

### جدول عناوین بخش‌ها

شماره‌ی بخش	عنوان بخش	زمان
بخش اول	یادآوری و تکمیل ویژگی‌های تابع	۳۶ ساعت
بخش دوم	حدّ و پیوستگی	۳۶ ساعت
بخش سوم	مشتق و کاربردهای آن	۱۸ ساعت

## بخش اول

# یادآوری و تکمیل ویژگی‌های تابع

### هدف کلی بخش

آشنایی با ویژگی‌ها و شیوه‌های مختلف نمایش یک تابع، عملیات روی تابع‌ها و کاربردهای آن‌ها در زمینه‌های مختلف.

### جدول عناوین فصل‌ها

شماره‌ی فصل	عنوان فصل	زمان
اول	محور اعداد	۶ ساعت
دوم	بازه	۴ ساعت
سوم	تابع	۸ ساعت
چهارم	دامنه‌ی تابع‌های حقیقی	۶ ساعت
پنجم	عملیات روی تابع‌ها	۶ ساعت
ششم	ترکیب دو تابع	۶ ساعت

# بخش اول

## فصل اول

### محور اعداد

#### هدف کلی

یادآوری مطالب مربوط به محور اعداد و دستگاه مختصات

هدف‌های رفتاری: انتظار می‌رود فراگیر پس از پایان این فصل بتواند:

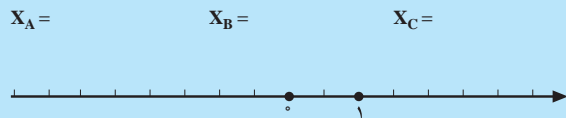
- ۱- محور اعداد را تعریف کند.
- ۲- دستگاه مختصات را رسم کند.
- ۳- مختصات نقطه‌های صفحه‌ی مختصات را تعیین کند.
- ۴- نقطه‌های داده شده را روی صفحه‌ی مختصات مشخص کند.

## پیش‌آزمون (۱)

محل پاسخ به سؤالات پیش‌آزمون (۱)



شکل ۱-۱



شکل ۱-۲

۱- محور اعداد را تعریف کنید.

۲- نقطه‌های روی محور را تعیین کنید (شکل ۱-۱).

۳- اگر  $x_A = -3$ ،  $x_B = \frac{1}{3}$  و  $x_C = 0.75$  نقطه‌های

A، B و C را روی محور اعداد مشخص کنید (شکل ۱-۲).

۴- نقطه‌های زیر را در یک دستگاه مختصات قائم

مشخص کنید :

$$A \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix}, C \begin{vmatrix} 0 \\ 4 \end{vmatrix}$$

۵- معادله‌های زیر را حل کنید.

الف)  $x + 8 = 0$

ب)  $2x + 3 = x - 5$

پ)  $\frac{3}{4}x + 2 = \frac{1}{6}x + 7$

۶- دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

۷- نقطه‌های  $A \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$ ،  $B \begin{vmatrix} -2 \\ -2 \end{vmatrix}$ ،  $C \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}$  و  $D \begin{vmatrix} -1 \\ 4 \end{vmatrix}$  داده

شده‌اند.

الف) کدام نقطه روی محور  $x$ ها قرار دارد؟

ب) کدام نقطه روی محور  $y$ ها قرار دارد؟

پ) کدام نقطه روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارد؟

ت) کدام نقطه در ناحیه سوم دستگاه مختصات است؟

## ۱-۱ محور اعداد

### معلم گرامی

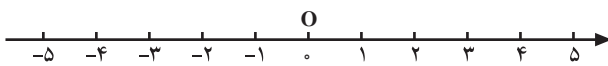
چنانچه به تفصیل در کتاب راهنمای معلم ریاضی (۳) آمده است، دانش‌آموزان را به گروه‌های چند نفری تقسیم کنید سپس با نظارت خود، فعالیت‌ها و کار در کلاس‌ها را توسط گروه‌ها انجام دهید.



