

سازمان کتاب

کتاب آمار و مدلسازی به شرحی که ذیلاً خواهد آمد، تهیه خواهد شد.
الف - مقدمه کتاب: این مقدمه معرفی اجمالی کتاب، نحوه استفاده از آن و اشاره به برخی از هدف‌ها را دربر خواهد داشت. لزوم یادگیری آمار و مدل‌سازی و دورنمای کتاب توضیح داده می‌شود و در صورت لزوم توصیه‌هایی به دانش‌آموزان و دبیران خواهد داشت. پس از مقدمه، پیش‌گفتار و فهرست و فصول کتاب خواهد آمد.

ب - پیش‌گفتار

ج - فهرست

د - فصول کتاب: سازماندهی هر فصل از کتاب به شرح زیر است:

- تصویر موضوعی: این تصویر مرتبط با مبحث اصلی فصل می‌باشد.

- مقدمه: ایجاد انگیزه جهت طرح مباحث مطرح شده در فصل.

- بخشهای کتاب: این قسمت در * توضیح داده می‌شود.

- تمرین‌های دوره‌ای فصل: جهت ارتباط دادن مفاهیم با یکدیگر و جهت تقویت مهارت‌ها

و نگرش‌ها و جهت مرور مطالب فصل.

- پروژه: این بخش به منظور ایجاد تقویت روحیه همکاری و شناخت دقیق‌تر محیط اطراف

از طریق مشاهده و کسب اطلاعات و تجزیه و تحلیل اطلاعات در حین انجام پروژه و همچنین تقویت

مهارت‌های بیانی می‌باشد.

- سرگرمی و مطالب خواندنی و تاریخی مرتبط با مباحث فصل، در قالب بازیهای ریاضی،

مثال‌های تاریخی در جهت وسعت بخشیدن به اطلاعات تکمیلی و علاقه‌مند نمودن دانش‌آموزان به

مطالعه بیشتر.

- پیوست‌ها: جهت ارتقاء سطح علمی و عملی دانش‌آموزان علاقه‌مند به کسب اطلاعات

بیشتر، مطالبی که دانستن آنها مفید است ولی ممکن است به علت محدودیتهایی نتوان آنها را در متن

اصلی کتاب جای داد، به صورت پیوست در انتهای کتاب آورده می‌شود. مطالب آورده شده در این

قسمت جزء برنامه درسی رسمی نمی‌باشند و فقط به منظور توسعه معلومات دانش‌آموزان آورده می‌شوند.

این قسمت از کتاب شامل اجزای زیر می‌باشد:

- مطالب تکمیلی

- تمرینات تکمیلی

- پروژه‌های وسیع‌تر

۲- استفاده از ماشین حساب و کامپیوتر.

۵- بخش‌های کتاب: هر بخش از هر فصل نیز سازمانی تقریباً شبیه به سازمان فصل دارد که ذیلاً به آن‌ها اشاره می‌شود.

۱- مقدمه: این مقدمه شامل یک تصویر در ارتباط با موضوع بخش، یک متن و طرح سؤال جهت ایجاد انگیزه در دانش‌آموز است.

۲- متن بخش: در متن بخش، مطالب اصلی جهت انتقال دانش با استفاده از روش‌های ذکر شده در «روش‌های یاددهی - یادگیری» ارائه می‌شود. هدف از این قسمت ارائه مفاهیم اصلی و فعالیت‌های نظام‌دار می‌باشد. این قسمت شامل تصویرهای مربوط، سؤال و جواب و یا متن تفصیلی می‌باشد. برای درک صحیح دانش‌آموز، فعالیت‌هایی در این قسمت پیش‌بینی شده است. فرمول‌های این بخش به صورت رنگی و در کادر مناسب نوشته می‌شود.

۳- قسمت پایانی جهت تحکیم یادگیری: که خود شامل قسمتهای زیر است:

- تمرین: در قسمت تمرین مربوط به بخش‌ها، تمرین‌های تقریباً ساده‌ای که به تدریج درک دانش‌آموز را عمیق‌تر کند و او را در انجام محاسبات نیز توانا سازد، آورده می‌شوند.

- پروژه: در هر بخش دانش‌آموزان با یک پروژه و نحوه اجرای آن آشنا می‌شوند.

- فهرست اعلام: در بخش پایانی کتاب نیز فهرست اعلام با ذکر صفحه خواهد آمد.

ز - کتاب‌نامه: معرفی کتابهای مربوط به مطالب کتاب جهت آگاهی بیشتر

شرایط مساعد یادگیری و روش‌های یاددهی - یادگیری

در نظام سنتی آموزش و پرورش محور فعالیت‌های آموزشی و تربیتی معلم است. اوست که فعالیت‌ها را تعیین می‌کند و مراحل کار را قدم به قدم مشخص می‌نماید او به تنهایی در کلاس و فضای آموزشی نقش فعال دارد. همیشه گوینده اوست و حق صحبت دارد و قدرت در دست اوست. در حالی که دانش‌آموزان هیچ دخالتی در برنامه‌ریزی، تعیین مراحل کار، فعالیت و گفتگوی در کلاس ندارند و نقش منفعل در محیط مدرسه دارند. در دوره نوجوانی این ویژگی آموزشی و تربیتی می‌تواند به عنوان یک مشکل عمده مطرح شود. زیرا نوجوان در این سنین از توانایی‌های مختلف جسمی، شناختی و عاطفی برخوردار می‌شود. پس نقش او به گونه‌ای باید باشد که متضمن ویژگی‌ها و خصوصیات روان‌شناختی وی باشد و توانایی‌های او را در امر آموزش و پرورش به کمک گیرد. زیرا اگر نقش دانش‌آموزان نوجوان فقط نقشی منفعلانه باشد ممکن است به تدریج انگیزه یادگیری را از دست داده و یا رفتاری ناسازگارانه از خود نشان دهند. روش یادگیری در این دوره باید بیشتر مبتنی

بر روش یادگیری شناختی (اکتشافی) باشد. روشی که متضمن فعالیت بیشتر دانش‌آموزان در امر یادگیری می‌باشد و انگیزه‌ای برای دانش‌آموزان در امر یادگیری به وجود خواهد آورد و امکان خلاقیت بیشتری را برای آن‌ها فراهم خواهد آورد. برای به کار بردن این روش مراحل زیر پیشنهاد می‌شود:

۱- ایجاد جوی آرام: که دانش‌آموز اشتباه کردن را جزء لاینفک یادگیری بداند و برای بیان نظرهای خود حتی اگر آشکارا نادرست باشد مورد تمسخر قرار نگیرد زیرا اشتباه او زمینه یادگیری خواهد بود.

