهید : دومین نیم‌ساخته از سمت چپ در جدول صفحهٔ ۱۴۱ ناودانی است و در آن شکل دو اندازهٔ b و h نشان داده شده است. روش استفاده از جدول در مثال زیر آمده است .

مثال : در ردیف نخست جدول مربوط به ناودانی زیر ستون $h\times b$ مقدار ۱۵×۳۰ آمده، یعنی $h = ۳۰$ و $b = ۱۵$ است. این نوع ناودانی را با نام ناودانی نمرهٔ ۳۰ می شناسند. در ستون دوم (kg/m) این ردیف اندازهٔ جرم یک متر از این ناودانی برابر ۱/۷۴ است.

توضیح دهید : نوشتن ابعاد ناودانی به‌گونه‌ای دیگر است. برای نمونه اندازه‌های یک ناودانی با طول ۲۰۰۰ میلی‌متر، چنین نوشته می‌شود.

الف) ⌈۳۰,۲۰۰۰

$h=۳۰$

$b=۱۵$

$L=۲۰۰۰$

ب)

مثال : در سازه‌ای از یک قطعه، ناودانی به ابعاد ⌈۱۴۰,۲۰۰۰ به‌کار رفته است پیدا کنید :

الف) نمره ناودانی　　ب) اضلاع آن

ج) جرم یک متر از آن ناودانی　　د) جرم ناودانی به کار رفته در سازه

پاسخ :

الف) نمرهٔ ناودانی ۱۴۰ mm است.

ب) اضلاع آن عبارت است از $h=۱۴۰\ mm$ و $b=۶۰mm$

ج) جرم یک متر از این ناودانی بر اساس جدول $۱۶\ kg$ است.

د) جرم ناودانی به کار رفته در سازهٔ برابر

$L=۲۰۰۰mm=۲m$ $\quad m=m_۱\times L$

$m_۱=۱۶kg$ $\quad m=۱۶\times ۲=۳۲$

$m=۳۲kg$

توضیح دهید : نمونهٔ دیگری از نیمه ساخته‌های فولادی در صفحهٔ ۱۴۲ کتاب آمده است. نام این نیمه‌ساخته فلزی **سپری** است.

شکل نشان‌دهندهٔ ابعاد آن به جز صفحهٔ ۲۹ در بالای جدول صفحهٔ ۱۴۲ نیز آورده شده است. در این جدول گفته شده سه اندازهٔ h ،b و d در ناودانی باید داده شود.

مثال : در یک سازه، فلزی یک سپری به ابعاد ۳۰۰۰ . ۳۰ ⊥ به کار برده شده است. پیدا کنید :

الف) نوع سپری

ب) ابعاد و ضخامت سپری

ج) جرم یک متر از سپری

د) جرم سپری در سازه

پاسخ :

جدول مربوط به سپری در صفحهٔ ۱۴۲ است. علامت ۳۰ ⊥ در اولین ستون سمت چپ جدول (علامت کوتاه ⊥) عدد ۳۰ را انتخاب می‌کند (ردیف اول جدول) و بقیه اطلاعات نیز از همین ردیف استخراج می‌شود.

الف) نوع سپری ۳۰ ⊥

ب) ابعاد سپری و ضخامت آن در دومین ستون، (b=h) ذکر شده است که براساس آن $b=h=۳۰mm$ و در سومین ستون (s=t) ضخامت سپری $s=۳mm$ است.

ج) در ستون پنجم، جرم هر متر این سپری ۰/۸۸ کیلوگرم نشان داده می‌شود.

د) در مثال طول نبشی $۳۰۰۰m$ تعیین شده است (۳۰۰۰ . ۳۰ ⊥) از رابطهٔ زیر جرم سپری مصرفی به‌دست می‌آید.

$$m_۱=۰/۸۸\frac{kg}{m}$$

$$L=۳۰۰۰mm=۳m$$

$$m=m_۱\times L$$

$$m=۰/۸۸\frac{kg}{m}\times ۳=۲/۶۴kg$$

مثال : جرم قطعهٔ شکل ۳۵ــ۱ صفحهٔ ۲۹ کتاب را حساب کنید.

توضیح دهید : قطعهٔ مورد نظر از چند نیمه ساخته تشکیل شده است. نوع و ابعاد نیم ساخته در شکل آمده است.

از هنرجویان بخواهید اسامی نیمه ساخته‌ها را کنار شکل‌هایشان بنویسند.

پاسخ :

نیم‌ساخته‌های سمت راست شکل ۳۵ــ۱، به ترتیب از بالا به پائین : نبشی، سپری و نادانی است و سمت چپ شکل از بالا به پائین قطعه از نیمه ساخته و ورق فولادی ساخته شده است.

پاسخ مسئله را با توضیح و رسم شکل روی تخته توضیح دهید :

جرم یک متر مربع ورق فولادی به ضخامت ۵ میلی‌متر از جدول ۶ پیوست به‌دست می‌آید. در قسمت ورق‌های فولادی، در ردیفی $S_{mm} = ۵$ قرارگرفته (ردیف سوم) در زیر عدد ۵ عدد ۳۹/۳ نوشته شده که بیان‌کنندهٔ جرم یک متر مربع از ورق فولادی با ضخامت ۵ میلی‌متر است.

$$m_A = ۳۹/۳ \frac{kg}{m^۲}$$

اشتباهات رایج :

در جدول ۶ پیوست، هر دو ردیف مکمل یکدیگرند. برای نمونه، در ورق‌های سرب در این جدول، دو ردیف وجود دارد. ردیف اول S_{mm} است که S به معنای ضخامت ورق و علامت mm به معنای میلی‌متر است؛ یعنی ضخامت ورق بر حسب میلی‌متر در ردیف دوم علامت $mkg/m^۲$ آمده است که m به معنی جرم ورق در بخش ورق‌های فولادی نیز به همین شکل از بالا هر دو ردیف با هم مکمل یکدیگر هستند و عدد مورد نظر مثال فوق در دو ردیف سوم از بالای جدول قرار گرفته‌اند.