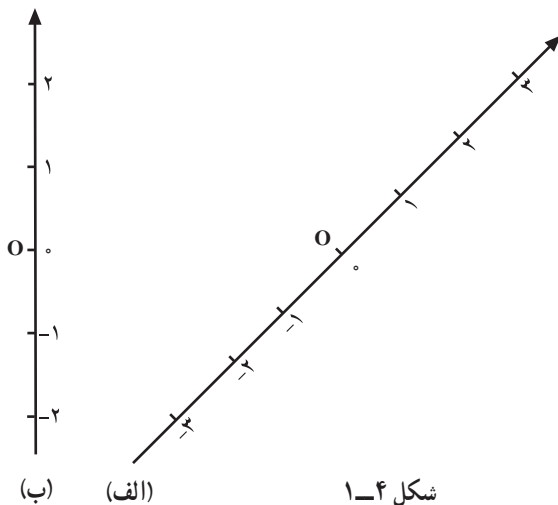
رنه دکارت (کارتزین): ارائه دهنده‌ی دستگاه مختصات

### فعالیت ۱-۱

(۱) یک خط راست، در زیر، رسم کنید.

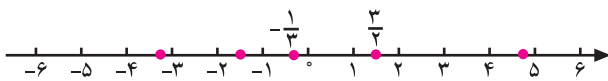


شکل ۱-۳

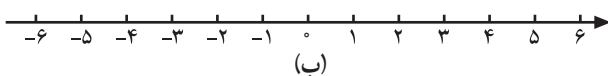


شکل ۱-۴

(الف) (ب)



(الف)



(ب)

شکل ۱-۵

(۲) یک نقطه به عنوان مبدأ روی این خط انتخاب کنید و آن را  $O$  بنامید.

(۳) در دو طرف نقطه‌ی  $O$  با یکای (واحد) مشخص، خط را تقسیم بندی کنید.

(۴) یک سوی خط را مثبت در نظر بگیرید و آن را با پیکان مشخص کنید.

(۵) عدد نظیر نقطه‌ی  $O$  را صفر بگیرید.

(۶) عددهای صحیح نظیر نقطه‌های دیگر تقسیم بندی را بنویسید.

شما به این ترتیب یک محور اعداد، مشابه محور اعداد شکل ۱-۳ ساخته‌اید.

نکته: محور اعداد می‌تواند به صورت افقی، قائم یا مایل رسم شود؛ اما، معمولاً آن را به صورت افقی یا قائم رسم می‌کنند. در شکل ۱-۴ دو محور اعداد در جهت‌های مختلف ملاحظه می‌کنید.

### فعالیت ۱-۲

(۱) روی محور اعداد (الف) چند نقطه و عدد نظیر هر یک مشخص شده‌اند، عددهای نظیر نقطه‌های قرمز را بنویسید (شکل ۱-۵).



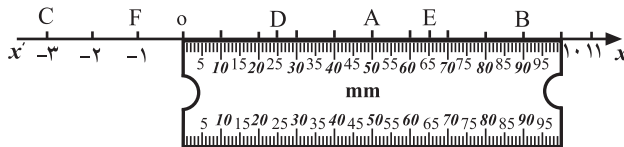
(۲) نقاط نظیر عددهای ۳،  $-\frac{5}{4}$ ،  $-\frac{7}{4}$  و  $\sqrt{2}$  را روی محور (ب) مشخص کنید.

(۳) نقطه‌ی نظیر  $\sqrt{2}$  را چگونه تعیین کردید؟

(۴) دانش‌آموزی نقطه‌ی نظیر  $\sqrt{2}$  را به این صورت مشخص کرده است. او می‌گوید: عدد  $\sqrt{2}$  در ماشین حساب به صورت عدد اعشاری...  $1/4142$  است. این عدد را تا یک رقم اعشار گرد می‌کنیم تا عدد  $1/4$  به دست آید. بعد، نقطه‌ی نظیر  $1/4$  را تعیین می‌کنیم. به نظر شما این روش مناسب است؟ نقطه‌ی نظیر  $\sqrt{3}$  را به این روش مشخص کنید.