۲- ارائه موضوعی تهییج‌کننده یا سؤال برانگیز: که دانش‌آموز را تشویق کند. نکته اصلی این است که شرایط را طوری تنظیم کنیم که به بینش بیانجامد.

۳- جلوگیری از بحث‌های انحرافی: نظارت معلم بر بحث‌های دانش‌آموزان باید همیشه غیرمستقیم و هوشیارانه باشد تا اگر انحرافی در بحث پیش آمد آن را به موضوع اصلی برگرداند.

۴- استفاده از شیوه‌های تعلیم و تربیت باز: به دانش‌آموزان اجازه درگیر شدن و فعالیت داده شود و نیز می‌توان از طریق ایجاد گروه‌های کوچک مباحثه به مبادله نظر درباره مطالب درسی یا مطالعات خارج از کلاس پرداخت. می‌توان زمینه فعالیت‌های عملی را برای دانش‌آموزان فراهم آورد تا آن‌ها را در امور درسی مربوط به کلاس به انجام تحقیق و ارائه کنفرانس در کلاس تشویق نمود.

یاددهی - یادگیری فرایندی دارد و متأثر از ماهیت علم مورد یادگیری - یاددهی و ساختار و ویژگی‌های آن و مسائل روان‌شناختی، جامعه‌شناختی، و مسائل فرهنگی و مبانی فلسفی حاکم است. به طور کلی دسته‌بندی‌هایی برای روش‌های یاددهی - یادگیری وجود دارد. از جمله روش‌های کلامی، مکاشفه‌ای، مفهومی، فعال، الگوریتمی و ... هر یک از این روش‌ها مفید هستند ولی درجه مفید بودنشان در هر علمی متفاوت است. لذا باید با توجه به این روش‌های آموزشی و محتوای ریاضی و تئوری‌های آموزش ریاضی روش یا ترکیب مناسبی از روش‌ها را برگزینیم. پولیا می‌گوید: «ریاضیات دو منظر و سیما دارد. یکی علم دقیق اقلیدس است و دیگری علم تجربی، آزمایشی و استقرایی، که هر دو به اندازه خود ریاضیات قدمت دارند.»

سیمای دوم از یک نظر نو است. زیرا مطابق با تکوین ریاضیات است. در مورد آموزش خوب ریاضی می‌گوید: «آموزش خوب یعنی فراهم کردن فرصت‌های یادگیری به طور نظام‌دار برای دانش‌آموز تا خود بتواند به کشف و ابداع مفاهیم ریاضی بپردازد.» بنابراین:

۱- ریاضی در حال پیدایش، علمی تجربی، آزمایشی و استقرایی است. بنابراین به همین شیوه باید تدریس شود.

۲- دانش‌آموز محور یادگیری خودش است و باید سهم اصلی در ساختن دانش خود داشته باشد و وظیفه معلم طراحی فرصت‌های یادگیری مناسب و مدیریت و معماری جریان یاددهی - یادگیری است.

علاوه بر این، نظریات پیاز و ویگوتسکی تأکید بر کار گروهی، مشارکت جمعی به وسیله خود دانش‌آموزان در یادگیری دارد و لذا بهتر است این چنین فرصت‌های نظام‌دار فراهم گردد و زمینه مشارکت و کار گروهی را بوجود بیاورد.

این اصول بیان‌گر این است که روش یاددهی - یادگیری ریاضی بایستی روشی استقرایی - علمی، دانش‌آموز محور، همراه با فعالیت و کار گروهی و مشارکت دانش‌آموز باشد، به طوری که روش آموزش از راه حل مسئله در بطن آن گنجانده شود و به گونه‌ای تلفیق گردند که هدف‌های کلی آموزش ریاضی برآورده شود. در روش فعال (پرسش و پاسخ) دو هدف اصلی ایجاد انگیزه در دانش‌آموز و تعامل در یادگیری برآورده می‌شود و با طرح سؤال‌های مناسب دانش‌آموز به سمت پاسخ‌هایی هدایت می‌شود که نتیجه آنها بیان‌کننده واقعیت‌های راجع به موضوع مورد بحث است. با به کارگیری روش توصیفی بخشی از کتاب که در بخش روش فعال ضرورت آن احساس شده توضیح داده می‌شود و با استفاده از روش کار گروهی و بابرخورداری از ارائه الگو از پروژه‌های مناسب، دانش‌آموز با روش‌های جمع‌آوری داده‌ها و انجام کار گروهی آشنا می‌شود و نیز حس مشارکت در کار گروهی و مهارت کاوشگری و تحقیق و مهارت‌های تفکر منطقی و انتقادی تقویت می‌شود و با ارائه نتایج پروژه‌ها مهارت‌های زبانی و اطلاع‌رسانی را تقویت می‌کنیم. با استفاده از روش حل مسئله و با طرح مسئله‌های متنوع و مناسب از بخش‌های مختلف کتاب دانش‌آموز با راهبردهای حل مسئله از قبیل درک و فهم و طرح حل مسئله و در نهایت حل مسئله و ارزش‌یابی راه حل و کاربردهای آن آشنا می‌شود و از تصاویر و نمودارها و جداول جهت جلب توجه دانش‌آموز و ارائه اطلاعات استفاده می‌شود.

ارزشیابی آموخته‌های دانش‌آموزان

شیوه ارزشیابی باید به گونه‌ای انتخاب شود که امکان اندازه‌گیری و سنجش میزان دانسته‌ها و آموخته‌های دانش‌آموز و سنجش میزان دستیابی دانش‌آموز به هدف‌های ذکر شده در آموزش این درس را فراهم سازد. ارزشیابی در این درس در سه مرحله انجام می‌شود.

