

هر حجم طبیعی یا مصنوعی را می‌توان به اجسام ساده‌تری تجزیه کرد.

## اجسام هندسی

**هدف‌های رفتاری:** در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- جسم را با روش خاص هندسه ترسیمی نمایش دهد؛
- ۲- نمایش جسم را در هندسه ترسیمی و رسم فنی با هم مقایسه کند؛
- ۳- منشورها، هرم‌ها و چند وجهی‌های منتظم را تعریف کند.

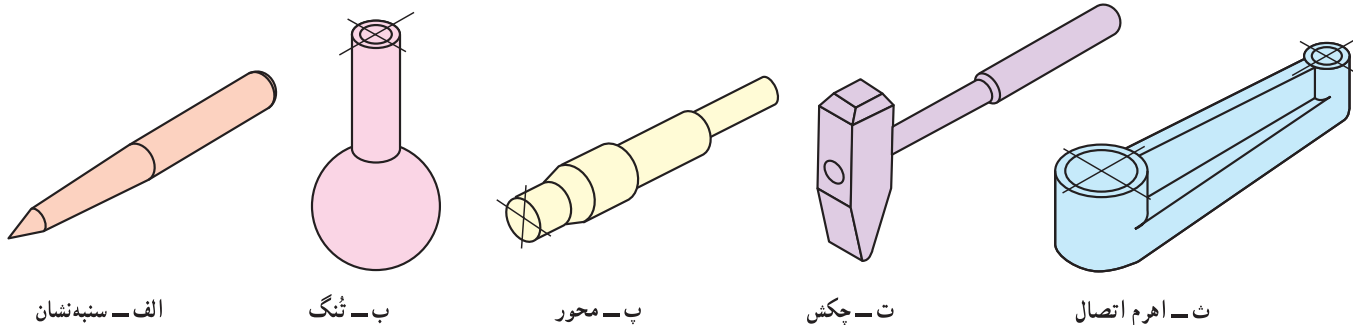
### ۱-۰-۱- تعریف

محدوده‌ای از فضا را که توسط چند سطح، محصور شده باشد، «جسم» می‌نامند. همچنین حجم، مقدار فضایی است که جسم، اشغال می‌کند.<sup>۱</sup>

سطوح تشکیل دهنده جسم ممکن است تخت یا خمیده باشند. با نگاهی کوتاه به پیرامون خود متوجه می‌شوید که اجسام و احجام به صورت‌هایی بسیار گوناگون، در شکل‌ها و اندازه‌های گوناگون شما را احاطه کرده‌اند. کوه، درخت، سنگ، صندلی، میز، کتاب، لیوان و غیره نمونه‌هایی آشنا هستند.

در وهله اول چنین به نظر می‌رسد که این احجام تنوعی بی‌نهایت دارند، اما با تجزیه و تحلیل آنها به زودی متوجه می‌شوید که بیشتر اجسام را می‌توان به تعداد کمی حجم تعریف شده و آشنا تجزیه کرد. برخی از این احجام را می‌شناسید؛ مانند هرم، استوانه، کره، مخروط و ...

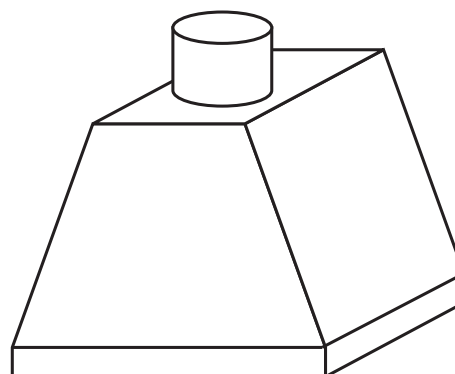
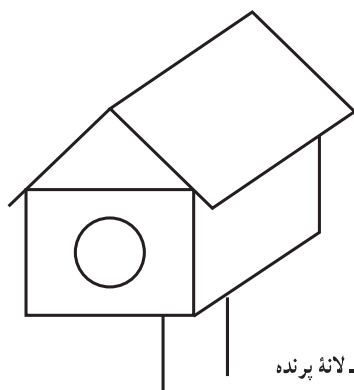
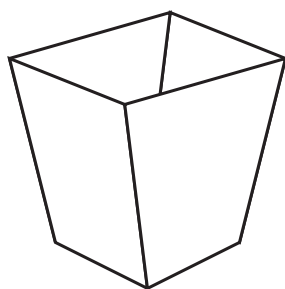
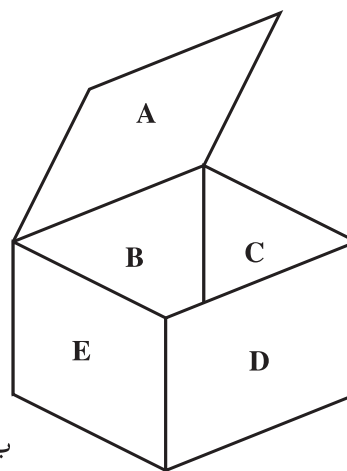
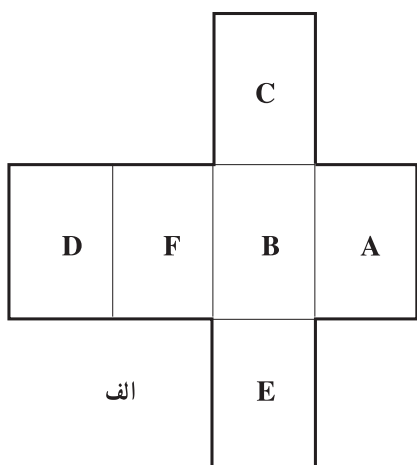
آشنایی با تعاریف این اجسام، چگونگی تشکیل آنها و ویژگی‌هایشان برای افراد مختلف ضروری است؛ از جمله، آنها که با کار فنی سروکار دارند و به ویژه اگر طراح و نقشه‌کش باشند. این موضوع برای هر صنعتگر جایگاه ویژه‌ای دارد، زیرا مصرف‌کننده‌ای که فرآورده‌های صنعتی را به صورت‌های گوناگون مورد استفاده قرار می‌دهد، بدون نیاز به آگاهی نسبت به سطح و حجم می‌تواند از آن استفاده کند، اما یک صنعتگر نمی‌تواند بدون آگاهی از این مباحث جسم مورد نظر را طراحی کند و بسازد. در شکل ۱-۰-۱ نمونه‌هایی مشاهده می‌شود که به اجسام ساده‌تر تجزیه‌پذیر هستند.



شکل ۱-۰-۱

۱- بیشتر از واژه‌های جسم یا حجم به جای هم استفاده می‌کنیم که اشکال چندانی ندارد.

برای نمونه یک ورق کار خوب می‌تواند با ترسیم گسترده یک حجم بر روی ورق آن را با دقت کافی بسازد.  
در شکل ۱-۲ نمونه‌ای از ساخت یک گسترده برای درست کردن یک جعبه را می‌بینید.  
آیا می‌توانید چگونگی ساخت سوزنه‌های دیگر را بیان کنید؟



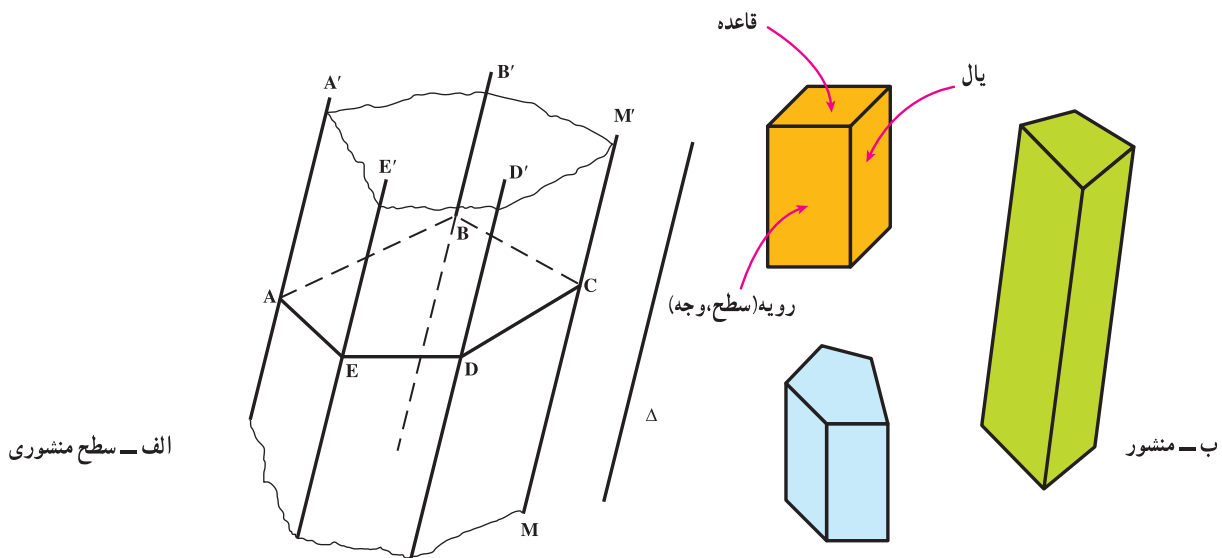
شکل ۱-۲

اکنون به کوتاهی به تعریف اجسام و سطوح مهم هندسی می‌پردازیم:

### ۱-۲- منشورها

تعریف: هرگاه خطی راست مانند  $MM'$  در فضا چنان تغییر مکان دهد که همواره با خط راست ثابتی، مانند  $\Delta$  موازی باشد و بر اضلاع چندضلعی مسطحی مانند  $ABCDE$  متکی باشد، سطح نامحدودی ایجاد می‌شود که آن را «سطح منشوری» می‌نامند (شکل ۱-۳).