جرم یک متر نبشی فولادی به ابعاد ۳×۳۰×۳۰ میلی‌متر از جدول ۹ پیوست (صفحه ۱۴۱ کتاب) به‌دست می‌آید.

$$m_L = ۱/۳۶ \frac{kg}{m}$$

جرم یک متر سپری فولادی به ابعاد ۴×۳۰×۳۰ میلی‌متر از جدول ۹ پیوست (صفحهٔ ۱۴۲ کتاب) به نحوی که پیش از این توضیح داده شد، به‌دست می‌آید. (ردیف سوم جدول)

$$m_L = ۱/۷۷ \frac{kg}{m}$$

جرم یک ناودانی فولادی به ابعاد ۶×۴۵×۸۰ میلی‌متر از جدول ۹ پیوست (صفحهٔ ۱۴۱ کتاب) به ترتیبی که پیش از این در این‌باره گفته شده به‌دست می‌آید. (این ناودانی تحت عنوان نمرهٔ ۸۰ در جدول مذکور است).

$$m_L = ۸/۶۴ \frac{kg}{m}$$

در ادامه، بعد از مشخص شدن جرم نیمه‌ساختهٔ آن‌ها، به محاسبهٔ جرم آن‌ها، با توجه به ابعاد داده شده در مثال، پرداخته شود و به‌صورت مجزا برای هر نیمه ساخته بر روی تخته نوشته و مشخص گردد.

محاسبهٔ جرم ورق فولادی به‌کار رفته در سازه :

$m_A = \frac{kg}{m^۲}$ جرم یک متر مربع ورق　　$m_۱ = m_A \times A$

$A = ۳۹/۳\ m^۲$ مساحت ورق　　$m = ۳۹/۳ \times \frac{۱۵۰}{۱۰۰۰} \times \frac{۱۵۰}{۱۰۰۰} = ۰/۸۸۴kg$

$m_۱$ جرم ورق به کار رفته = kg

توضیح دهید : ابعاد ورق فولادی بر حسب میلی‌متر است که برای تبدیل به متر، تقسیم بر ۱۰۰۰ شده و مساحت آن چون مربع است یک ضلع در خودش ضرب می‌شود.

محاسبهٔ جرم نبشی به کار رفته در سازه :

$m_۲ = ?$ جرم نبشی به کار رفته

$m_۲ = ۱/۳۶\frac{kg}{m} \times ۱\not{m} = ۱/۳۶kg$ جرم یک متر از نبشی $= ۱/۳۶\frac{kg}{m}$

$L = ۱۰۰۰mm = ۱m$ طول نبشی

جرم سپری فولادی به‌کار رفته در سازه :

$$m_۳ = m_L \times L$$

$m_۳ = ۱/۷۷ \times ۱/۲ = ۲/۱۲۴ \ kg$ جرم سپری به کار رفته $= m_۳$

$m_L = ۱/۷۷\frac{kg}{m}$ جرم یک متر سپری

L (طول سپری به کار رفته) $= ۱۲۰۰mm = ۱۲۰۰mm \times \frac{۱m}{۱۰۰۰mm} = ۱/۲m$

جرم ناودانی به کار رفته در سازه

$$m_۴ = m_L \times L$$

جرم ناودانی به کار رفته $= m_۴$

$m_۴ = ۸/۶۴ \times ۲ = ۱۷/۲۸ \ kg$ جرم یک متر ناودانی $m_L = ۸/۶۴\frac{kg}{m}$

طول ناودانی به کار رفته $= ۲۰۰۰mm = ۲۰۰۰\not{mm} \times \frac{۱m}{۱۰۰۰\not{mm}} = ۲m$

محاسبهٔ جرم نیمه ساخته‌های به‌کار رفته در سازه

$m = m_۱ + m_۲ + m_۳ + m_۴$

$m = ۰/۸۸۴ + ۱/۳۶ + ۲/۱۲۴ + ۱۷/۲۸ = ۲۱/۶۸۴kg$

کار در خانه : تمرین صفحهٔ ۳۱ کتاب را در منزل حل نمایید.

۲ــ۶ــ وزن (۱۲ــ۱ــ صفحهٔ ۳۱)

توضیح دهید که تمامی اجسام همدیگر را به سمت خود جذب می‌کنند که به آن «نیروی جاذبهٔ بین اجسام» گفته می‌شود.

هرچه اندازهٔ جسم بزرگ‌تر باشد جسم دیگر را با نیروی بیشتر جذب خواهد کرد. برای نمونه، کره زمین و ماه همدیگر و سایر اجسام را به سمت خود می‌کشند.

نتیجه‌گیری زیر را روی تخته بنویسید.

به نیرویی که با آن اجسام مختلف جذب کره زمین می‌گردند نیروی وزن گفته می‌شود. یکای کمیت وزن در سیستم SI، نیوتن است و نیوتن عبارت است از «مقدار نیرویی که به جسم یک کیلوگرمی شتابی برابر یک متر بر مجذور ثانیه ایجاد نماید».

رابطهٔ نیرو که در زیر آمده است روی تخته بنویسید واجزای آن را تعریف کنید.

$F=m\times a$

که در آن

F= نیرو برحسب نیوتن

m= جرم بر حسب کیلوگرم

a= شتاب جسم برحسب متر بر مجذور ثانیه

در دنباله آن بگویید یک نیوتن عبارت است از :

$$1N=1kg\times 1\frac{m}{s^2}=1\frac{kgm}{s^2}$$

و اگر شتاب برابر $g=9/81\frac{m}{s^2}$ گرفته شود از روابط داده شده وزن به دست می‌آید.