(۵) یک محور اعداد رسم کنید و بر روی آن اعداد  $10^3$ ،  $2 \times 10^3$ ،  $10 \times 10^3$  و  $(-7) \times 10^3$  را مشخص کنید. از فعالیت ۱-۲ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

هر نقطه از محور اعداد یک عدد حقیقی را مشخص می‌کند و به عکس، به ازای هر عدد حقیقی، تنها یک نقطه روی محور اعداد حقیقی وجود دارد.

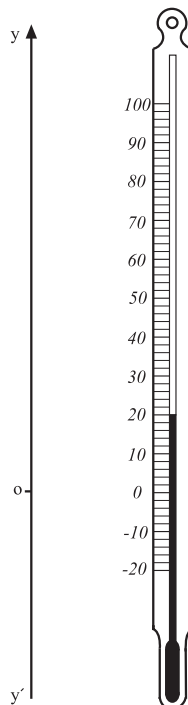


شکل ۱-۶-۱ خط‌کش مدرج

یعنی: یک تناظر یک به یک بین نقطه‌های محور اعداد و عددهای حقیقی برقرار است.

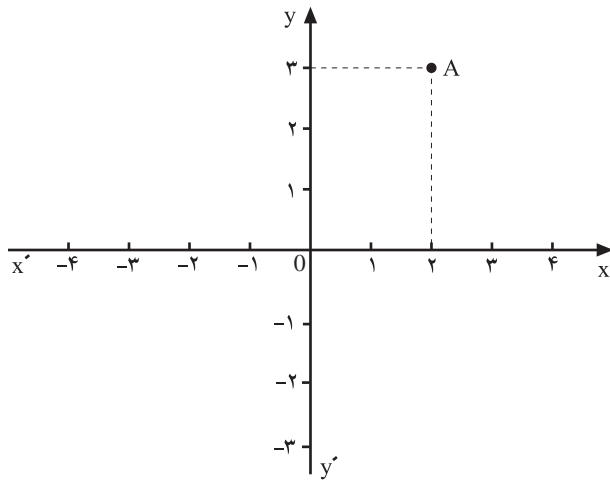
### ۱-۱-۱-۱ مختص نقطه

محور اعداد افقی را معمولاً با  $x'Ox$  نشان می‌دهند. عدد نظیر هر نقطه از این محور را  $x$  نقطه (بخوانید: ایکس نقطه) یا مختص نقطه می‌نامند. مثلاً،  $x$  نقطه‌ی  $A$  مساوی عدد  $5$ ،  $x$  نقطه‌ی  $B$  عدد  $9$ ،  $x$  نقطه‌ی  $C$  مساوی  $-3$ ،  $x$  نقطه‌ی  $D$  مساوی  $2/5$  و  $x$  نقطه‌ی  $F$  مساوی  $-1$  است (شکل ۱-۶).



شکل ۱-۷

در شکل ۱-۷ کناره‌ی سمت چپ دماسنج بخشی از یک محور اعداد قائم را مشخص می‌کند. محور اعداد قائم را معمولاً با  $y'Oy$  نشان می‌دهند. دماسنج چه دمایی را نشان می‌دهد؟



شکل ۱-۸

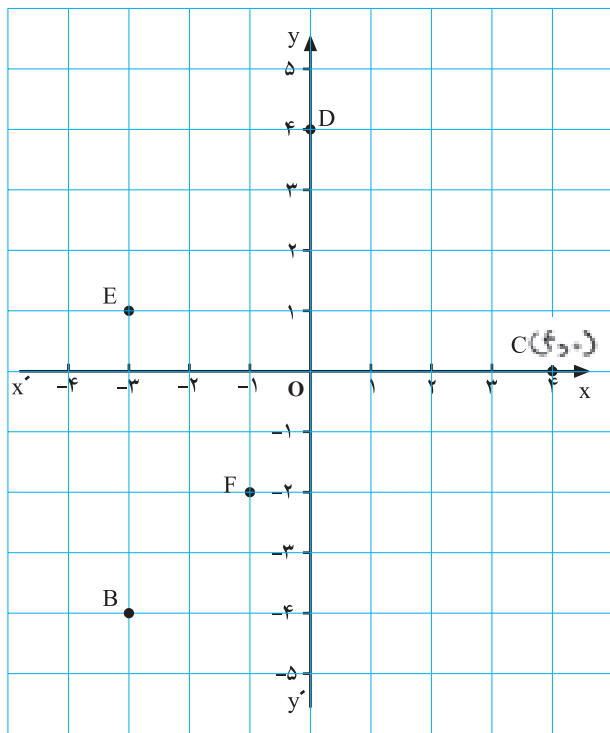
۱-۱-۲ دستگاه محورهای مختصات: با دو محور اعداد افقی و قائم، که مبدأ مشترک داشته باشند، یک دستگاه محورهای مختصات ساخته می‌شود (شکل ۱-۸).