آیا  $\Delta$  می‌تواند با صفحه چندضلعی موازی باشد؟



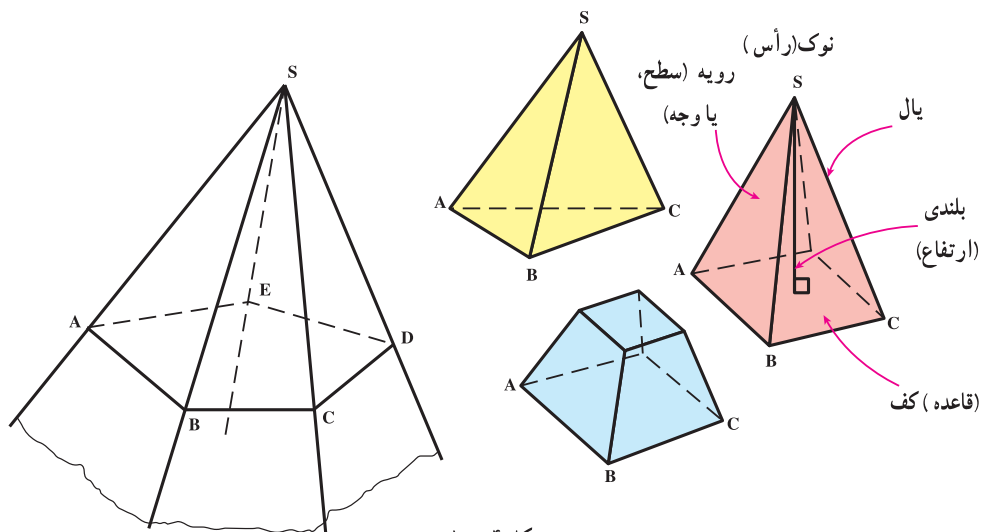
الف - سطح منشوری

شکل ۳-۱

خط‌های مشخص مانند  $AA'$  و  $BB'$  را «یال» می‌نامند. با در نظر گرفتن بخشی از این سطح که به دو صفحه متوازی به نام قاعده محدود باشد، یک منشور خواهیم داشت، کف منشور ممکن است یک شکل منتظم یا غیرمنتظم باشد. نام منشور معمولاً از روی شکل قاعده آن معین می‌شود؛ مانند (منشور مثلث القاعده، منشور مربع القاعده، منشور مخمس القاعده، منشور مسدس القاعده). اگر یال‌های منشور بر سطح قاعده عمود باشند، منشور را «قائم» می‌گویند؛ در غیر این صورت اصطلاح منشور «مایل»، به کار خواهد رفت. به‌طور معمول منظور از منشور، همان منشور قائم است.

### ۳-۱-۳ هرم‌ها

تعریف: چند ضلعی مسطح  $ABCDE$  و نقطه  $S$  را در خارج آن صفحه در نظر می‌گیریم. جسمی که به چند ضلعی تخت گفته شده و مثلث‌های  $SAB$ ،  $SBC$ ،  $SCD$ ،  $SDE$  و  $SEA$  محدود است، «هرم» نامیده می‌شود (شکل ۴-۱).



شکل ۴-۱

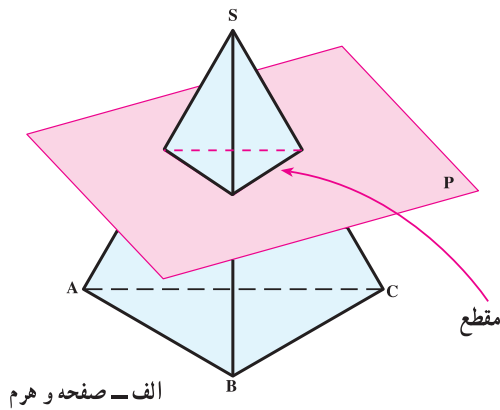
۱- می‌توان گفت: اگر خطی چنان حرکت کند که همواره از نقطه ثابت  $S$  بگذرد و بر چند ضلعی مسطحی متکی باشد، یک سطح هرمی پدید می‌آید که قسمت محدودی از آن هرم است. افزوده می‌شود که چون خط نامحدود است سطح هرمی دارای دو بخش و در دو طرف  $S$  و نامحدود است.

چند ضلعی ABCDE قاعدهٔ هرم و S رأس آن و مثلث‌ها سطوح (رویه‌ها، وجوه) جانبی هستند. مجموعهٔ وجوه جانبی و قاعدهٔ

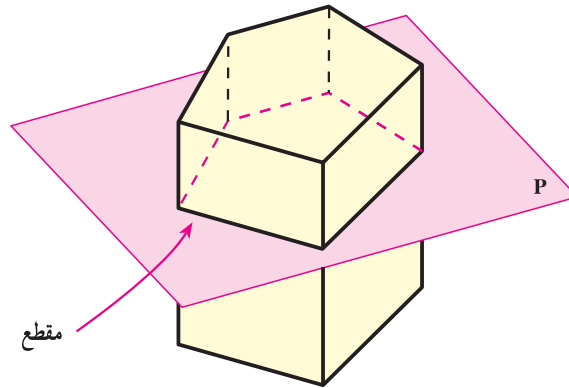
هرم را «سطح کل هرم» می‌نامند. خطوطی مانند SA را یال و فاصلهٔ رأس تا قاعده را «ارتفاع هرم» می‌گویند. نام هرم نیز از روی شکل قاعده معین می‌شود. هرم ممکن است قائم یا مایل باشد.

یادداشت ۱: هرگاه احجام یاد شده را با یک صفحه به موازات قاعده آنها برش دهیم، مقطع حاصل، شکلی مشابه یا مساوی قاعده خواهد بود. در شکل ۵-۱ این مطلب دیده می‌شود.

یادداشت ۲: هرمی را که موازی با قاعده آن بریده باشیم، «هرم ناقص» می‌نامند.



الف - صفحه و هرم



ب - صفحه و منشور

شکل ۵-۱

#### ۴-۱- چند وجهی‌های منتظم

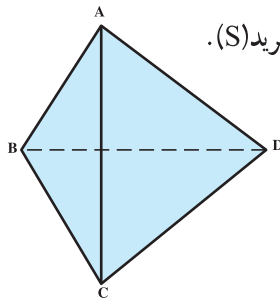
در هندسه ثابت می‌شود که فقط پنج جسم کوژ<sup>۱</sup> وجود دارد که از صفحات متساوی منتظم ساخته شده‌اند. این چندوجهی‌ها را به طور مختصر معرفی می‌کنیم.

۴-۱- چهار وجهی منتظم: این جسم از چهار مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل می‌شود (شکل ۶-۱). پس داریم:

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{CB} = \overline{CD} = \overline{BD}$$

روشن است که در یک چند وجهی منتظم همهٔ یال‌ها باید برابر باشند.

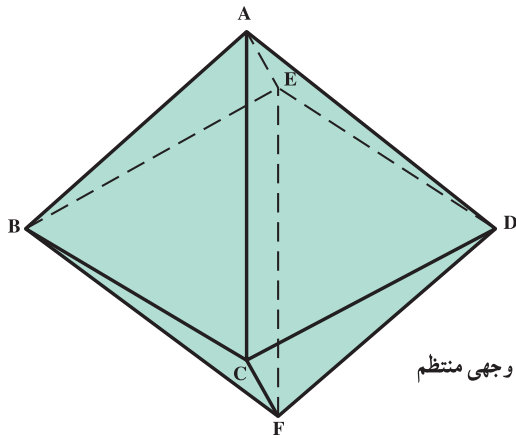
یادداشت: می‌توانید هریک از گوشه‌های A, B, C, D را به عنوان رأس هرم در نظر بگیرید (S).



شکل ۶-۱ - چهار وجهی منتظم

۱- اگر کف یک چند ضلعی و ارتفاع هرم در مرکز قاعده عمود شود، هرم قائم است و با توجه به شکل کف می‌توان برای آن نام‌هایی چون، هرم (مثلث‌القاعده)، هرم (مربع‌القاعده) و ... برگزید.

۲- کوژ = محدب، بدون گودی، برآمده

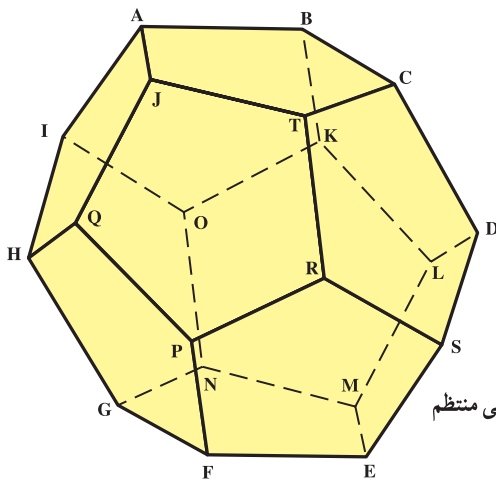


شکل ۷-۱۰ هشت وجهی منتظم

۲-۴-۱۰ شش وجهی منتظم یا مکعب : این جسم از ۶ مربع ساخته می شود که با آن آشنا هستید.