$F=m\times a$

$w=m\times g$

نکته : درحل مسائل فنی مربوط به نیرو و وزن مقدار شتاب ثقل زمین را برابر با $9/81\frac{m}{s^2}$ در نظر می‌گیرند.
این اندازه برابر با $9/81\frac{N}{kg}$ نیز قابل محاسبه است.

مثال : جرم قطعه‌ای ۱۰۰ گرم است وزن آن‌را محاسبه کنید.

$m=100gr=0/1kg$　　$w=m\times g$

$w=m\times g$　　$w=0/1kg\times 9/81\frac{m}{s^2}$

$g=9/81$　　$w=0/981kg\frac{m}{s^2}\simeq 1N$

$w=?$

بنابراین نتیجه گرفته شود جرمی ۱۰۰ گرمی دارای وزنی در حدود یک نیوتن است.

تمرین : جرم یکی از هنرجویان ۶۰ کیلوگرم است وزن آن را به دست آورید.

پاسخ :

$m=60kg$　　$w=m\times g$

$g=9/81\frac{m}{s^2}$　　$w=60\times 9/81$

$w=?N$　　$=588/60N$

تمرین : وزن کتابی به جرم یک کیلوگرم را محاسبه کنید.

پاسخ :

$m=1kg$

$g = ۹/۸۱ \frac{m}{s^۲}$ $w = m \times g$

$w = ?N$ $w = ۱ \times ۹/۸۱ = ۹/۸۱N$

کار در خانه : جرم یک نوزاد ۴ کیلوگرم است وزن این نوزاد در روی زمین و سطح ماه و فضا چقدر است؟
از اعداد زیر برای پرکردن جدول استفاده کنید.

الف) ۶ نیوتون

ب) صفر نیوتون

ج) ۴۰ نیوتون

	روی زمین	روی ماه	در اعماق فضا
جرم نوزاد			
وزن نوزاد			

پاسخ :

	روی زمین	روی ماه	در اعماق فضا
جرم نوزاد	۴ Kg	۴ Kg	۴ Kg
وزن نوزاد	۴۰ N	۶ N	۰ N

توضیح دهید : جرم ماه کمتر از جرم زمین است. بنابراین شتاب جاذبهٔ ماه حدود $\frac{۱}{۶}$ شتاب جاذبهٔ زمین است. اما اندازهٔ جرم نوزاد در هر دو جا یک‌سان است.

همان‌گونه که گفته شده است، نیروی وزن اجسام را می‌توان از حاصل ضرب جرم جسم در شتاب ثقل آن یا از راه حجم و جرم مخصوص محاسبه کرد، مانند :

$w = m \times g$

چون $m = v \times \rho$ پس $w = v \times \rho \times g$

که در این روابط

w= نیروی وزن جسم برحسب نیوتن

m= جرم جسم برحسب کیلوگرم

g= شتاب ثقل برحسب متر بر مجذور ثانیه

ρ= جرم مخصوص برحسب کیلوگرم بر دسی‌متر مکعب

v= حجم جسم برحسب دسی‌متر مکعب

مثال : حجم ۱۰ دسی‌متر مکعب از آب چند نیوتن وزن دارد؟ جرم مخصوص آب $۱\frac{kg}{dm^۳}$ است.

$v=۱۰dm^۳$　　$w=v\times\rho\times g$

$\rho=۱\frac{kg}{dm^۳}$　　$w=۱۰\times۱\times۹/۸۱$

$g=۹/۸۱\frac{m}{s^۲}$　　$w=۹۸/۱N$

کار در خانه : تمرین‌های صفحهٔ ۳۳ کتاب را حل کنید.

کتاب‌هایی برای خواندن بیشتر

فرمول‌ها، آحاد و ارقام در علوم مهندسی، ترجمهٔ مهندس مجید بدیعی

فیزیک زنده، ترجمه اسفندیار معتمدی

آموزهٔ هفتم

هدف‌های رفتاری را روی تخته بنویسید.

هدف‌های رفتاری : هنرجو با یادگیری این آموزه می‌تواند :

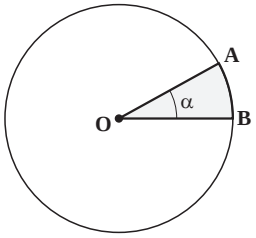
- مفهوم زاویه ،مقدار زاویه ،یکاهای زاویه را توضیح دهد.
- زوایا را به یکاهای مختلف تبدیل کند.
- یکاهای کوچک‌تر درجه را توضیح دهد.
- زاویه مرکزی و زاویه بین دو ضلع در چند ضلعی‌های منتظم را توضیح دهد و محاسبه نماید.
- مجموع زوایای داخلی سه ضلعی و چهارضلعی بسته را توضیح دهد.
- زاویهٔ داخلی سه ضلعی و چهارضلعی بسته را محاسبه کند.
- چهار عمل جبری را روی زوایا انجام دهد.

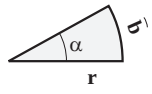
۱ــ۷ــ زاویه (۱ــ۲ــ صفحهٔ ۳۴)

شکل ۱ــ۲ کتاب را روی تخته بکشید و توضیح دهید.

در شکل ۱ــ۲ یک دایره به مرکز O وجود دارد که دو شعاع OA و OB از مرکز تا پیرامون دایره رسم شده‌اند.

سطح درونی آن دو شعاع را **زاویه** می‌نامیم و در شکل با نشانهٔ α نشان می‌دهیم.