این دستگاه مختصات را، دستگاه مختصات قائم (دکارتی) می‌نامند. هر نقطه‌ی واقع در صفحه‌ی این دستگاه مختصات، دارای دو مختص است. به عنوان مثال، نقطه‌ی A دارای دو مختص است. عدد ۲ مختص اول A یا x نقطه‌ی A یا  $x_A$  است. عدد ۳ مختص دوم A یا y نقطه‌ی A است.

معمولاً می‌نویسیم  $A \left| \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right.$  یا  $A(2, 3)$ ، یعنی، برای نقطه‌ی

$A$ ،  $x_A = 2$  و  $y_A = 3$  است.

به طور کلی،  $A(x, y)$  یا  $A \left| \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right.$  را می‌خوانیم A به مختصات x و y.



شکل ۱-۹

### فعالیت ۱-۳

دستگاه مختصات xoy داده شده است (شکل ۱-۹).

الف) مختصات نقطه‌های B، C، D، E و F را بنویسید.  
 $B( , )$ ،  $C( , )$ ،  $D( , )$ ،  $E( , )$ ،  $F( , )$ .

ب) نقطه‌های  $K(-3, 0)$  و  $H(3, -2)$ ،  $G(-2, 2)$  را روی این دستگاه مختصات مشخص کنید.