۱- امتحان کتبی: این روش، ما را در سنجش توانایی‌ها و مهارت‌های ذهنی و عقلانی چون یادآوری، بیان و به کارگیری مطالب آموخته شده و تفسیر داده‌ها و مطالب و استدلال، یاری می‌دهد.

این امتحان با توجه به سؤال‌های محدود کننده‌ای که در برنامه پیش‌بینی شده است، برگزار می‌شود و این امتحان ۶۰٪ کل نمره امتحانی دانش‌آموز را در بردارد.

۲- انجام پروژه: این روش سنجش، ما را در اندازه‌گیری توانایی‌های مشارکت در گروه که شامل مهارت‌های اجتماعی از قبیل توانایی برقراری ارتباط با دیگران، بحث در گروه و استماع نظرات و عقاید دیگران و احترام به آن‌ها و همکاری و نیز مهارت‌های ذهنی شامل مشاهده، کنجکاوی در محیط اطراف خود و جمع‌آوری اطلاعات و دسته‌بندی آن‌ها و بحث استدلال و استنتاج است، یاری می‌دهد. در این قسمت دانش‌آموزان به‌طور گروهی وظیفه دارند پروژه‌ای در ارتباط با مطالب درسی و مسائل محیط اطراف خود تعریف کرده و آن را اجرا نمایند. تهیه این پروژه ۲۵٪ نمره کل امتحان را در بردارد. (پیشنهاد می‌شود پروژه‌ها در گروه‌های ۵ یا ۶ نفره انجام شوند.)

۳- ارائه پروژه: این قسمت، علاوه بر سنجش مهارت‌های اجتماعی ذکر شده در بالا، به سنجش و پرورش مهارت‌های بیانی دانش‌آموز نیز می‌پردازد و دانش‌آموز را تشویق به تلاش بیشتر در گروه می‌نماید. دانش‌آموزان مکلفند پروژه‌های خود را به صورت سمینار ارائه نمایند تا ضمن تقویت قابلیت‌های گفتاری آن‌ها میزان درک آنها از مطالب روشن شود. ارائه پروژه به‌طور شفاهی ۱۵٪ کل نمره را دارد.

پیشنهاد می‌شود که معلمین در صورت امکان پرونده‌ای برای هر یک از دانش‌آموزان در ابتدای سال تهیه نمایند و در طی سال با مشاهده و نظارت مستقیم و غیرمستقیم بر فعالیت دانش‌آموزان و تلاش آنها و جمع‌آوری نمونه‌های کاری آنها در گروه‌ها و نیز برخی از تمرینات آنها، پیشرفت دانش‌آموزان را مورد بررسی قرار دهند و در طول سال و یا در پایان سال این پرونده در اختیار دانش‌آموز و خانواده‌هایشان نیز قرار گیرد تا در کنار معلم، دانش‌آموز و خانواده‌ی وی به مشکلات آموزشی دانش‌آموز و همچنین میزان پیشرفت وی در طول سال تحصیلی پی‌برده و در پی تقویت نکات و جنبه‌های مثبت و تضعیف نواقص و نکات منفی در دانش‌آموز باشند. برای ارزشیابی دانش‌آموزانی که در این درس تجدید می‌شوند، یک آزمون کتبی کفایت می‌کند.

عوامل مؤثر در اجرای موفق‌تر برنامه و محدودیت‌های آن

در موفقیت یک برنامه درسی عوامل گوناگونی دخیل هستند. از جمله این عوامل:

- ۱- ارزشیابی و اجرای آزمایشی کتاب جهت بهبود کیفیت کتاب؛
- ۲- توزیع کتاب‌های راهنمای معلم در سطح وسیع؛
- ۳- سطح علمی و حرفه‌ای معلمین: با برگزاری دوره‌های بازآموزی و آموزش مستمر به وسیله

- افراد متخصص می‌توان سطح علمی و حرفه‌ای معلمان را افزایش داد.
- ۴- تهیه یک اجرای ویدئویی از آموزش مطالب کتاب به وسیله دبیری موفق و مسلط و در اختیار قرار دادن این نوار در کلیه مراکز آموزشی؛
- ۵- توزیع ماشین حساب‌هایی با توانایی‌های لازم و قیمت مناسب و آموزش نحوه استفاده از این ماشین حساب‌ها؛
- ۶- انجام بازدیدهای علمی از مراکز جمع‌آوری اطلاعات از قبیل مراکز آمار ایران و بخش‌های آماری سایر ادارات و تحلیل آن‌ها و تهیه گزارش.
- ۷- همکاری دست‌اندرکاران اجرایی از جمله مسئولین مدارس طی انجام پروژه‌ها و تهیه وسایل لازم کمک آموزشی و تجهیز کتابخانه‌ها.
- ۸- چاپ خوب، رنگی و صحافی مناسب با صفحه‌آرایی زیبا.
- طبعاً عدم وجود و یا مشکلات موجود در اجرای هر یک از موارد فوق نقصی در اجرای موفق‌تر برنامه پدید می‌آورد.

بخش دوم

راهنمای تدریس کتاب آمار
و مدل سازی

پیدایش علم آمار

دولت‌ها همواره حجم زیادی «آمار (STATISTICS)» جمع‌آوری می‌کنند و آنها را مورد بررسی و تجزیه تحلیل قرار می‌دهند. به‌طور مثال سرشماری یکی از اعمال جمع‌آوری داده است. سرشماری ایده جدیدی نیست. سالها پیش، مصری‌ها اطلاعات عددی را جمع‌آوری می‌کرده‌اند که هنوز مورد مطالعه قرار می‌گیرند. برای مدت‌ها آمار (STATISTICS) به اطلاعات راجع به دولت اشاره داشت. لغت STATISTICS از لاتین STATISTICUS به معنای دولت ریشه گرفته است. در حدود قرن نوزدهم میلادی بود که مفهوم این لغت به اطلاعات عددی مختلف و نیز روشهای بررسی اطلاعات گسترش یافت.