شکل ۱ــ۷ (۱ــ ۲ کتاب)

توضیح دهید : برای نشان دادن زاویهٔ بیشتر حروف یونانی به کار برده می‌شود برخی از این حروف عبارتند از :

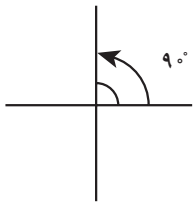
α = (آلفا)، β= (بتا)، γ = (گاما)، δ = (دلتا)، ε = (اپسیلن)، روی تخته بنویسید.

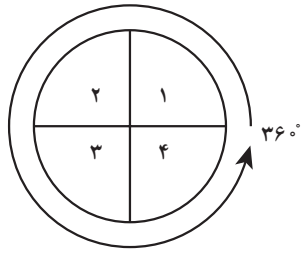
۲ــ۷ــ یکای زاویه (صفحهٔ ۳۴)

توضیح دهید : می‌دانید که زاویه با درجه اندازه‌گذاری می‌شود. درجه یکایی است که در صنعت نیز به کار می‌رود.

دو خط عمود با هم زاویهٔ ۹۰ درجه می‌سازند که به آن زاویهٔ قائمه یا راست می‌گویند. چون یک دایره چهار زاویه راست دارد، پس یک دایره ۳۶۰ درجه است.

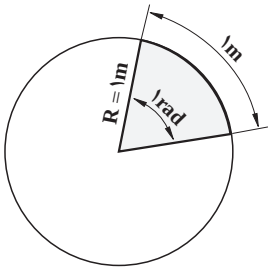
شکل ۲ــ۷ را روی تخته رسم کنید.





شکل ۲ــ۷ (زاویه قائمه و ۳۶۰ درجه)

توضیح دهید : یکای دیگری نیز برای اندازه‌گیری زاویه به‌کار می‌رودکه رادیان نامیده می‌شود. رادیان با rad نشان داده می‌شود.



شکل ۳ــ۷ (شکل ۲ــ۲ کتاب)

شکل ۲ــ۲ را روی تخته بکشید

توضیح دهید : در این شکل یکای زاویه رادیان (rad) است. «اندازهٔ رادیان در دایره‌ای به شعاع یک متر، برابراست با نسبت طول کمانی به اندازهٔ یک متر به شعاع آن دایره.» رابطهٔ زیر را روی تخته بنویسید.

$$۱\ \text{rad} = \frac{۱\text{m}}{۱\text{m}}$$

اندازهٔ رادیان : اگر روی محیط دایره از نقطه‌ای مانند A کمانی به اندازهٔ شعاع دایره رسم کنیم و نقطهٔ دوم (B) را به مرکز دایره (O) وصل کنیم اندازه زاویهٔ به دست آمده یک «رادیان» خواهد بود. اندازهٔ زاویه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

(رابطه را روی تخته بنویسید)

$$\text{اندازه زاویه بر حسب رادیان} = \frac{\text{طول کمان مقابل به زاویه}}{\text{شعاع دایره}}$$

بر اساس شکل ۱ــ۲ کتاب، اندازهٔ زاویه برحسب رادیان به این ترتیب نوشته می‌شود :

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{b}}{r}$$

که در آن :

α = اندازهٔ زاویه بر حسب رادیان

$\overset{\frown}{b}$ = طول کمان مقابل به زاویه

r = شعاع دایره (طول ضلع زاویه)

مثال : شعاع دایره‌ای ۲۰۰ سانتی‌متر است. طول کمان روبه‌رو به زاویه‌ای از این دایره که برابر یک رادیان است چه اندازه خواهد بود؟

پاسخ :

توضیح دهید : چون در زاویه یک رادیان طول کمان روبه‌رو برابر با شعاع دایره است و شعاع دایره در مثال برابر ۲۰۰ سانتی‌متر، بنابراین طول کمان مقابل به زاویه نیز ۲۰۰ سانتی‌متر خواهد بود.

مثال ۱ (صفحهٔ ۳۵) : در دایره‌ای به شعاع ۱۰۰ میلی‌متر حساب کنید :

الف) زاویهٔ مقابل به کمانی به طول $\overset{\frown}{b} = ۱۵۰\text{mm}$

ب) زاویهٔ دایرهٔ کامل برحسب رادیان

پاسخ :

توضیح دهید : نخست داده‌ها و خواستهٔ مثال را می‌نویسیم و پاسخ را با رابطهٔ ۱ــ۲ به‌دست می‌آوریم :

$r = ۱۰۰\text{mm}$: شعاع دایره

$\overset{\frown}{b} = ۱۵۰\text{mm}$ طول کمان

$\alpha = ?$: زاویهٔ مقابل به طول کمان

الف) $\alpha = \frac{\hat{b}}{r} = \frac{۱۵۰mm}{۱۰۰mm} = ۱/۵rad$

ب) برای زاویهٔ کامل دایره، دور تا دور دایره یا پیرامون آن

$$\alpha = \frac{\hat{b}}{r}$$

طول قوس کامل یک دایره $\hat{b}$ برابر محیط دایره است که آن برابر $u = ۲r\pi$ است.

بنابراین خواهیم داشت :

$$\text{زاویهٔ دایرهٔ کامل بر حسب رادیان} = \alpha = \frac{۲r\pi}{r} = ۲\pi$$

$$\alpha = \frac{۲\times۱۰۰\times۳/۱۴}{۱۰۰} = ۶/۲۸$$

توضیح دهید : زاویهٔ داخلی یک دایره در مثال ۲π به دست آمد که این زاویه چون ۳۶۰ درجه است پس :

$۲\pi rad = ۳۶۰^\circ$ از این رابطه می‌توان برابری‌های زیر را نوشت :

روی تخته بنویسید :

$$\text{زاویهٔ قائمه (۹۰ درجه)} = \frac{۳۶۰^\circ}{۴} = \frac{۲\pi rad}{۴} \Rightarrow ۹۰^\circ = \frac{\pi}{۲} rad$$

توضیح دهید : با توجه به این‌که زاویهٔ راست ۹۰ درجه یا $\frac{\pi}{۲}$ رادیان است، پس می‌توان نوشت :

$$\text{یک درجه} = \frac{۱}{۹۰}L = \frac{\frac{\pi}{۲}}{۹۰} \Rightarrow ۱^\circ = \frac{\pi}{۱۸۰} rad$$

شکل ۳ــ۷ را روی تخته رسم کنید و توضیح دهید.