ج) نقطه‌ی B را به نقطه‌ی E وصل کنید. توضیح دهید

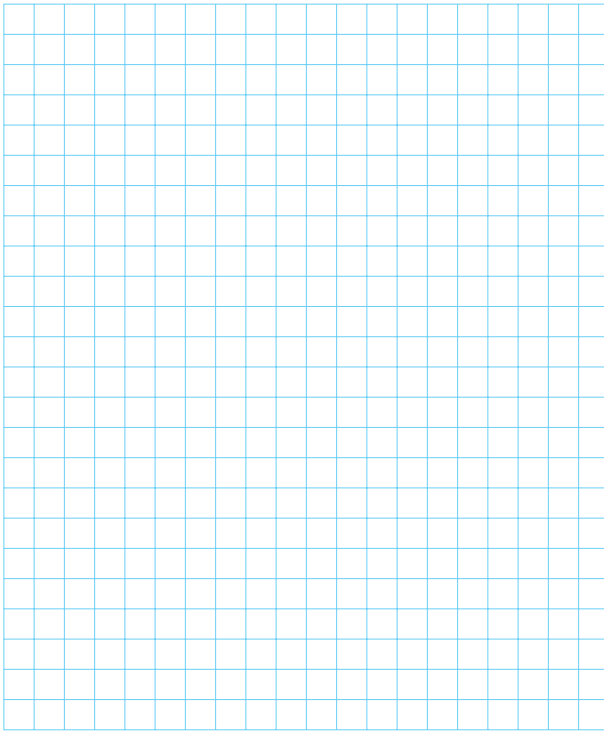
چرا پاره‌خط BE موازی محور  $y'Oy$  است؟

د) پاره‌خط FH را رسم کنید. چرا این خط موازی محور

$x'Ox$  است؟

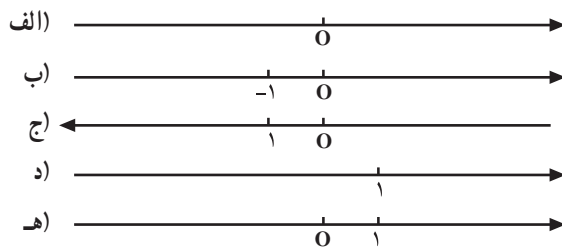
## فعالیت ۱-۴

- (۱) دستگاه محورهای مختصات قائم  $xOy$  را رسم کنید.
- (۲) در این دستگاه نقطه‌های  $A(1, 2)$ ،  $B(-1, -2)$ ،  $C(0, 3)$  و  $D(-2, 0)$  را مشخص کنید.
- (۳) قرینه‌ی نقطه‌ی  $A$  را نسبت به محور  $x'Ox$  تعیین کنید و آن را  $A_1$  بنامید. مختصات  $A_1$  را بنویسید.
- (۴) قرینه‌ی نقطه‌ی  $A$  را نسبت به محور  $y'Oy$  تعیین کنید و آن را  $A_2$  بنامید، مختصات  $A_2$  را بنویسید.
- (۵) قرینه‌ی نقطه‌ی  $A$  را نسبت به مبدأ مختصات تعیین کنید و آن را  $A_3$  بنامید، مختصات نقطه‌ی  $A_3$  را بنویسید.



## کار در کلاس ۱-۱

- (۱) از شکل‌های روبه‌رو کدام محور اعداد است؟ (شکل ۱-۱).

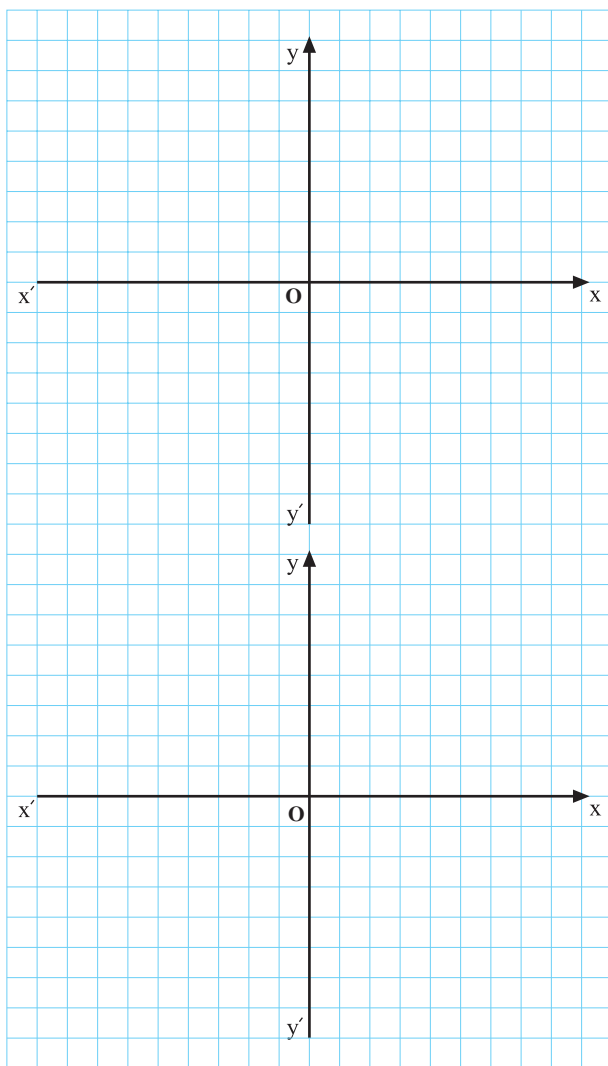


شکل ۱-۱

	الف
	ب
	ج
	د
	هـ

- (۲) جمله‌ی زیر را کامل کنید.  
یک خط مستقیم سودار (جهت‌دار) که یک نقطه به عنوان ... و یک ... روی آن مشخص شده باشد ... نامیده می‌شود.
- (۳)  $x$  کدام یک از نقطه‌های زیر مساوی ۲ است؟  
 $F(2, 2)$ ،  $E(0, -2)$ ،  $D(2, 1)$ ،  $C(0, 3)$ ،  $B(-1, 2)$
- (۴)  $y$  کدام یک از نقطه‌های زیر مساوی  $-1$  است؟  
 $E(0, 1)$ ،  $D(-1, 0)$ ،  $C(1, 2)$ ،  $B(2, -1)$ ،  $A(0, 2)$