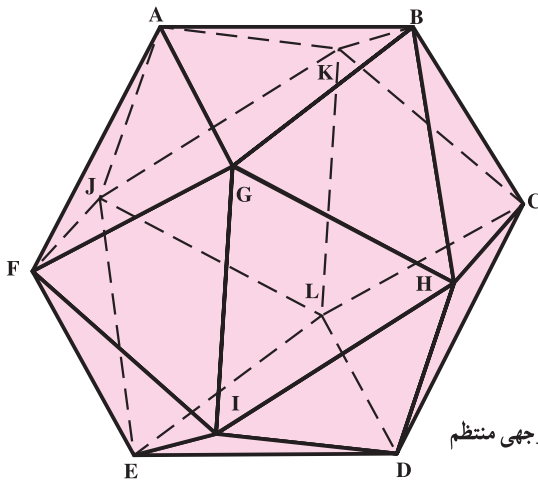
۳-۴-۱۰ هشت وجهی منتظم : این جسم از هشت مثلث متساوی الاضلاع ساخته می شود (شکل ۷-۱۰).

یادداشت - در اینجا هم، همه یال ها برابرند و می توان هر یک از گوشه ها را، نوک هشت وجهی دانست.



شکل ۸-۱۰ دوازده وجهی منتظم

۴-۴-۱۰ دوازده وجهی منتظم : این جسم دارای ۱۲ رویه (وجه) می باشد. این سطوح همه پنج ضلعی های منتظم هستند (شکل ۸-۱۰).



شکل ۹-۱۰ بیست وجهی منتظم

۵-۴-۱۰ بیست وجهی منتظم : این جسم نیز از بیست مثلث متساوی الاضلاع ساخته می شود (شکل ۹-۱۰).

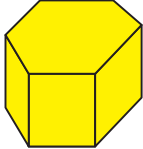
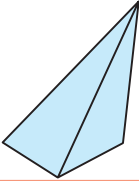
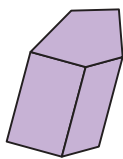
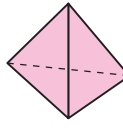
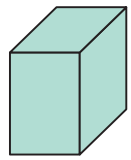

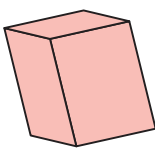

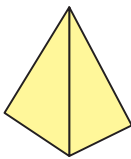
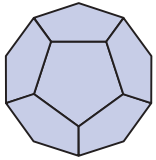
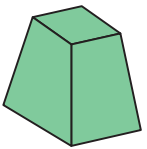
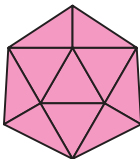
چند وجهی های یاد شده به «چندوجهی های منتظم کوز» یا «اجسام افلاطونی» معروف هستند و هر کدام می توانند در یک کره محاط شوند؛ یعنی «در یک کره قرار گیرند، به گونه ای که همه گوشه های آنها بر سطح کره واقع باشند».

جدول ۱-۱۰ آگاهی هایی درباره چند وجهی های منتظم می دهد.

جدول ۱-۱- چندوجهی‌های منتظم کوچک

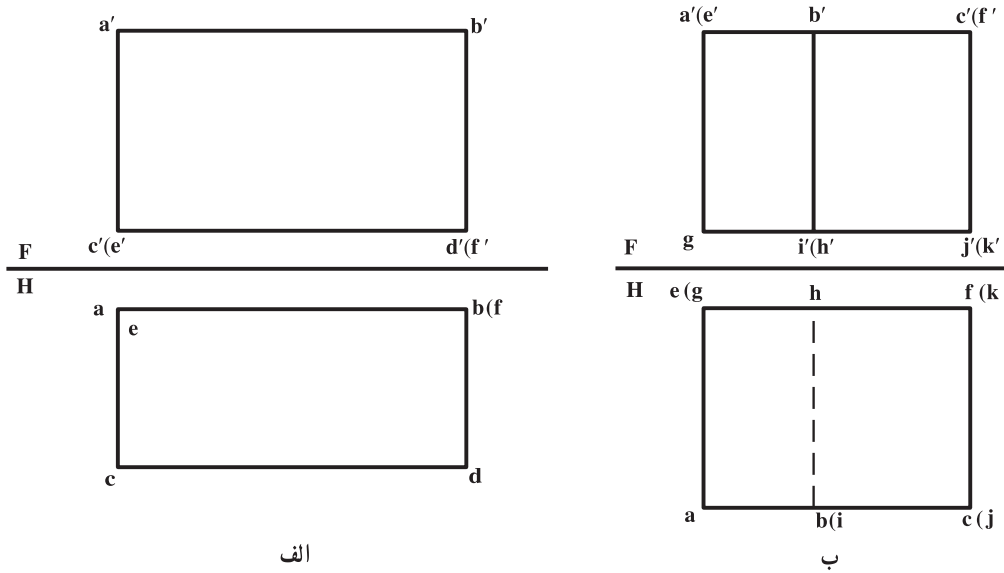
تعداد یال‌های جسم	تعداد رأس‌های جسم	عدده یال‌های منتهی به هر رأس	عدده اضلاع هر وجه	چند وجهی
۶	۴	۳	۳	چهار وجهی
۱۲	۸	۳	۴	مکعب
۱۲	۶	۴	۳	هشت وجهی
۳۰	۲۰	۳	۵	دوازده وجهی
۳۰	۱۲	۵	۳	بیست وجهی

در جدول ۱-۲، گروهی از احجام با سطوح تخت داده شده است.

جسم	نام	جسم	نام
	منشور قائم یال‌ها عمود بر قاعده		هرم مایل
	منشور مایل		چهار وجهی منتظم
	مکعب مستطیل		مکعب یا شش وجهی منتظم
	متوازی‌السطوح		هشت وجهی منتظم
	هرم		دوازده وجهی منتظم
	هرم ناقص		بیست وجهی منتظم

### ۵-۱۰- نمایش جسم به روش ترسیمی

نظر به اینکه در تصویر ترسیمی هر نقطه نام ویژه ای دارد، از این رو همه گوشه های موجود در یک جسم نیز نام ویژه ای دارند. به دو نمونه داده شده در شکل ۱۰-۱۰ نگاه کنید:

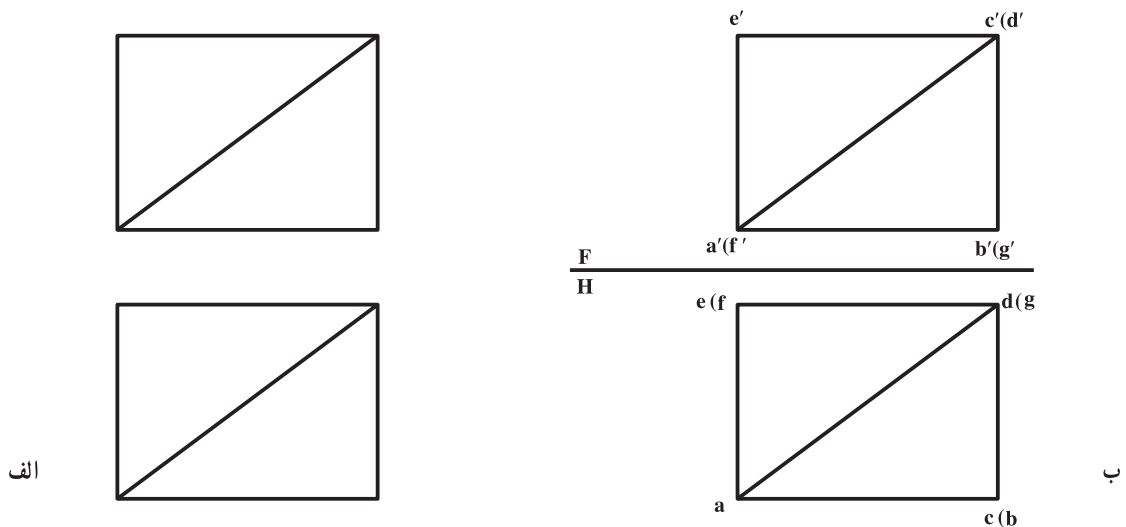


شکل ۱۰-۱۰

همان گونه که ملاحظه می شود، نامگذاری همه گوشه ها تا حدودی نقشه را شلوغ کرده است. این مسئله، به ویژه هنگامی به صورت یک مشکل درخواهد آمد که نقشه دارای جزئیات بسیار باشد.

### ۶-۱۰- مقایسه تصویر ترسیمی و رسم فنی

در شکل ۱۰-۱۱ جسمی را به دو روش «ترسیمی» و «رسم فنی» رسم کرده ایم. آنچه در وهله نخست جلب توجه می کند، سادگی رسم تصاویر در رسم فنی، یعنی شکل الف ۱۰-۱۱ می باشد. برای همین سادگی است که طراحان ترجیح می دهند که تصاویر را به این روش رسم کنند.



شکل ۱۰-۱۱



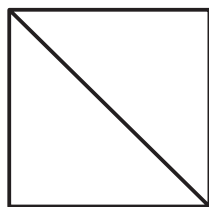
به طور خلاصه :

۱- تصویر رسم فنی ساده رسم می‌شود؛

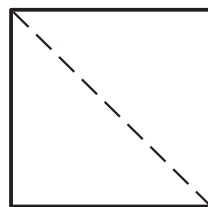
۲- با توجه به حذف جزئیات، یعنی حروف و خط زمین، خواندن آن آسان تر است.

با این وجود، گاه تصاویر دوگانه برای معرفی جسم کافی نیستند؛ پس نیاز به نمای سوم هست. در مورد نمونه شکل الف ۱۱-۱۰

توجه کنید که برای تصویر سوم می‌توان جواب‌هایی مانند آنچه در شکل ۱۲-۱۰ آمده، تعیین کرد.