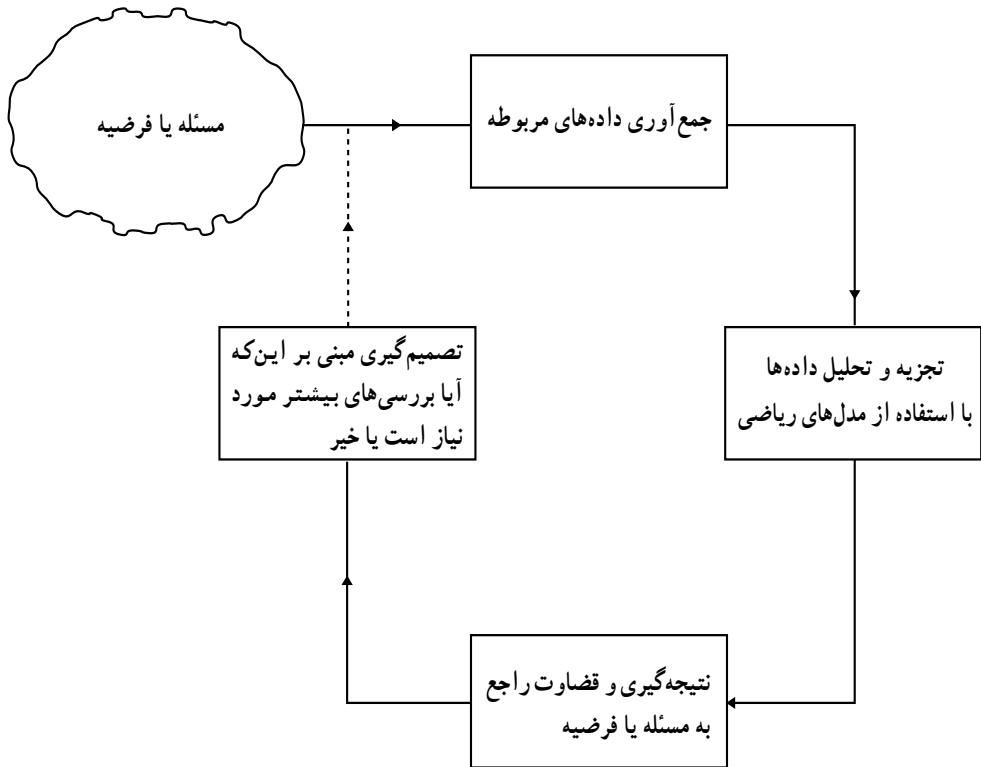
آمار مجموعه روشهایی است که برای جمع‌آوری، تجزیه تحلیل، تفسیر داده‌ها و تصمیم‌گیری راجع به آنها است.

توسعه روشها، برداشتها، طرحهای آزمایشی و تئوریهای آماری کنونی مدیون تلاش بسیاری از افراد می‌باشد. به‌طور مثال جان گانت (JOHN GAUNT) در بررسی نرخ مرگ و میر در نیمه اول قرن هفدهم میلادی مشاهدات خود را در لندن در سال ۱۶۶۲ به انتشار رسانید. او اعلام داشت که متولدین پسر بیشتر از متولدین دختر می‌باشند ولی به گونه‌ای تعداد افراد هر دو جنس پس از مدتی مساوی می‌شود. با توجه به نتایج این تحقیقات شرکتهای بیمه با توجه به جداول مرگ و میر سرمایه‌گذاری کردند. در زمینه زیست‌شناسی فرانسیس گالتون (FRANCIS GALTON) و کارل پیرسون (KARL PEARSON) در قرن نوزدهم میلادی کارهای مهمی در آمار انجام دادند. ویلیام اس، گاسیت (WILLIAM S GOSSETT) یکی از شاگردان پیرسون در رابطه با نمونه‌های کوچک تحقیقاتی داشته که مطالب خود را تحت عنوان t-test یک دانش‌آموز که ابزار آماری بسیار مفیدی است، منتشر نمود.

مطالعه آمار به دو حوزه مهم تقسیم می‌شود: ۱- آمار توصیفی ۲- آمار استنباطی
در آمار توصیفی بیشتر به جمع‌آوری و سازمان‌دهی و خلاصه نمودن و ارائه داده‌ها (اطلاعات) پرداخته می‌شود. همان‌طور که دیده خواهد شد ابزار آمار توصیفی جداول اعداد، نمودارها، برخی محاسبات عددی چون میانگین و ... می‌باشند. در آمار استنباطی به نتیجه‌گیری استنباط و پیش‌بینی و تصمیم‌گیری راجع به جامعه براساس اطلاعات به دست آمده از نمونه پرداخته می‌شود. در این حوزه است که آمار و احتمال بیشتر از هر جای دیگر با یکدیگر ارتباط پیدا می‌کنند. در دو دهه اخیر با افزایش استفاده از کامپیوتر و نرم‌افزارهای آماری، نقش آمار به عنوان ابزاری در تحقیقات تجربی

افزایش یافته و از آمار در تمام زمینه‌ها از پزشکی گرفته تا ورزش استفاده می‌شود. یکی از اولین آمارگران که به فعالیتها و دستیافتهای خود بیشتر مشهور است، فلورانس نایتینگل (FLORENCE NIGHTINGALE) ۱۸۲۰-۱۹۱۰ است.