۵) از نقطه‌های زیر، چند نقطه روی محور  $y'oy$  است؟  
 جواب: ... نقطه

$O(0, 0)$ ،  $E(1, 0)$ ،  $D(0, 2)$ ،  $C(2, -2)$ ،  $B(-2, 3)$

۶) کدام نقطه روی محور  $x'ox$  قرار دارد؟

$F(1, -1)$ ،  $E(2, 2)$ ،  $D(4, 1)$ ،  $C(0, 2)$ ،  $B(3, 0)$ ،  $A(3, 2)$

۷) عدد  $m$  را چنان تعیین کنید که نقطه‌ی  $A(m+1, 2)$

روی محور  $y'oy$  باشد، سپس مختصات  $A$  را بنویسید.

۸) عدد  $k$  را طوری تعیین کنید که نقطه‌ی  $B(1, 2k-1)$

روی محور  $x'ox$  باشد، سپس مختصات  $B$  را بنویسید.

۹) عددهای  $s$  و  $t$  را طوری تعیین کنید که نقطه‌ی

$C(s, t-1)$  بر نقطه‌ی  $D(2, 3)$  منطبق باشد، سپس مختصات

$C$  را بنویسید.

## تمرین ۱-۱

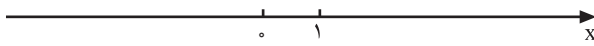
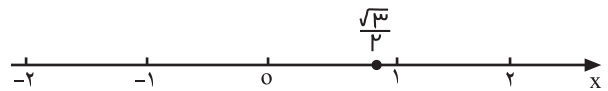
۱) اعداد زیر را به کمک ماشین حساب، تا دو رقم اعشار بنویسید. سپس نقطه‌ی نظیر هر عدد را روی محور اعداد مشخص کنید (برای مشخص کردن جای نقطه‌ی نظیر هر عدد، آن عدد را تا یک رقم اعشار گرد کنید).

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.87 \cong 0.9$$

$$\sqrt{4/5} \cong$$

$$-\sqrt{1/5} \cong$$

$$\frac{\pi}{2} \cong$$



شکل ۱-۱۱

۲) اگر A و B دو نقطه روی یک محور اعداد افقی باشند و x نقطه‌ی A کمتر از x نقطه‌ی B باشد، روی این محور اعداد، A در کدام سمت B قرار دارد؟ (شکل ۱-۱۱).

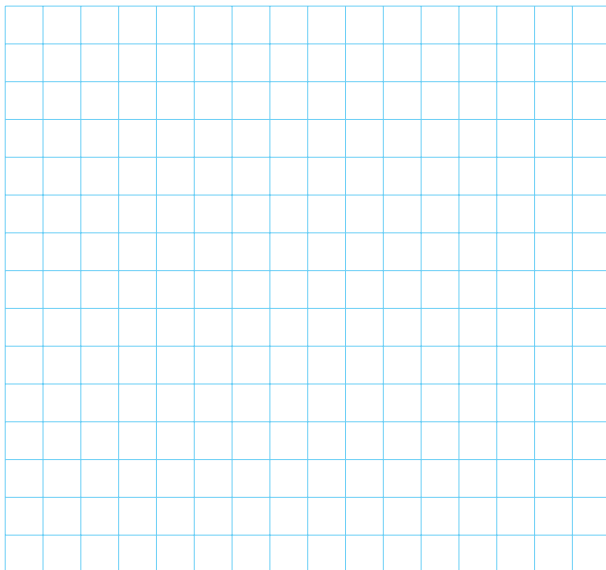
۳) یک دستگاه مختصات قائم رسم کنید.