برآورد برابری رادیان و درجهٔ تناسب زیر را روی تخته بنویسید.

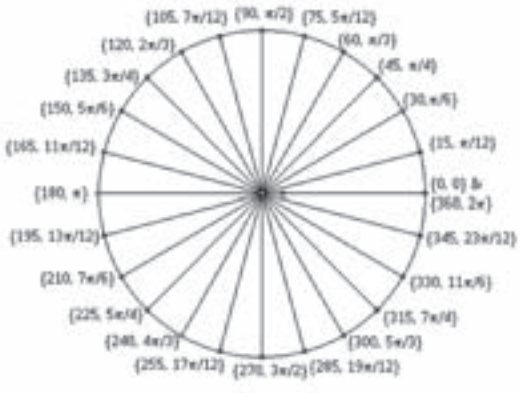
$$\frac{۲\pi_{rad}}{۱_{rad}} = \frac{۳۶۰^\circ}{x^\circ} \Rightarrow x^\circ = \frac{۱_{rad}\times۳۶۰^\circ}{۲\pi_{rad}} = ۵۷/۳$$

$$۱rad = ۵۷/۳^\circ$$

برابری رادیان و درجه را روی تخته بنویسید و توضیح دهید :

$$۱^\circ = \frac{\pi}{۱۸۰} rad$$

$$۱rad = ۵۷/۳^\circ$$



شکل ۴ــ۷ــ برابری چند زاویه برحسب درجه و رادیان

مثال دوم صفحهٔ ۳۵ کتاب : زاویهٔ $\alpha = ۳۰^\circ$ را به رادیان تبدیل کنید.

پاسخ : ابتدا رابطهٔ مقدار یک درجه بر حسب رادیان نوشته شود

$$\alpha = ۱^\circ = \frac{\pi}{۱۸۰} rad$$

به هنرجویان بگویید : یک درجه برابر $\frac{\pi}{۱۸۰} rad$ است، پس ۳۰ درجه برابر خواهد بود :

$$\alpha = ۳۰^\circ = ۳۰\times\frac{\pi}{۱۸۰} rad = \frac{۳۰^{۱}\times\pi}{۱۸۰_{۶}} = \frac{\pi}{۶} rad$$

مثال : زاویهٔ $\alpha = ۶۰^\circ$ را به رادیان تبدیل کنید.

پاسخ :

$$\alpha = ۶۰^\circ = ۶۰ \times \frac{\pi}{۱۸۰} \text{rad} = \frac{\pi}{۳} \text{rad}$$

تمرین : زاویهٔ $\alpha = ۱۲۰^\circ$ را به رادیان تبدیل کنید.

$$\alpha = ۱۲۰^\circ = ۱۲۰ \times \frac{\pi}{۱۸۰} \text{rad} = \frac{۲\pi}{۳} \text{rad}$$

کار در خانه : زوایای $\alpha = ۱۵۰^\circ$ و $\alpha = ۲۱۰^\circ$ را به رادیان تبدیل کنید.

پاسخ :

$$\alpha = ۱۵۰^\circ = ۱۵۰ \times \frac{\pi}{۱۸۰} \text{rad} = \frac{۵\pi}{۶} \text{rad}$$

$$\alpha = ۲۱۰^\circ = ۲۱۰ \times \frac{\pi}{۱۸۰} \text{rad} = ۱\frac{\pi}{۶} \text{rad}$$

مثال سوم صفحهٔ ۳۵ : زاویهٔ $\beta = ۰/۷۳۳۰$ چند درجه است؟

پاسخ : چون در موارد فوق محاسبه گردید که $۱\text{rad} = ۵۷/۳^\circ$ بنابراین خواهیم داشت :

$$\beta = ۰/۷۳۳۰ \text{ rad} = ۰/۷۳۳۰ \times ۱\text{rad}$$

$$= ۰/۷۳۳۰ \times ۵۷/۳^\circ$$

$$= ۴۲^\circ$$

مثال : زاویهٔ $\alpha = \frac{\pi}{۶} \text{rad}$ برحسب درجه محاسبه شود.

پاسخ :

$$\alpha = \frac{\pi}{۶} \text{rad} = \frac{\pi}{۶} \times ۵۷/۳^\circ = \frac{۳/۱۴}{۶} \times ۵۷/۳^\circ = ۳۰^\circ$$

تمرین : زاویهٔ $\alpha = \frac{\pi}{۴} \text{rad}$ برحسب درجه محاسبه شود .

پاسخ :

$$\alpha = \frac{\pi}{۴} \text{rad} = \frac{\pi}{۴} \times ۵۷/۳^\circ$$

$$= \frac{۳/۱۴}{۶} \times ۵۷/۳^\circ$$

$$= ۴۵^\circ$$

کار در خانه : زاویه $\alpha = \frac{۳\pi}{۲} \text{rad}$ را برحسب درجه محاسبه نمایید.

پاسخ :

$$\alpha = \frac{۳\pi}{۲} \text{rad} = \frac{۲\pi}{۳} \times ۵۷/۳^\circ$$

$$= \frac{۳ \times ۳/۱۴}{۲} \times ۵۷/۳^\circ$$

$$= ۲۷۰^\circ$$

۳ــ۷ــ اجزای درجه (صفحهٔ ۳۵)

توضیح دهید : یکاهای کوچک‌تر درجه عبارت‌اند از دقیقه و ثانیه.