الف

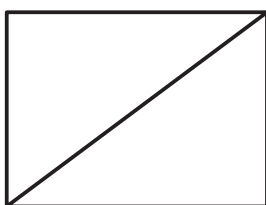
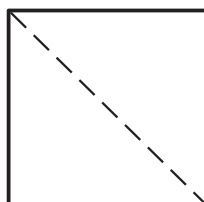
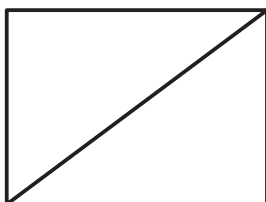


ب

شکل ۱۲-۱۰

به این ترتیب، دیده می‌شود که دو تصویر رسم فنی گاهی همیشه گویا نیست و باید از سه تصویر یا حتی بیشتر استفاده کرد. برای

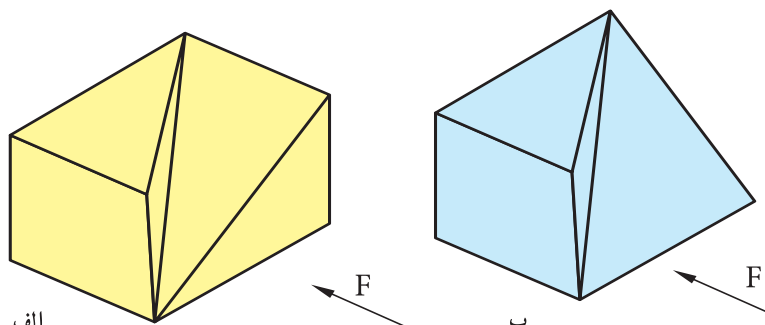
نمونه، جسم مورد بحث حتی با سه تصویر هم کاملاً مشخص نخواهد شد (شکل ۱۳-۱۰).



شکل ۱۳-۱۰

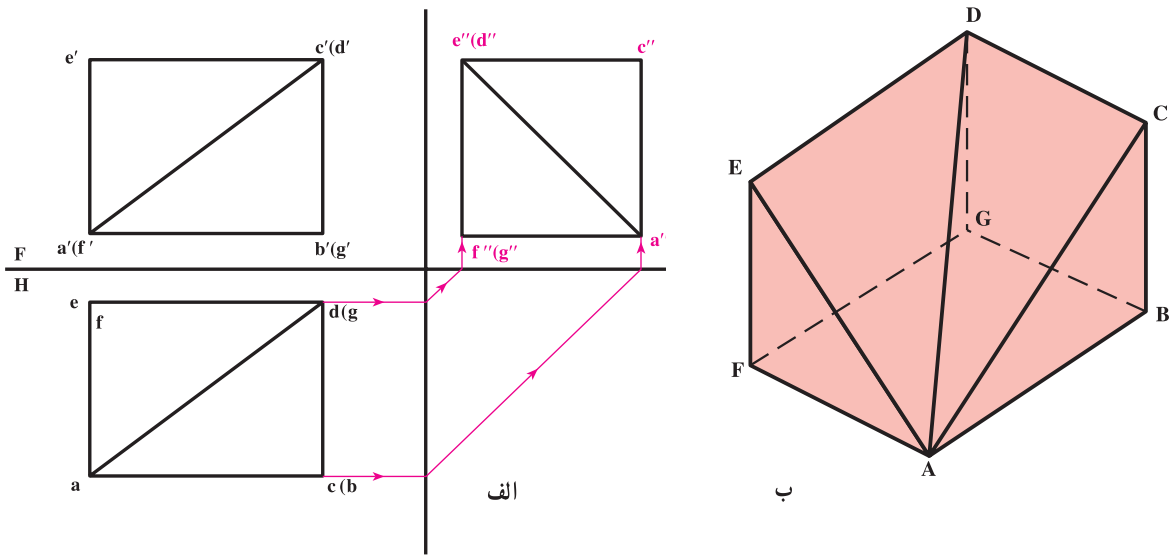
بینید که با وجود سه نما می‌توان جواب‌های مختلفی داشت (شکل ب و الف ۱۴-۱۰). بنابراین، در این جا چهار تصویر

ضروری خواهد بود.



شکل ۱۴-۱۰

اکنون تصویر سوم را به روش ترسیمی به دست می‌آوریم (شکل ۱۵-۱۰).



شکل ۱۵-۱۰

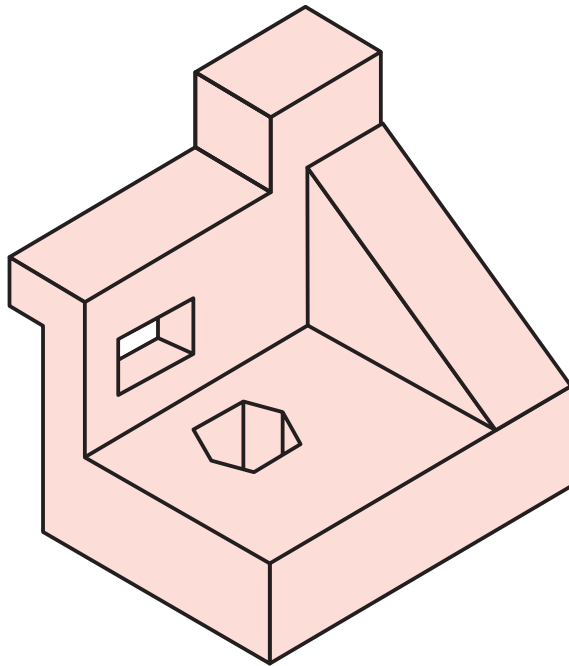
همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در این مسئله، نمای سوم تنها یک جواب خواهد داشت که این به معنی توانا تر بودن دو تصویر برای نمایش جسم، به روش ترسیمی است؛ یعنی این تصاویر با قاطعیت شکل ب ۱۵-۱۴ را معرفی کرده است پس:

- ۱- در روش هندسه ترسیمی می‌توان جسم را با دو تصویر بهتر مشخص نمود (جسم دارای سطوح تخت).
- ۲- با نامگذاری نقاط، تصویر مجهول با اطمینان بیشتری به دست می‌آید.

**چکیده:**

در موارد عادی از تصاویر به صورت رسم فنی، یعنی «ساده شده ترسیمی» استفاده می‌کنیم و تنها در مواردی که به دست آوردن مجهول پیچیده و امکان اشتباه وجود داشته باشد از تصاویر به روش ترسیمی استفاده خواهد شد. چنان که در ادامه کتاب خواهیم دید.

- ۱- جسم را تعریف کنید.
- ۲- آیا می‌توان اجسام بیچیده را به اجزایی ساده‌تر تجزیه کرد؟
- ۳- اجزای جسم معرفی شده در شکل ۱۶-۱۰ را نام ببرید.



شکل ۱۶-۱۰

- ۴- آیا داشتن اطلاعاتی راجع به اجسام، برای هر صنعتگر ضروری است؟
- ۵- منشور را با رسم شکل دستی تعریف کنید.
- ۶- اجزای منشور چه نام دارد؟
- ۷- چه موقع منشور را «قائم» گویند؟
- ۸- هرم را با رسم شکل دستی تعریف کنید.
- ۹- هرم را چگونه نامگذاری می‌کنند؟
- ۱۰- برش منشور و هرم به موازات قاعده کدام ویژگی را دارد؟
- ۱۱- چندوجهی‌های منتظم را نام ببرید.
- ۱۲- هر یک از چندوجهی‌های منتظم را تعریف کنید.
- ۱۳- به طور کلی چه سطوحی در ساخت چند وجهی‌های منتظم کوژ مورد استفاده هستند؟
- ۱۴- جسم محیطی اجسام افلاطونی چه می‌تواند باشد؟
- ۱۵- عده اضلاع، یال‌های منتهی به گوشه، تعداد گوشه و تعداد یال‌های یک بیست وجهی را از جدول استخراج و بنویسید.
- ۱۶- نام احجام مهم هندسی را از جدول در آورید و یادداشت کنید.

- ۱۷- یک جسم انتخابی را به روش‌های رسم فنی و نیز ترسیمی نمایش دهید.
- ۱۸- دو شکلی را که رسم کرده‌اید از نظر روش بیان جزئیات، با یکدیگر مقایسه کنید.
- ۱۹- آیا تصاویر دوگانه همیشه برای نمایش اجسام تخت کافی است؟
- ۲۰- مزایای نمایش قطعه به روش رسم فنی چیست؟

۲۱- معایب روش رسم فنی چیست؟

۲۲- مزایای روش ترسیمی چیست؟

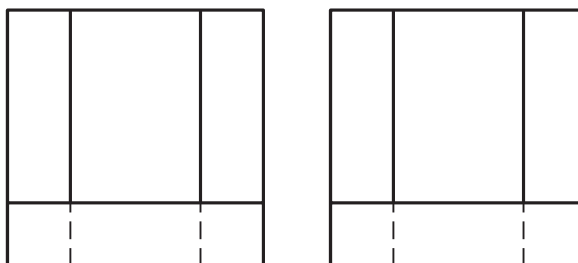
اجسام زیر به صورت رسم فنی معرفی شده‌اند، هنرجویان ابتدا مطابق خواسته‌ها کار می‌کنند، سپس اشکال توسط استاد محترم نام‌گذاری و تبدیل به روش ترسیمی می‌شود که دوباره هنرجویان پاسخ را تعیین می‌کنند که در نهایت مقایسه انجام خواهد شد.



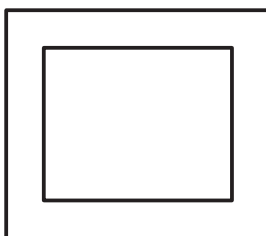
۲۳- با توجه به دو نمای رسم شده، نمای سوم را معین کنید. برای مسئله چند پاسخ به دست می‌آورد؟ (شکل ۱۷-۱۰).