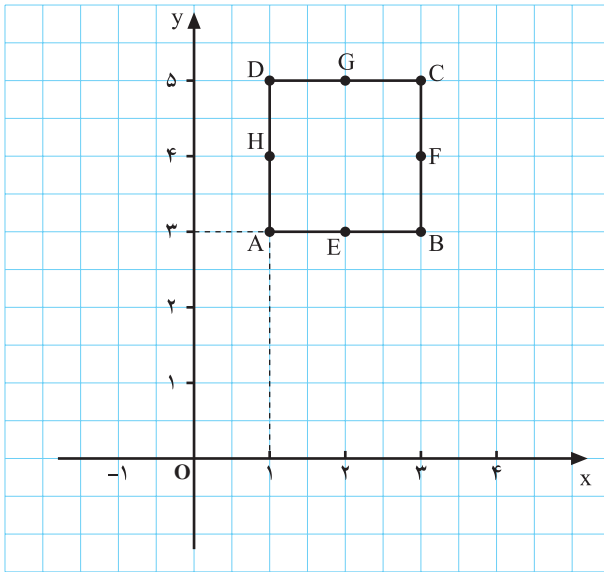
الف) دو نقطه‌ی A(۲, ۱) و B(۲, -۴) را مشخص کنید. پاره خط AB را رسم کنید. این پاره خط با کدام محور موازی است؟ چرا؟

ب) نقطه‌ی C(۴, ۱) را مشخص کنید. پاره خط AC را رسم کنید. این پاره خط با کدام محور موازی است؟ چرا؟

ج) نقطه‌ی D(-۲, -۱) را مشخص کنید. پاره خط AD را رسم کنید. چرا این پاره خط از مبدأ مختصات می‌گذرد؟

د) نقطه‌ی E(۳, ۳) را مشخص کنید. پاره خط OE را رسم کنید (O مبدأ مختصات است). زاویه‌ی پاره خط OE با محورها چند درجه است؟





شکل ۱-۱۲

۴) در دستگاه مختصات  $xOy$  نقطه‌ی  $A(1, 3)$  رأس مربع  $ABCD$ ، به ضلع ۲ سانتی متر است، که ضلع‌های آن موازی محورهای مختصات است (شکل ۱-۱۲).

الف) مختصات نقطه‌های  $B$ ،  $C$  و  $D$  (سه رأس دیگر مربع) را تعیین کنید.

ب) مختصات نقطه‌های  $E$ ،  $F$ ،  $G$  و  $H$  (وسط ضلع‌ها) را به دست آورید.

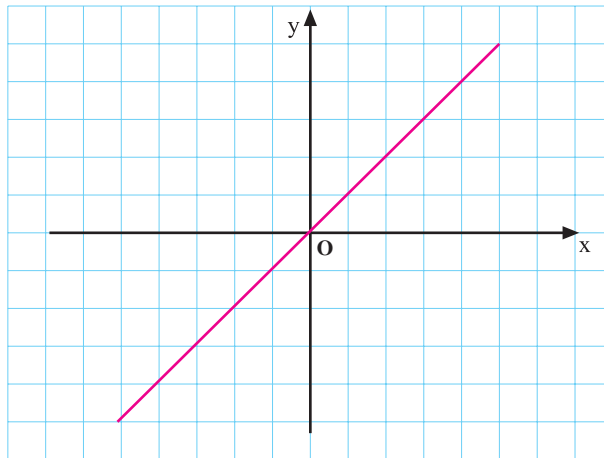
ج) مختصات محل تلاقی قطرهای مربع را به دست آورید.  
(۵)

الف) مقدار  $a$  را چنان تعیین کنید که نقطه‌ی  $A(a-1, 2)$  روی محور  $y'Oy$  باشد.

ب) مقدار  $b$  را طوری تعیین کنید که نقطه‌ی  $B(3, 2b+1)$  روی محور  $x'Ox$  باشد.

ج) مقدار  $c$  را چنان تعیین کنید که نقطه‌ی  $D(2c, c-1)$  روی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

د) مقدارهای  $d$  و  $e$  را طوری تعیین کنید که دو نقطه‌ی  $F(d-1, e)$  و  $G(e+1, d-e)$  بر هم منطبق باشند.