او در تلاش خود برای بهبود وضع بیماران، داده‌ها و اطلاعاتی از بیمارستانهای مختلف در زمینه علل بیماری‌ها و درگذشت بیماران جمع‌آوری نمود. او متوجه شد که همواره باید پس از جمع‌آوری داده‌ها، آن‌ها را مورد بررسی قرار داده و آنها را تعبیر و تفسیر نمود. روزنامه‌ها منابع معمولی اطلاعات آماری هستند. اطلاعات و داده‌ها جمع‌آوری می‌شوند و منتشر شده و مورد نقد و نظرخواهی قرار می‌گیرند. جمع‌آوری داده‌ها کاری بدون هدف نمی‌باشد و معمولاً در فرآیند تهیه پاسخ یک سؤال یا مشکل و در بررسی و فرضیه‌سازی و آزمون فرضیه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک فعالیت آماری را می‌توان به شکل زیر خلاصه نمود:



اندازه‌گیری و مدل‌سازی

فصل ۱ – جلسه اوّل

مفاهیم: اندازه، واحد، مدل ریاضی، خطای اندازه‌گیری، خطای مدل
مهارت‌ها: اندازه‌گیری، مدل‌سازی، محاسبه خطای مدل، ارزشیابی مدل‌سازی
اهداف:

- آموزش مراحل اندازه‌گیری و مفاهیم مربوط به واحد اندازه‌گیری
- تقریب‌زدن و استفاده از تقریب در اندازه‌گیری
- اندازه‌گیری و استفاده از آن در مسائل و موقعیتهای روزمره

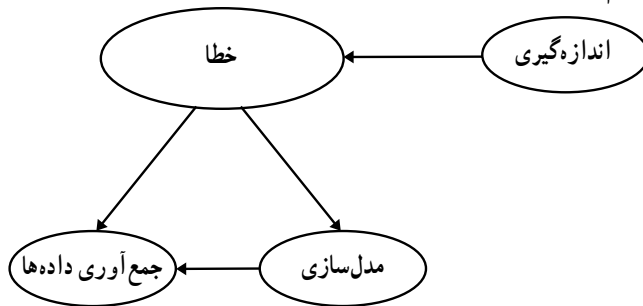
تأکید درس: اندازه‌گیری در برنامه‌ریزی درسی از اهمیت اساسی برخوردار است. چون از طرفی به دانش‌آموزان کمک می‌کند کاربرد ریاضیات در زندگی روزمره را بفهمند و از طرف دیگر بسیاری از مفاهیم و مهارت‌ها را در مسیر رشد دانش‌آموزان قرار می‌دهد. اندازه‌گیری یک خواستگاه طبیعی است برای درک نیاز دانش‌آموزان به کسرها و نمایش اعشاری و دانش‌آموزان را تشویق می‌کند در حل و بحث مسائل فعالانه تلاش کنند. دانش‌آموزان باید هم مفهوم اندازه‌گیری و هم خصوصیت مورد اندازه‌گیری را مستقلاً بشناسند. اما پیش از آن باید در چندین فعالیت که بر مقایسه اشیاء به‌طور مستقیم، پوشاندن آن‌ها با واحدهای متفاوت و شمارش آن‌ها، تأکید می‌کنند، شرکت کنند. استفاده زودرس از ابزارهای اندازه‌گیری و فرمول‌ها دانش‌آموزان را از درک اهمیت حل مسائل اندازه‌گیری باز می‌دارد. تقریب‌زدن نیز مورد تأکید است. زیرا به دانش‌آموزان کمک می‌کند درک خوبی از واحدهای اندازه‌گیری پیدا کنند. موقعیتهای روزمره که در آنها تنها تقریبی مورد نیاز است باید در نظر گرفته شوند. از آنجا که اندازه‌گیری هرگز دقیق نیست، خوب است دانش‌آموزان عادت کنند که نتیجه اندازه‌گیری را همیشه با خطای آن گزارش کنند. اگر مفاهیم و مهارت‌های اندازه‌گیری در سراسر برنامه‌ریزی مورد توجه قرار گیرد، هم به آموزش دیگر مباحث کمک می‌کند و هم شرایطی را به‌وجود می‌آورد که مفاهیم و مهارت‌های اندازه‌گیری در ذهن دانش‌آموزان نهادینه شود.

بحث: اولین قدم این است که خصوصیات مختلفی از یک شیء خاص موضوع اندازه‌گیری

قرار بگیرد. مثلاً برای یک جعبه کفش، ظرفیت، ارتفاع، مساحت کف، جرم، محیط قاعده جعبه می‌تواند اندازه‌گیری شود. دانش‌آموزان با تخمین زدن ذهنی خصوصیات مورد نظر به وسیله نگاه کردن، لمس کردن و مقایسه ذهنی اشیاء پیش از اندازه‌گیری مستقیم می‌توانند شهود خود را از واحدهای اندازه‌گیری تقویت کنند. مراحل اندازه‌گیری هر خصوصیتی بدین قرارند:

انتخاب واحد مناسب، مقایسه واحد با شیء مورد نظر، گزارش تعداد واحدهایی که اندازه شیء را تقریب می‌زنند که می‌تواند با شمارش، با ابزار اندازه‌گیری یا با فرمول مشخص شود. واحد اندازه‌گیری باید در خصوصیت مورد اندازه‌گیری با شیء مورد نظر اشتراک داشته باشد و خطای اندازه‌گیری به انتخاب واحد و ابزار اندازه‌گیری بستگی دارد.

مباحث ریاضی مربوط: محاسبات عددی، محاسبات هندسی، مفاهیم آماری، مفهوم تابع نمودار مفاهیم:



اندازه‌گیری و مدل‌سازی

موضوع اندازه‌گیری و مدل‌سازی برای دانش‌آموزان ابهاماتی دارد؛ به ویژه آن‌که قالب فکری او با روشهای معمولی و جاری و عام اندازه‌گیری شکل گرفته است. در مدل‌سازی ریاضی، موضوع مورد بحث را با کمک مفروضاتی ساده، تبدیل به اشیاء، روابط و قضایای ریاضی می‌کنیم.

مثلاً در علم آمار اشیاء و موضوعات خارج از دنیای ریاضی را به دنیای ریاضیات نزدیک می‌کنیم و یا گاهی در مطالعات فیزیک و مکانیک اجسام را به صورت نقطه در نظر می‌گیرند.

اگر بخواهند یک شیء خارج از دنیای ریاضیات را مطالعه کنند، در مطالعات اولیه، نزدیک‌ترین شکل ریاضی به آن را به عنوان شکل آن شیء مجسم می‌کنند. مثلاً اجرام آسمانی را به صورت کره فرض می‌کنند که اصلاً این‌طور نیستند. البته اگر بخواهند مطالعه دقیق‌تر شود شاید از ترکیبی از شکل‌ها استفاده شود، ولی در هر صورت می‌توانید اختلاف زیادی بین آن شیء و این مدل بیابید. اگر این مدل مناسب انتخاب شده باشد اختلافها لطمه‌زایی به کار مطالعه نخواهند زد. در بحث اندازه‌گیری سعی می‌کنیم با دقت بیشتر در اندازه‌گیری مدل ریاضی را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کنیم.