شکل ۱۷-۱۰

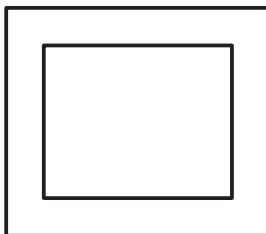
۲۴- با توجه به دو نمای داده شده، حداقل چهار جواب برای نمای سوم معین کنید (شکل ۱۸-۱۰).



شکل ۱۸-۱۰



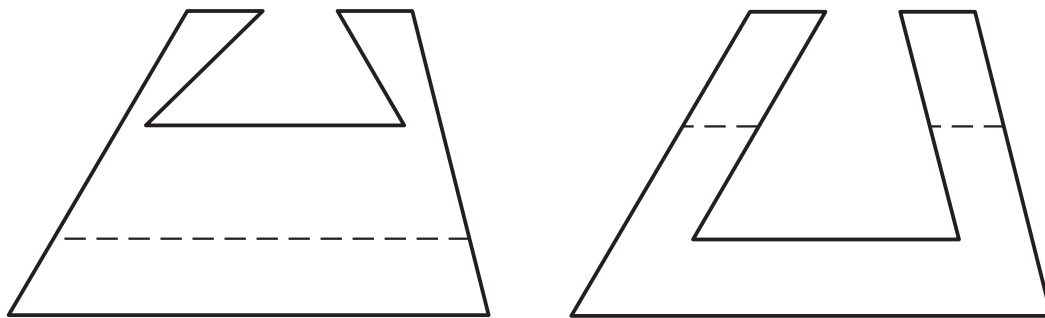
۲۵- در شکل روبه‌رو دو نما از قطعه‌ای داده شده است که نمای سوم آن پاسخ‌های گوناگونی دارد. شما دو جواب را که از سطوح تخت تشکیل می‌شوند به دست آورید، مقیاس ترسیم ۱:۲ (شکل ۱۹-۱۰).



شکل ۱۹-۱۰

## برای مطالعه

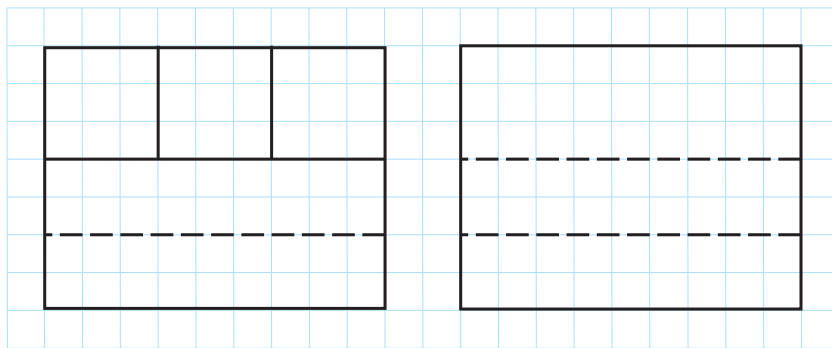
۱- با توجه به تصاویر داده شده بگویید بدنه اصلی این جسم چه نوع حجمی است؟ سپس تصویر افقی را معین کنید مقیاس ترسیم ۱: ۲ (شکل ۱۰-۲۰). آیا می‌توانید با تشکیل یک جدول انواع و تعداد خطوط و سطوح موجود در این جسم را شناسایی کنید؟



شکل ۱۰-۲۰

۲- آیا می‌توانید با قاطعیت بگویید که دو نمای بالا، دقیقاً جسم را معرفی کرده‌اند؟ در صورتی که پاسخ شما آری است، این نقشه را با نقشه شکل ۱۸-۱۰ مقایسه کنید و دلیلی برای پاسخ‌های گوناگون آن و تک پاسخ بودن این بگویید.

۳- برای نقشه داده شده می‌توانید چند نمای افقی به دست آورید. اگر گوشه‌ها را نام‌گذاری کنیم، آیا باز هم نماهای افقی گوناگون خواهیم داشت؟



شکل ۱۰-۲۱



مسجد جامع زاگرب

برخورد یک خط یا یک صفحه را با جسم، فصل مشترک نامند.

## بررسی برخورد خط، صفحه با جسم

**هدف‌های رفتاری:** در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود:

- ۱- با انتخاب نقطه‌ای از یک جسم «در یک نمای دلخواه»، تصاویر دیگر آن را معین کند.
- ۲- نقاط برخورد یک خط، «ورود و خروج آن را» با یک جسم معین کند.
- ۳- برخورد خط و جسم را دید و ندید نماید.
- ۴- برخورد یک صفحه و یک جسم را معین کند.
- ۵- برخورد صفحه و جسم را دید و ندید نماید.
- ۶- اندازه حقیقی مقطع را معین کند.

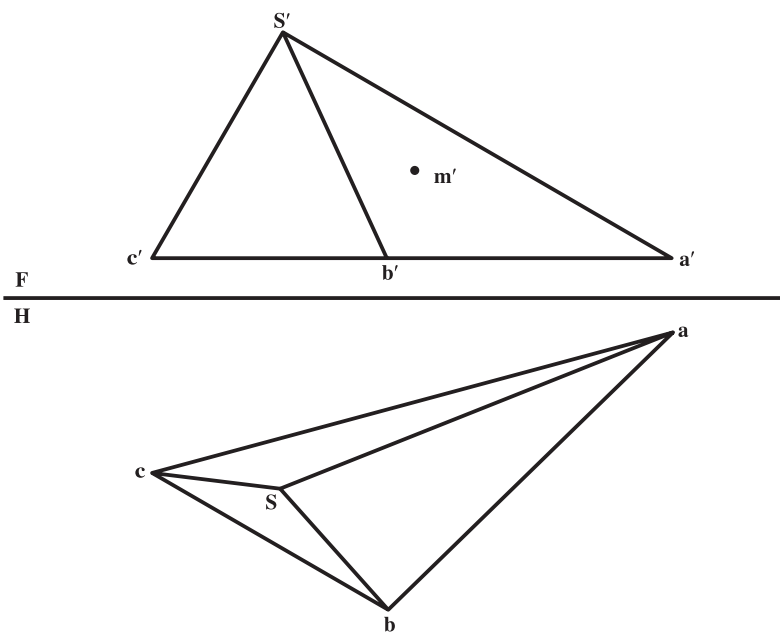
### ۱-۱-۱ مقدمه

در این فصل با در نظر گرفتن جسم به عنوان اصل مطلب، وضعیت نقطه، خط و صفحه را با آن مورد بررسی قرار می‌دهیم.

### ۱-۱-۲ تعیین تصاویر نقطه

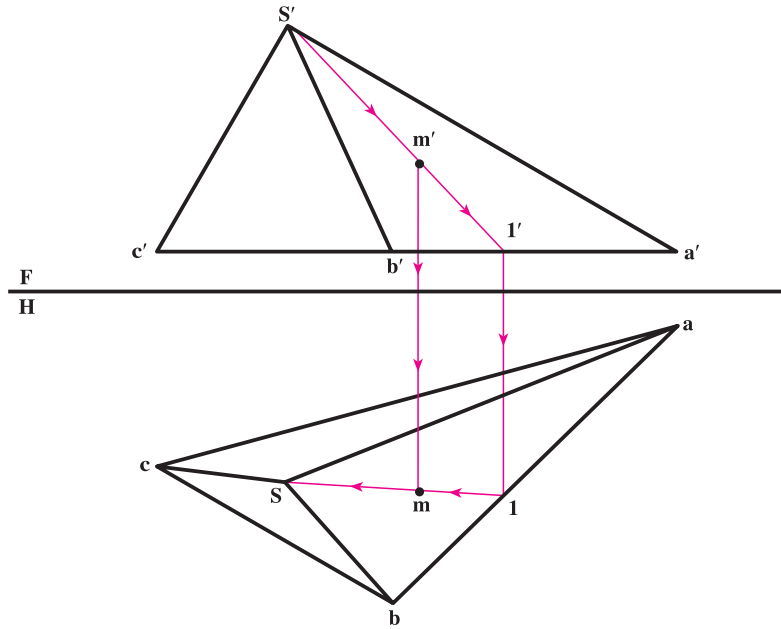
همان‌گونه که می‌دانید هر جسم مثل منشور یا هرم در حقیقت از تعدادی صفحه تشکیل می‌شود که اگر نقطه‌ای را روی سطح آن در نظر بگیریم، در حقیقت این نقطه روی یک صفحه قرار دارد؛ چنان که پیش از این نیز دیده‌ایم که چگونه نقطه واقع بر یک صفحه در تصاویر دیگر معین می‌شود.

نمونه: دو نمای جسمی معین است و تصویر روبه‌روی نقطه‌ای از آن واقع بر سطح SAB در دست است، هدف تعیین نمای افقی آن، یعنی  $m$  است (شکل ۱-۱۱).