موارد زیر را در بارهٔ علامت هر کدام و تبدیل یکا روی تخته بنویسید.

تبدیلات

علامت	نام
°	درجه
′	دقیقه
″	ثانیه

$۱^\circ = ۶۰'$

$۱' = ۶۰''$

$۱^\circ = ۶۰' = ۳۶۰۰''$

توضیح دهید : در محاسبات صنعتی معمولاً اندازهٔ زاویه به صورت اعشاری به دست می‌آید، بنابراین نیاز است که این اعداد به درجه، دقیقه و ثانیه تبدیل شوند.

مثال : اندازه $۴۵/۴^\circ$ را برحسب درجه و اجزای آن به دست آورید.

پاسخ : مثال را با روش زیر حل کنید.

$$\begin{array}{ll} ۴۵^\circ & = ۴۵^\circ \\ ۰/۴^\circ = ۰/۴ \times ۶۰' & = ۲۴' \\ \hline ۴۵/۴^\circ & = ۴۵^\circ, ۲۴' \end{array}$$

مثال : $۶۴/۳۸^\circ$ را برحسب درجه و اجزای آن به دست آورید.

پاسخ :

$$\begin{array}{ll} ۶۴^\circ & = ۶۴^\circ \\ ۰/۳۸^\circ = ۰/۳۸ \times ۶۰' & = ۲۲/۸' \\ ۰/۸' = ۰/۸ \times ۶۰'' & = ۴۸'' \\ \hline ۶۴/۳۸^\circ & = ۶۴^\circ, ۲۲', ۴۸'' \end{array}$$

تمرین : اندازهٔ زاویه‌ای $\alpha = ۵/۷۱۰۶^\circ$ است، اندازه آن را بر حسب درجه و اجزای آن به دست آورید .

پاسخ :

$$\begin{array}{ll} ۵^\circ & = ۵^\circ \\ ۰/۷۱۰۶^\circ = ۰/۷۱۰۶ \times ۶۰' & = ۴۲/۶۳۶' \\ ۰/۶۳۶' = ۰/۶۳۶ \times ۶۰'' & = ۳۸۱۶'' \\ \hline ۵/۷۱۰۶^\circ & = ۵^\circ, ۴۲', ۳۸''/۱۶ \end{array}$$

کار در خانه : زاویهٔ مخروطی $۲^\circ, ۵۱', ۴۰''$ است. اندازهٔ این زاویه را بر حسب درجه حساب کنید.

$$\begin{array}{ll} ۲^\circ & ۲^\circ \\ ۵۱' = \frac{۵۱^\circ}{۶۰} & = ۰/۸۵ \\ ۴۰'' = \frac{۴۰}{۶۰ \times ۶۰} & = ۰/۰۱۱ \\ \hline ۲^\circ, ۵۱', ۴۰'' & = ۲/۸۶۱^\circ \end{array}$$

S

در ادامه، زاویه‌های n ضلعی‌های منظم شکل ۳ــ۲ را روی تخته بکشید و زوایای α و β روی آن را مشخص کنید. سپس رابطه‌های ۳ــ ۲ و ۴ــ ۲ را روی تخته بنویسید و اجزای آن‌ها را توضیح دهید.

$$\alpha = \frac{۳۶۰^\circ}{n} \quad (۳ــ ۲)$$

$$\beta = ۱۸۰^\circ - \frac{۳۶۰^\circ}{n} \quad (۴ــ ۲)$$

که در آن‌ها

α = زاویهٔ مرکزی مقابل به یک ضلع در چندضلعی منتظم

n = تعداد اضلاع

β= زاویهٔ بین دو ضلع چند ضلعی منتظم

مثال : در یک پنج ضلعی منتظم، زاویهٔ مرکزی مقابل به یک ضلع (α) و زاویهٔ بین دو ضلع (β) را به دست آورید.

پاسخ : از رابطهٔ ۳ــ۲ مقدار α را به دست آورید.

n=۵

α=?

β=?

$$\alpha = \frac{۳۶۰^\circ}{n} = \frac{۳۶۰^\circ}{۵} = ۷۲^\circ$$

و از رابطهٔ (۴ــ۲) مقدار β را به دست آورید.

$$\beta = ۱۸۰ - \frac{۳۶۰^\circ}{n}$$

$$= ۱۸۰ - \frac{۳۶۰^\circ}{۵}$$

$$= ۱۰۸^\circ$$

تمرین : زاویهٔ مرکزی مقابل به ضلع و نیز زاویهٔ بین دو ضلع یک شش ضلعی منتظم را به‌دست آورید.

پاسخ :

n=۶

α=?

β=?

$$\alpha = \frac{۳۶۰^\circ}{n} = \frac{۳۶۰^\circ}{۶} = ۶۰^\circ$$

$$\beta = ۱۸۰^\circ - \frac{۳۶۰^\circ}{۶} = ۱۲۰^\circ$$

کار در خانه : زاویهٔ مرکزی مقابل به ضلع و نیز زاویهٔ بین دو ضلع را در یک دوازده ضلعی منتظم محاسبه نمایید.

پاسخ :

n=۱۲

α=?

β=?

$$\alpha = \frac{۳۶۰^\circ}{n}$$

$$= \frac{۳۶۰}{۱۲} = ۳۰^\circ$$

$$\beta = ۱۸۰^\circ - \alpha = ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ$$

$$\beta = ۱۵۰^\circ$$

۴ــ۷ــ چهار عمل اصلی زوایا (صفحهٔ ۳۶)

ــ جمع درجه

توضیح دهید : در جمع زاویه‌ها اعدادی که کمیت‌های یکسان دارند با هم (به ترتیب ثانیه با ثانیه و دقیقه با دقیقه و درجه با درجه) جمع می‌شوند و باید در نظر گرفت که به ازای هر ۶۰ ثانیه یکی به دقیقه و به ازای هر ۶۰ دقیقه یکی به درجه اضافه می‌شود.