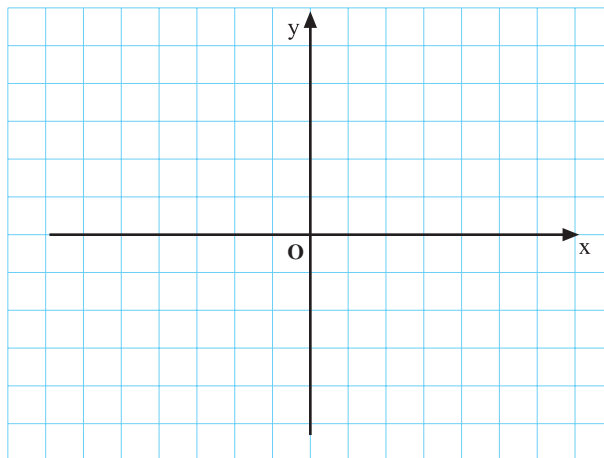


۶) در یک دستگاه مختصات  $xOy$  سه نقطه‌ی  $A(1, 5)$ ،  $B(1, 2)$  و  $C(5, 2)$  را مشخص کنید.

الف) مثلث  $ABC$  را رسم کنید.  $ABC$  چه نوع مثلثی است؟ چرا؟

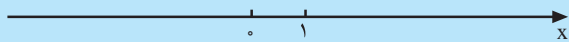
ب) مساحت مثلث  $ABC$  را به دست آورید.

ج) طول ضلع‌های این مثلث را حساب کنید.



## آزمون پایانی (۱)

محل پاسخ به سؤالات آزمون پایانی



شکل ۱-۱۳

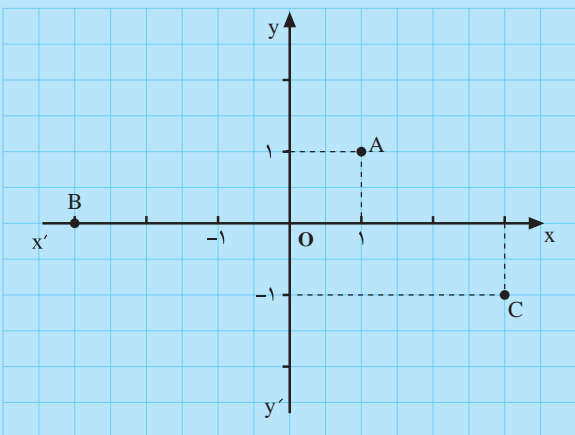


$$x_A =$$

$$x_B =$$

$$x_C =$$

شکل ۱-۱۴



شکل ۱-۱۵

۱- نقطه‌های نظیر عددهای زیر را روی محور اعداد داده شده مشخص کنید (شکل ۱-۱۳).

$$-1/5, 3, \frac{7}{2}, \sqrt{10}$$

۲- x نقطه‌های داده شده روی محور اعداد را بنویسید (شکل ۱-۱۴).

۳- نقطه‌های زیر را روی یک دستگاه مختصات قائم مشخص کنید.

$$A \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix}, C \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

۴- مختصات نقطه‌های مشخص شده روی دستگاه مختصات xoy را بنویسید (شکل ۱-۱۵).

$$A \quad B \quad C$$

۵- عدد b را چنان تعیین کنید که نقطه‌ی  $A \begin{vmatrix} b+1 \\ 3 \end{vmatrix}$  روی محور yها باشد؛

(ب) روی نیمساز ربع اول و سوم باشد؛

(پ) روی نیمساز ربع دوم و چهارم باشد.

۶- سه نقطه‌ی  $A \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ ،  $B \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}$  و  $C \begin{vmatrix} 5 \\ 0 \end{vmatrix}$  را در یک دستگاه مختصات قائم مشخص کنید.

(الف) مثلث ABC را رسم کنید.

(ب) نوع مثلث را تعیین کنید.

(پ) مساحت مثلث را حساب کنید.