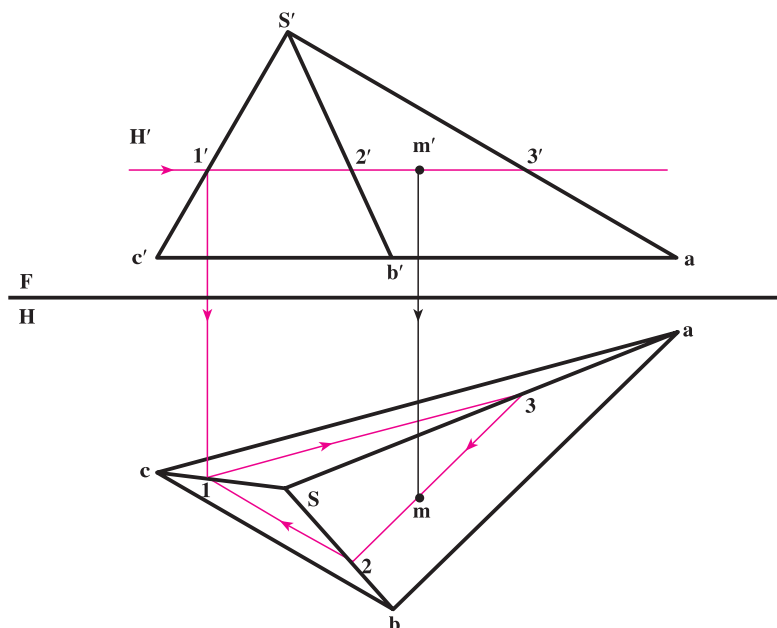
شکل ۱-۱۱

۱۱-۲-۱- روش اول : همان‌گونه که می‌دانید یک روش تعیین نقطه استفاده از خط کمکی است که پیشتر گفته شد. با این حال یادآوری می‌شود که مطابق شکل ۱۱-۲ می‌توان خطی را از صفحه SAB مانند  $s'l'$ ، که بر  $m'$  می‌گذرد، در نظر گرفت. آنگاه نمای افقی آن یعنی  $sl$  را به دست آورد و سپس به کمک رابط،  $m$  را پیدا کرد.



شکل ۱۱-۲

۱۱-۲-۲- روش دوم : در این مورد روش ساده دیگری موجود است که آن را «روش صفحه کمکی» می‌نامیم. بر طبق این روش نیاز هست که جسم را با یک صفحه فرضی برش دهیم به گونه‌ای که این صفحه از  $m'$  بگذرد. پس از این کار، در نمای افقی اثر این برش را تعیین و  $m$  را پیدا می‌کنیم (شکل ۱۱-۳).

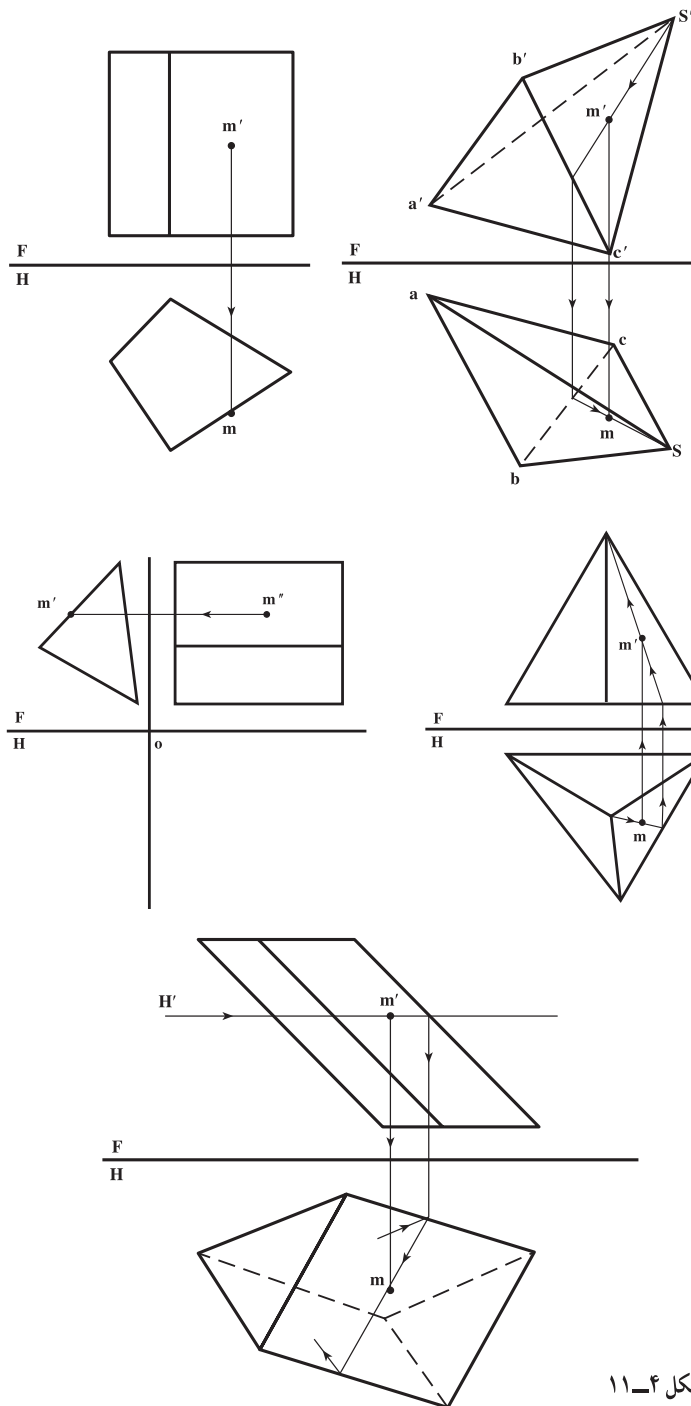


شکل ۱۱-۳



### چکیده :

– چون کف جسم یک سطح افقی است، برای برش از صفحه‌ای افقی به نام  $H'$  و به موازات کف استفاده کردیم.  
 – همان گونه که می‌دانید اگر جسمی به موازات قاعده‌اش بریده شود، شکل مقطع با قاعده مشابه می‌باشد؛ پس کافی است با تعیین نقطه‌ای مانند  $l$  و انتقال آن به تصویر افقی، مثلث ۳ و ۲ و ۱ را رسم و در نتیجه  $m$  را تعیین کنیم. (شکل ۳-۱۱)  
 نمونه : در شکل ۴-۱۱، نماهای اجسامی داده شده و همچنین تصاویر مجهول نقطه‌های واقع بر آن‌ها مشخص شده است. آیا می‌توانید در هر مورد چگونگی تعیین تصویر مجهول را توضیح دهید؟

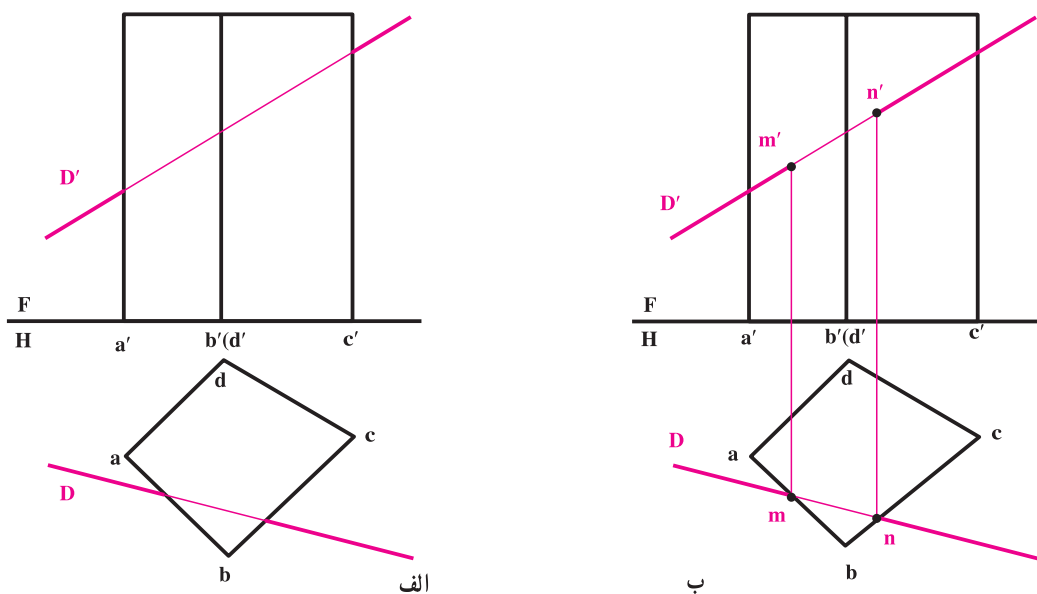


شکل ۴-۱۱

### ۱۱-۳- برخورد خط و جسم

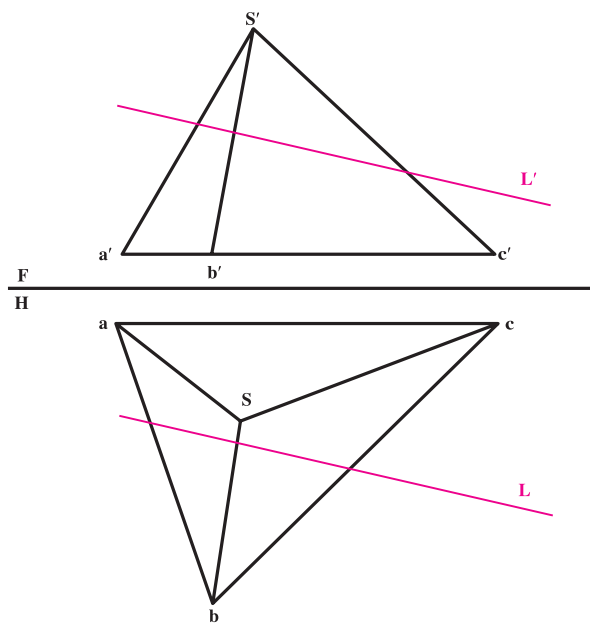
هر خط می‌تواند در دو نقطه با یک جسم برخورد کند. به عبارت دیگر، از یک نقطه وارد و از نقطه دیگر خارج شود. به شکل الف ۱۱-۵ نگاه کنید.