مثال : حاصل جمع دو زاویه را به دست آورید.

$$۳۰^\circ, ۴۰', ۵۰'' + ۲۰^\circ, ۳۰', ۴۰''$$

پاسخ : موارد زیر را با حل مثال توضیح دهید.

ابتدا اندازهٔ دو زاویه را زیر هم بنویسید، به‌گونه‌ای که درجه زیر درجه، دقیقه زیر دقیقه و ثانیه زیر ثانیه باشد. سپس حاصل را محاسبه کنید.

$$۳۰^\circ, ۴۰', ۵۰''$$
$$+ ۲۰^\circ, ۳۰', ۴۰''$$
$$= ۵۰^\circ, ۷۰', ۹۰''$$

تبدیل ثانیه به دقیقه

$$= ۵۰^\circ, ۷۱', ۳۰''$$

تبدیل دقیقه به درجه

$$= ۵۱^\circ, ۱۱', ۳۰''$$

در پاسخ به دست آمده به ازای هر ۶۰ ثانیه یک واحد به دقیقه و به ازای هر ۶۰ دقیقه یک واحد به درجه اضافه می‌شود. بنابراین خواهیم داشت ۶۰ ثانیه کم و یک واحد به دقیقه اضافه می‌شود. $۵۰^\circ, ۷۱', ۳۰''$

۶۰ دقیقه کم و یک واحد به درجه اضافه می‌شود. $۵۱^\circ, ۱۱', ۳۰''$

ــ تفریق درجه

دربارهٔ تفریق زاویه‌ها توضیح دهید :

در تفریق زاویه‌ها به ترتیب ثانیه از ثانیه و دقیقه از دقیقه و درجه از درجه کسر می‌شود و باید در نظر گرفت که اگر عدد بالایی ثانیه از عدد پایینی کوچک‌تر باشد ۶۰ ثانیه به عدد بالا اضافه و یک یکا از رقم دقیقه بالایی کم می‌شود و به همین ترتیب در مورد دقیقه نیز عمل می‌گردد.

مثال : (صفحهٔ ۳۷) $۶۱^\circ, ۳۴', ۴۲'' - ۳۸^\circ, ۳۶', ۳۷''$

پاسخ :

توضیح دهید : نخست اعداد با کمیت یکسان را به‌ترتیب گفته شده زیر هم بنویسید.

$$۶۱^\circ, ۳۴', ۴۲''$$
$$-۳۸^\circ, ۳۶', ۳۷''$$

چون در ستون دقیقه عدد $۳۶'$ از عدد $۳۴'$ بزرگ‌تر است پس یک واحد از ستون درجه کم و ۶۰ دقیقه به ستون دقیقه در عدد رویی اضافه می‌گردد.

$$۶۰^\circ, ۹۴' ۴۲''$$
$$-۳۸^\circ, ۳۶' ۲۷''$$
$$۲۲^\circ, ۵۸' ۱۵''$$

ـــ ضرب درجه

توضیح دهید : زاویه‌ها را در یکدیگر نمی‌توان ضرب کرد ولی زاویه را به منظور چند برابر کردن می‌توان در عددی ضرب کرد. به این صورت که عدد به ترتیب در ثانیه و دقیقه و درجه ضرب و حاصل ضرب هر کدام جداگانه نوشته می‌شود. اگر حاصل ضرب ثانیه و دقیقه بیشتر از عدد ۶۰ باشد به ازای هر ۶۰ ثانیه اضافی یک واحد به دقیقه و هم چنین به ازای هر ۶۰ دقیقه اضافی یک واحد به درجهٔ حاصل ضرب اضافه و نتیجهٔ ساده شده نوشته می‌شود.

مثال صفحهٔ ۳۸ و توضیح پاسخ را روی تخته بنویسید.

مثال : $۵ \times (۶۲^{\circ}, ۳۴', ۵۶'')$

پاسخ : عدد ۵ جداگانه در درجه ،دقیقه و ثانیه ضرب می‌گردد.

$۶۲^{\circ} \times ۵ = ۳۱۰^{\circ}$

$۳۴' \times ۵ = ۱۷۰'$

$۵۶'' \times ۵ = ۲۸۰''$

$۳۱۰^{\circ}, ۱۷۰', ۲۸۰''$

سپس به روش گفته شده حاصل ضرب ساده شود.

$۳۱۲^{\circ}, ۵۴', ۴۰''$

ـــ تقسیم زاویه

توضیح دهید : دو زاویه را نمی‌توان بر هم تقسیم نمود، ولی زاویه را می‌توان به عددی تقسیم کرد. به این ترتیب که نخست اندازهٔ زاویه برحسب درجه به عدد مورد نظر تقسیم می‌شود. اگر باقی مانده‌ای به دست آمد در ۶۰ ضرب و با عدد دقیقهٔ همان زاویه جمع و بر عدد مقسوم‌علیه تقسیم می‌شود و این عمل را در مورد دقیقه و ثانیه نیز انجام می‌دهند.