از دانش‌آموزان بخواهید که ضخامت کتاب خود را، دقیق اندازه‌گیری کنند. در کلاس دانش‌آموزان زیادی را خواهید یافت که اندازه‌های آنها با هم متفاوت است. ممکن است دانش‌آموزان بگویند جوابهای ما متفاوت است به این علت که ما هر یک کتابهای خود را اندازه گرفته‌ایم و اگر چه کتابها همه تولید شده از یک نوع کاغذ و مقوا هستند ولی ممکن است ضخامت آنها متفاوت باشد (کسی که این دلیل را می‌آورد دانش‌آموز دقیقی است و به هدفهای مبحث اندازه‌گیری بسیار نزدیک شده است، از او بخواهید دلایل این یکسان نبودن ضخامت کتابها را توضیح دهد). برای آن که این مشکل هم برطرف شود از آنها بخواهید یک کتاب مشخص را اندازه بگیرند. در این حالت انتظار داریم.

۱- باز هم جوابهایی باشند که با هم متفاوت‌اند.

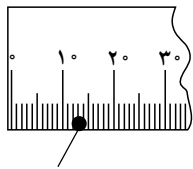
۲- میزان اختلافات، از میزان اختلافات در حالت قبل که هر یک کتاب خود را اندازه‌گیری کرده بود، کمتر باشد.

دلیل این تفاوت در اندازه‌ها بنابر علت‌های زیر است.

۱- خطای دید.

۲- هر یک از دانش‌آموزان از روی وسیله خودشان اندازه‌ها را

می‌خوانند.



۳- نحوه گرد کردن عددی که هر دانش‌آموز روی وسیله اندازه‌گیری

می‌خواند، متفاوت است.

مثلاً در شکل بالا نقطه مشخص شده را یکی ممکن است ۱۳ و دیگری ۱۴ بخواند.

از دانش‌آموزان بپرسید که در کدام یک از مورد زیر اختلاف بیشتری در اندازه‌گیری‌های دانش‌آموزان مشاهده خواهد شد.

۱- با یک وسیله ضخامت یک کتاب مشخص به وسیله دانش‌آموزان اندازه‌گیری شود.

۲- با یک وسیله هر دانش‌آموز ضخامت کتاب خود را اندازه بگیرد.

۳- هر دانش‌آموز با وسیله خود، ضخامت کتاب خود را اندازه بگیرد.

پاسخ آن است که انتظار می‌رود تعداد اختلافها در ۳ از تعداد اختلافها در ۲ بیشتر باشد. انتظار

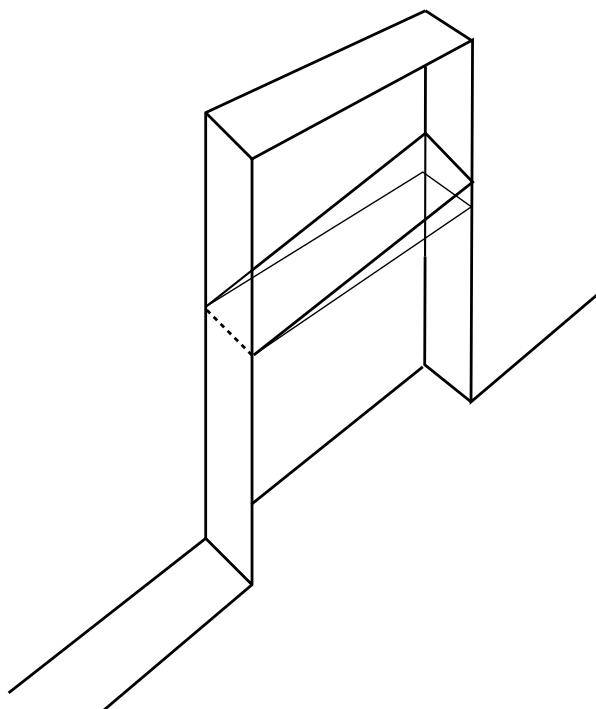
داریم تعداد اختلافها در ۱ از همه کمتر باشد. هرچقدر وسیله اندازه‌گیری دقیق‌تر باشد این اختلافها

بیشتر خواهند بود. وقتی که این اندازه‌گیریها انجام شد از کلاس بپرسید: بالاخره ضخامت کتاب

چقدر است؟ یک کتاب که نمی‌تواند ضخامت متغیر داشته باشد، نتیجه بگیرید که ضخامت واقعی کتاب

دست نیافتنی است. این واقعیت را به صورت $I = 2 + E$ نشان می‌دهیم. در محاسبات معمولی ممکن

است I را همان ۲ فرض کنیم و از اختلاف باقیمانده صرف نظر کنیم.

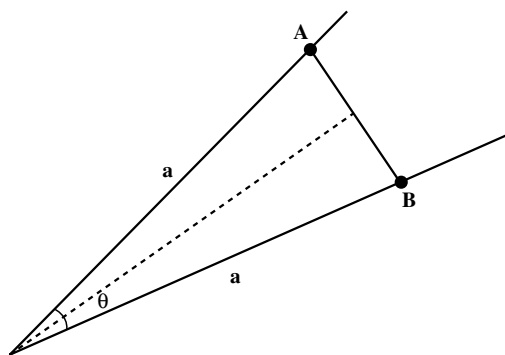


مثلاً اگر بخواهید یک طبقه چوبی در کتابخانه‌ای نصب کنید، هنگام کار گذاشتن طبقه در کتابخانه، طول آن ممکن است کوتاه‌تر یا بلندتر از اندازه لازم باشد. بتونه کاری و رنده کاری در نجاری مؤید این واقعیت است که :

– اندازه‌های واقعی فرورفتگی دست‌نیافتنی است.