در این شکل منشوری که وجوه جانبی آن صفحات قائم هستند معرفی شده که یک خط  $DD'$  با آن برخورد کرده است. مطابق شکل ب ۱۱-۵ نقاط ورود و خروج در تصویر افقی  $n$  و  $m$  و در نمای روبه‌رو  $m'$  و  $n'$  خواهد بود.



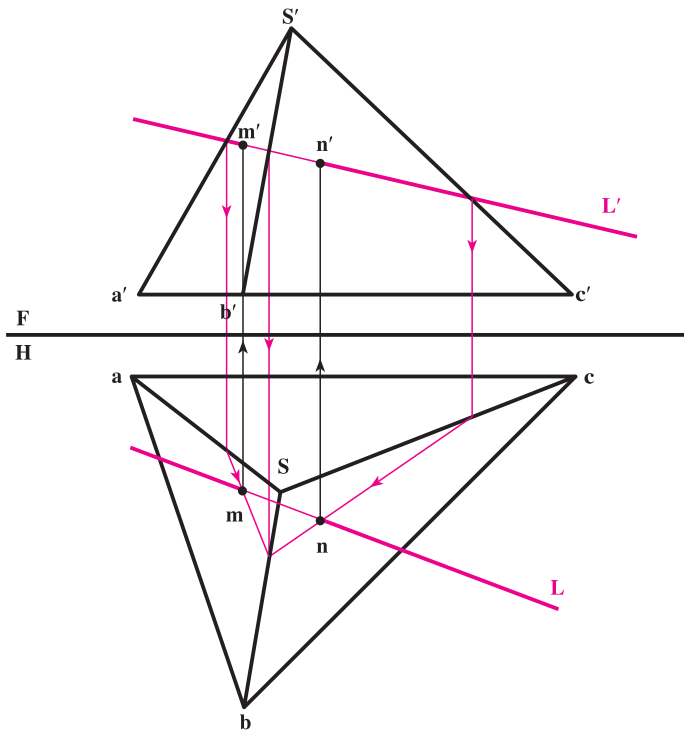
شکل ۱۱-۵

در شکل ۱۱-۶ یک هرم و یک خط  $LL'$  نشان داده شده است. نقاط برخورد را به دو روش می‌توان معین نمود:



شکل ۱۱-۶

۱-۳-۱۱- روش اول- روش خط کمکی: در این روش از خط کمکی استفاده می‌شود؛ به این ترتیب که ابتدا برخورد خط با صفحه SAB و سپس با صفحه SBC معین می‌شود. شکل ۱۱-۷ نتیجه را که همان نقاط M و N هستند نشان می‌دهد.



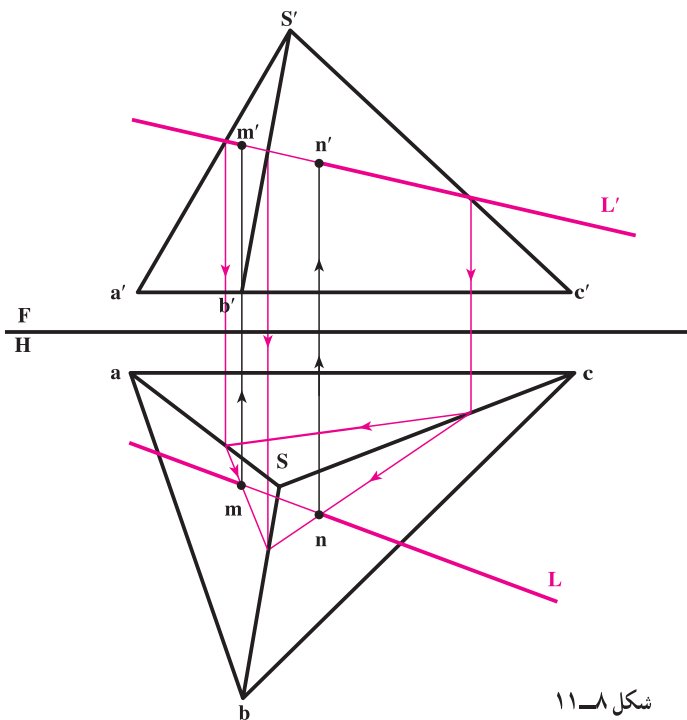
شکل ۱۱-۷

چکیده:

با فرض  $L'$  در صفحه SAB نقطه M و با فرض آن در صفحه SBC نقطه N را معین کردیم.

۲-۳-۱۱- روش دوم - روش صفحه کمکی:

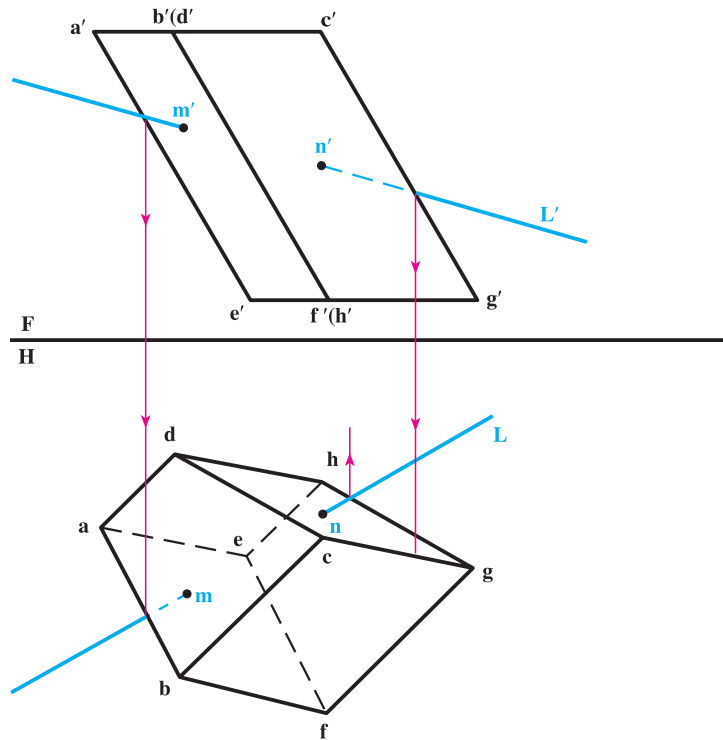
در این صورت می‌توان یک صفحه منتصب گذرنده بر  $L'$  در نظر گرفت و آن‌گاه مقطع آن را با جسم تعیین نمود. این مقطع یک مثلث خواهد بود که از برخورد اضلاع این مثلث با  $L$ ،  $m$  و  $n$  معین می‌شود (شکل ۱۱-۸). همچنین می‌توان با در نظر گرفتن صفحه کمکی قائم و شروع از تصویر افقی مسئله را حل کرد.



شکل ۱۱-۸

#### ۱۱-۴ دید و ندید

هنگامی که یک خط با یک جسم برخورد می‌کند ممکن است پیش از ورود و پس از خروج در تصاویر افقی و روبه‌رو دیده شود؛ مانند  $LL'$  در شکل ۱۱-۸. همچنین ممکن است به علت واقع شدن بخشی از خط در پشت برخی از صفحات تشکیل‌دهنده جسم، قسمتی از خط ندید باشد. به شکل ۱۱-۹ توجه کنید.



شکل ۱۱-۹

پس از تحقیق در مورد تقاطع  $LL'$  با منشور، نقاط  $M$  و  $N$  واقع بر صفحات  $ABFE$  و  $CDHG$  تعیین می‌شود. از پاره‌خط  $MN$  که در داخل جسم واقع می‌شود، صرف‌نظر می‌کنیم و تنها بخش‌هایی از خط که بیرون از محدوده جسم است، مورد نظر خواهد بود. اکنون از نقطه تقاطع ظاهری خط با  $a'e'$  رابط می‌کنیم، چون دیده می‌شود که بعد خط بیشتر است، بخش سمت چپ  $m$  در تصویر روبه‌رو دید خواهد بود. با همین بررسی، در مورد نقطه ظاهری برخورد خط با  $c'g'$ ، به نتیجه می‌رسیم که قسمت سمت راست  $n'$  ندید است.

اگر این بررسی برای نقطه تقاطع ظاهری خط در تصویر افقی با خطوط  $ab$  و  $hg$  هم انجام شود بخش‌های دید و ندید خط در تصویر افقی هم معین می‌شود. در این‌جا مشاهده می‌شود که از  $n$  به طرف راست دید و از  $m$  به طرف چپ ندید است.