کار در خانه : زاویه $۳۳^{\circ}, ۱۷', ۲۸''$ را بر ۴ تقسیم کنید.

$$\frac{۳۳^{\circ}, ۱۷' ۲۸'' \div ۴}{۳۳^{\circ} \div ۴ = \boxed{۸^{\circ}}}$$

$$\frac{-۳۲^{\circ}}{۱^{\circ}} \Rightarrow = ۶۰'$$

$$+۱۷'$$

$$= ۷۷' \Rightarrow ۷۷' \div ۴ = \boxed{۱۹'}$$

$$-۷۶'$$

$$= ۱' = ۶۰'' \Rightarrow ۶۰''$$

$$+ ۲۸''$$

$$= ۸۸'' \Rightarrow ۸۸'' \div ۴ = \boxed{۲۲''}$$

$$-۸۸''$$

$$= ۰ \Rightarrow ۳۳^{\circ}, ۱۷', ۲۸'' \div ۴ = \boxed{۸^{\circ}\ ۱۹'\ ۲۲''}$$

یادآوری برخی از قضایای هندسی (۲ــ ۲ صفحهٔ ۳۸)

شکل سمت چپ از شکل ۴ــ۲ را روی تخته رسم کنید.

شکل ۵ــ۷ (شکل ۴ــ۲ کتاب سمت چپ)

توضیح دهید : دو زاویه را متمم گویند اگر مجموع زوایای آن‌ها ۹۰ درجه باشد و در ادامه، رابطهٔ دو زاویهٔ متمم را روی تخته بنویسید.

$\alpha + \beta = ۹۰^\circ$ رابطهٔ دو زاویهٔ متمم

مثال : اگر β و α دو زاویهٔ متمم باشند و اندازهٔ $\alpha = ۴۰^\circ$ است، اندازهٔ زاویه β را به دست آورید.

پاسخ :

$\alpha = ۴۰^\circ$

$\beta = ?$

$\alpha + \beta = ۹۰^\circ$

$\beta = ۹۰^\circ - \alpha$

$\beta = ۹۰^\circ - ۴۰^\circ = ۵۰^\circ$

تمرین : دوزاویهٔ β و α متمم یکدیگرند. اگر اندازهٔ زاویهٔ α دوبرابر اندازهٔ β باشد اندازه دو زاویه را به دست آورید.

پاسخ :

$\alpha + \beta = ۹۰^\circ$

$\alpha = ۲\beta$

$\alpha = ?$

$\beta = ?$

$\alpha + \beta = ۹۰^\circ$

$۲\beta + \beta = ۹۰^\circ$

$۳\beta = ۹۰^\circ \Rightarrow \beta = \frac{۹۰^\circ}{۳} = ۳۰^\circ$

توضیح دهید : اگر مجموع دو زاویه ۱۸۰° باشد آن دو زاویه را مکمل یکدیگر گویند.

رابطهٔ دو زاویهٔ مکمل را روی تخته بنویسید.

$\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ$

مثال : دو زاویهٔ β و α مکمل یکدیگرند. اگر اندازهٔ $\alpha = ۵۰^\circ$ باشد اندازهٔ β را به دست آورید.

پاسخ :

$\alpha = ۵۰^\circ$

$\beta = ?$

$\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ$

$\beta = ۱۸۰^\circ - \alpha$

$\beta = ۱۸۰^\circ - ۵۰^\circ = ۱۳۰^\circ$

تمرین : اندازهٔ $\alpha = ۳۸^\circ$ و $\beta = ۵۲^\circ$ است. متمم یا مکمل بودن این دو زاویه را با یکدیگر بررسی کنید.

پاسخ :

طبق تعریف، دو زاویهٔ α و β با یکدیگر متمم هستند.　　$۵۲^\circ + ۳۸^\circ = ۹۰^\circ$

شکل ۵ــ۲ صفحه ۳۹ کتاب را روی تخته رسم نمایید.

$\alpha + \beta + \gamma = ۱۸۰^\circ$　　$\alpha + \beta + \gamma + \delta = ۳۶۰^\circ$　　$\alpha + \beta + \gamma + \delta = ۳۶۰^\circ$

شکل ۶ــ۷ (شکل ۵ــ ۲ کتاب)

توضیح دهید : مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° و مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی بسته ۳۶۰° است .

مثال‌های زیر را در کلاس با ارائهٔ توضیح حل کنید.

پرسش : اندازهٔ یک زاویهٔ مثلث قائم‌الزاویه‌ای $\alpha = ۳۰^\circ$ است. اندازهٔ زاویهٔ دیگر آن را معین کنید.

پاسخ : مثلث قائم‌الزاویه است پس یک زاویهٔ آن ۹۰° و زاویهٔ دیگر آن با شرح مثال ۳۰° است و چون مجموع زوایای یک مثلث ۱۸۰° است، بنابراین خواهیم داشت :

$\alpha = ۳۰^\circ$　　$\alpha + \beta + \gamma = ۱۸۰^\circ$

$\beta = ۹۰^\circ$　　$۳۰^\circ + ۹۰^\circ + \gamma = ۱۸۰^\circ$

$\alpha + \beta + \gamma = ۱۸۰^\circ$　　$\gamma = ۱۸۰^\circ - ۱۲۰^\circ = ۶۰^\circ$

$\gamma = ?$

مثال : در یک چهار ضلعی بسته، اندازهٔ زوایای داخلی برابر هم‌اند. اندازه هر کدام از زوایای آن را محاسبه نمایید.

پاسخ : توضیح دهید : چون چهار ضلعی بسته است، بنابراین چون مجموع زوایای داخلی آن ۳۶۰° درجه و هر چهار زاویهٔ داخل با هم برابرند، بنابراین اندازه هر زاویه با هم برابر خواهد بود.

روی تخته بنویسید :

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = ۳۶۰^\circ$　　$\alpha + \beta + \gamma + \delta = ۳۶۰^\circ$

$\alpha = \beta = \gamma = \delta$　　$۴\alpha = ۳۶۰^\circ$

$$\alpha = \frac{۳۶۰^\circ}{۴} = ۹۰^\circ$$

کار در خانه : تمرین‌های صفحهٔ ۳۹ و ۴۰ کتاب را برای جلسهٔ آینده حل کنید.