– پیاده کردن دقیق اندازه‌های به دست آمده، روی تخته غیر ممکن است. معمولاً، اندازه‌گیری‌ها را برای انجام سایر محاسبات به کار می‌بریم، مثلاً می‌خواهیم حجم کره، حجم مکعب و یا چیزهای دیگر را حساب کنیم. در این

صورت می‌خواهیم بدانیم این اختلاف‌ها چگونه در اندازه حجم تأثیر می‌کند. ممکن است در ابتدا این تفاوت‌ها قابل چشم‌پوشی باشد؛ ولی وقتی که در محاسبات دخالت می‌کنند ممکن است ایجاد اختلاف زیادی کنند.

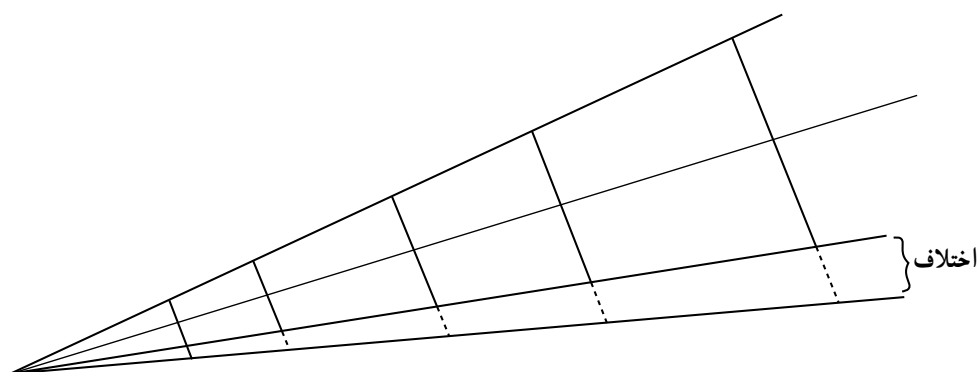


مثال: در شکل روبرو می‌خواهیم طول AB را با داشتن a و زاویه θ محاسبه کنیم. با استفاده از قوانین ریاضی و خواص مثلث متساوی‌الساقین و برخی روابط مثلثاتی خواهیم داشت :

$$AB = 2a \sin \frac{\theta}{2}$$

حال ممکن است فکر کنید یک ثانیه

اختلاف در اندازه‌گیری θ تأثیر زیادی در طول AB نخواهد گذاشت اما اگر A و B دو ستاره باشند که a فاصله آن‌ها تا زمین است و معمولاً این فاصله با واحد سال نوری اندازه گرفته می‌شود آنگاه یک ثانیه اختلاف در θ اختلاف بسیار بزرگی در AB ایجاد خواهد کرد.



این ملاحظات سبب می‌شود که در نجوم زاویه‌ها بسیار دقیق محاسبه شوند تا این اختلافها محسوس و چشمگیر نباشد.

حال که دانش‌آموزان به این حد از درک دربارهٔ اندازه‌گیری رسیدند، از آنها بپرسید یک پنج‌ریالی چه شکلی است؟ اگر قبلاً آن‌ها به این موضوع فکر نکرده باشند، پاسخ قریب به اتفاق کلاس این است که سکه پنج‌ریالی به شکل دایره است، اما واقعیت آن است که سکه یک استوانه است. می‌توانید یک ورقه کاغذ را به آنها نشان دهید و از آنها سؤال کنید چه شکلی است؟ این بار تعداد زیادی خواهند گفت مستطیل، اما در واقع مکعب مستطیل است، آنها از ضخامت سکه و ضخامت کاغذ صرف‌نظر کرده‌اند، یعنی حتی این اجسام که شکل تعریف شده ریاضی دارند باز هم با اشکال ساده‌تر ریاضی مدل‌بندی می‌شوند. ما از قطر صفحات کاغذ صرف‌نظر می‌کنیم ولی از ضخامت کتاب که از رویهم گذاشتن 200 برگ از این مستطیل‌هاست نمی‌شود صرف‌نظر کرد. این اختلاف‌ها وقتی در حجم و یا تعداد زیاد رویهم انباشته می‌شوند بسادگی قابل اغماض نیستند.

در مدل $E + 2 = I$ ، E در واقع آن بخشی از طول است که ما از آن صرف‌نظر می‌کنیم و نمی‌دانیم چقدر است، ماهیت این E که ناشی از خطاهای اندازه‌گیری است در بخش خطاها در درسهای پیشرفته جایگاه خاص خود را دارد. جهت اطلاع اضافه می‌شود که معمولاً E را دارای توزیع نرمال فرض می‌کنند.

ملاحظه کنید که در برخی از داروها که مقدار بسیار کمی از یک مادهٔ بخصوص وجود دارد، زیاد و یا کم شدن این مقدار ایجاد مشکلاتی می‌کند. در این قبیل موارد به راحتی نمی‌توان از مقادیر جزئی گذشت و آن‌ها را به سادگی گرد کرد. در این جا عواقب و عوارض این چشم‌پوشی‌ها جبران‌ناپذیر خواهد بود.

در نقشه‌های ساختمانی اگر خطایی به اندازه ۳ میلیمتر صورت گرفته باشد در عمل با توجه به مقیاس نقشه ممکن است این اختلاف سبب شود تا دیواری به اندازه ۳۰ سانتی‌متر جابه‌جا شود که در این صورت خانه‌ای بی‌قواره و بدون استفاده ساخته خواهد شد.

می‌دانید که کشورهای انگلستان و فرانسه به وسیله تونلی که زیر دریای مانس حفاری شد بهم وصل شدند. حفاری این تونل را از دو طرف شروع کردند. یک سر آن از انگلستان و سر دیگر آن از فرانسه و در بین راه، در محل تعیین شده این دو تونل دقیقاً بدون هیچ انحراف و یا اختلاف سطحی بهم رسیدند. هنر اندازه‌گیری و هنر پیاده‌کردن اندازه مهندسان در این اتفاق ظاهراً ساده به معرض نمایش گذاشته شد. اهل فن به خوبی متوجه مهارت‌هایی هستند که در این کار نمایش داده شده است. امیدواریم با دقتی که در دانش‌آموزان ایجاد می‌شود عمق این قبیل رویدادها را درک کنند.

مسائل دقت اندازه‌گیری در موشک دوربرد نیز حائز اهمیت است. با یک صدم میلیمتر خطا در تعیین چگونگی پرتاب موشک ممکن است با اختلافی معادل چند کیلومتر در عمل مواجه شویم. در سفرهای فضایی، وقتی که شاتل (هواپیمایی که به وسیله موشک به مدار زمین فرستاده شده است) فرود می‌آید محل دقیق برخورد چرخهای آن با باند فرودگاه به وسیله نوار سفید پهنی مشخص شده است و معمولاً هم روی همان نوار اولین برخورد با سطح زمین رخ می‌دهد که نشان از دقت اندازه‌گیری و مهارت در عمل دارد.

امروزه ساخته‌های دست بشر به اشکال ریاضی شباهت بیشتری دارد. کلبه‌هایی که قدیم می‌ساختند از مکعب مستطیل فاصله زیادی داشت ولی امروز در برج‌ها و ساختمان‌ها، اطاق‌ها به اشکال هندسی و یا ترکیبی از آنها بسیار نزدیکتراند. طول‌ها و اندازه‌ها با اختلاف کمی همان‌هایی هستند که باید باشند. هرچقدر صنعت و فن‌آوری پیشرفت می‌کند ریاضیات عینیت بیشتر پیدا می‌کند.

یکی دیگر از هدفهای این مبحث و طرح موضوع اندازه‌گیری آن است که این عادت حسنه را در دانش‌آموزان ایجاد کنیم تا محیط اطراف خود را بهتر ببینند و بشناسند و اطلاعات آن را استخراج کنند.

جمله زیر از آندره ژید نقل شده است :

«ناتانائیل ایکاش اهمیت در نگاه تو باشد، نه در آن چیزی که به آن می‌نگری»

(ناتانائیل، نام مخاطبی است که نویسنده در کتاب مائده‌های زمینی با او صحبت می‌کند.)

مثالهای تاریخی که می‌تواند به درک بهتر این جمله کمک کند عبارتند از :

۱- توجه به سقوط سیب به وسیله نیوتن، که منجر به کشف انقلابی قوه جاذبه شد. بسیاری‌ها

افتادن سیب را دیده‌اند ولی نیوتن هم دید.

۲- توجه به حرکت درآمدن در قابلمه به هنگام جوشیدن آب درون آن به وسیله پاپن که شاید با مشاهده این پدیده، موفق به اختراع دیگ بخار و ساختن لکوموتیو شد.

۳- توجه به کپکها به وسیله فلمینگ که منجر به کشف آنتی بیوتیکها شد.

۴- در ایران باستان آشپزی در ظرفهای مسی رایج بود. از طرفی نوعی بیماری هم که در برخی موارد کشنده بود در بین مردم شایع بود. توجه به اینکه وقتی که در ظرفهای سفالی غذا تهیه می شود و خورده می شود این بیماری ظهور نمی کند. ولی برعکس استفاده از ظرفهای مسی به شیوع آن کمک می کند و نتیجه گرفت که علت بیماری، خوردن و طبخ غذا در ظرفهای مسی است (علت بیماری زنگ ظرفهای مسی بود که سبب مسمومیت می شد).

از این مشاهدات و کنار هم گذاشتن نتایج آنها علم شکل می گیرد و پیشرفت می کند. اغلب به علت عدم دقت در مشاهدات به ظاهر پدیده ها اکتفا کرده و از حقایق پنهان در آنها غافل می مانیم، یک ضرب المثل قدیمی می گوید «تو مو می بینی و من پیچش مو»، که نشانه ای است از یک دیدن عمیقتر. علم آمار و احتمال عبارت است از استخراج حقایق پنهان در اشیاء، به وسیله مشاهدات ظاهر پدیده ها.

توضیح فعالیت فصل

فعالیت صفحه ۶

در این فعالیت باید علامت گذاری توسط شخص دیگری صورت گیرد تا از افقی بودن مداد یا خودکار هنگام علامت گذاری اطمینان حاصل شود.

پاسخ تمرینات فصل ۱: صفحه ۱۳

۱- به طور عملی اجرا شود. به طور مثال: $T = 27 + E$

اگر اطاق به ابزاری مجهز باشد که دمای اطاق را ثابت نگاه دارد، می توان از این مدل تا ۸ ساعت دیگر و یا تا هر زمانی که دمای اطاق ثابت یا تغییرات دما به گونه ای باشد که هنوز عدد ۲۷ خوانده شود، استفاده نمود.

۲- حالت های مختلف را در نظر بگیرید: مداد تراشیده به شکل استوانه، مداد تراشیده به شکل استوانه و مخروطی روی آن ...

در حالت استوانه شکل داریم: (به صورت واقعی اندازه گیری شود)

طول مداد برحسب میلی متر $l = 152 + E_1$

$d = 8 + E_2$

$v = \pi \left(4 + \frac{E_2}{4}\right)^2 (152 + E_1)$

با صرف نظر کردن از جملات مرتبه بالاتر خواهیم داشت:

$v \approx \pi (2432 + 60.8E_2 + 16E_1)$

$\approx 2432\pi + E$

۳- در حالت کلی خیر، مثال نقض: اگر طول مورد نظر تقریباً ۲۲ میلی متر باشد، با استفاده از خط کشی که برحسب سانتی متر مدرج شده است اندازه گیری شود، مدل طول به شکل $2 + E$ که در آن $|E| < 1 \text{ cm}$ است خواهد بود. حال اگر همین طول را با خط کشی که برحسب میلی متر درج شده است اندازه گیری کنیم مدل آن به صورت $22 + E$ که در آن $|E| < 1 \text{ mm}$ است خواهد بود که با $20 + E$ هم خوانی ندارد. این مدل در صورتی درست است که قدر مطلق خطای واقعی کمتر از ۱ میلی متر باشد.

۴- برای مثال: $|E| < 1 \text{ kg}$ و $61 + E$

۵- الف: طول یک گیره $|E| < 5 + E$ و $E > 0$

ب: طول یک گیره $|E| < 6 + E$ و $E < 0$

ج: $|E| < B$: $5A + 3B + E$: B طول گیره کوچک A طول گیره بزرگ