#### ۱۱-۵ برخورد صفحه با جسم

نظر به این که صفحه را می‌توان به صورت‌های مختلف در نظر گرفت، مسئله شکل‌های گوناگونی خواهد داشت. برای تعیین برش جسم با یک صفحه روش کار به این ترتیب خواهد بود:

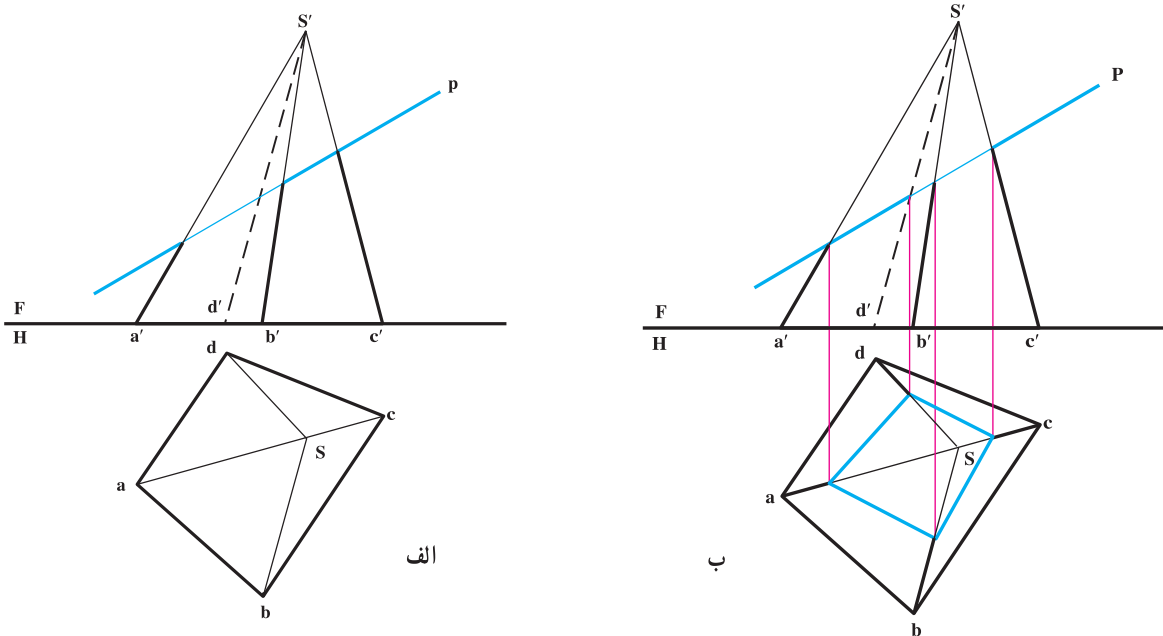
— ابتدا نقاط برخورد همه یال‌های جسم را با صفحه، در صورت وجود برخورد، تعیین می‌کنیم؛

۱- توجه کنید که در مورد برخورد یک خط به تنهایی با یک جسم، بخشی از خط که داخل جسم است مورد توجه نیست.

– سپس نقاط برخورد خطوط تشکیل دهنده صفحه را با صفحات جسم معین می‌نماییم.

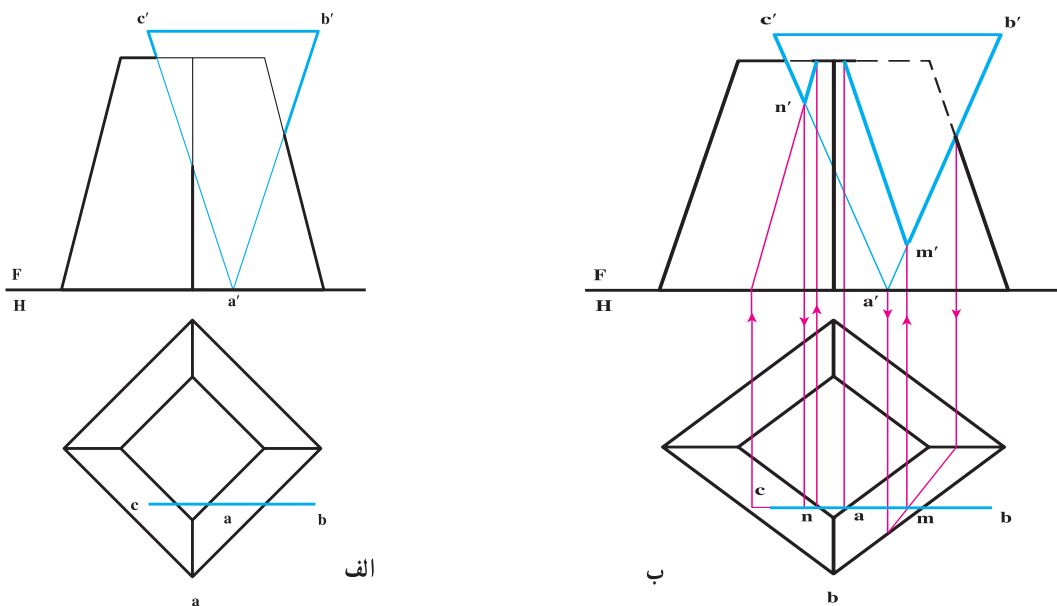
### ۱۱-۶ حالات خاص برخورد صفحه و جسم

در شکل الف ۱۱-۱۰ یک هرم با یک صفحه منتصب برخورد کرده است. (صفحه منتصب نامحدود) برخورد به سادگی و فقط به کمک خطوط رابط به دست می‌آید. در این جا توجه کنید که به علت نامحدود بودن صفحه، تعیین برخورد یال‌های جسم با صفحه برای تعیین مقطع کافی است (شکل ب ۱۱-۱۰)



شکل ۱۱-۱۰

در نمونه‌ای دیگر، یک هرم ناقص با یک صفحه سه گوشه برخورد می‌کند. (شکل الف ۱۱-۱۱)



شکل ۱۱-۱۱

## چکیده :

- با شروع از تصویر روبه‌رو، برخورد AB را با سطح جانبی هرم به صورت  $mm'$  معین کردیم؛
- با شروع از تصویر افقی، برخورد CA با هرم، به صورت  $nn'$  را به دست آوردیم؛
- نقاط برخورد اضلاع قاعده بالایی هرم با مثلث نیز بسادگی به دست می‌آید؛
- با ترسیم خطوط حاصل از برخورد و ندید رسم کردن آنچه پشت ABC در تصویر روبه‌رو هست، حل کامل می‌شود.

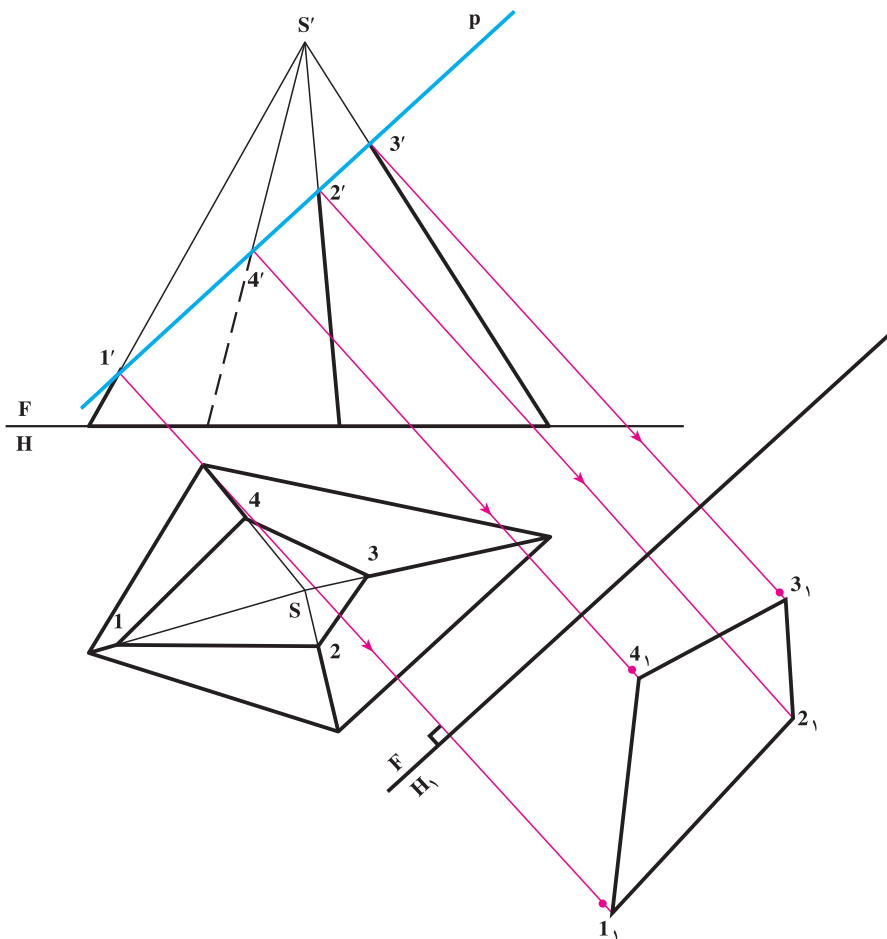
## ۷-۱۱- اندازه حقیقی سطوح برش خورده

مقطعی که توسط صفحه، از جسم پدید می‌آید دو حالت دارد :

- جزء صفحات خاص است که در حالات منتصب، قائم و مواجه با یک تغییر صفحه اندازه حقیقی معین می‌شود؛
- مقطع صفحه‌ای غیر خاص است که در آن صورت دو تغییر صفحه برای نمایش اندازه حقیقی لازم است (که اکنون وارد آن

بحث نمی‌شویم).

برای حالت نخست، مسئله حل شده‌ای شبیه شکل ۱۱-۱ را در نظر می‌گیریم، آنگاه با یک تغییر صفحه افقی اندازه حقیقی آن را معین می‌کنیم؛ باید گفته شود که تعیین اندازه حقیقی مقطع در بسیاری موارد، مانند ساخت جسم از ورق، لازم است (شکل ۱۱-۱۲).

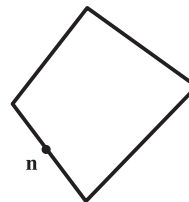
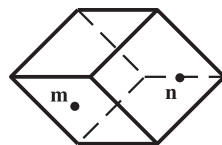
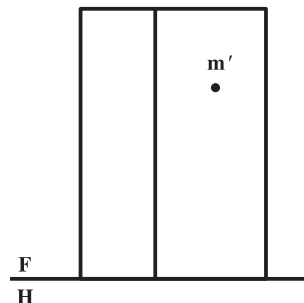
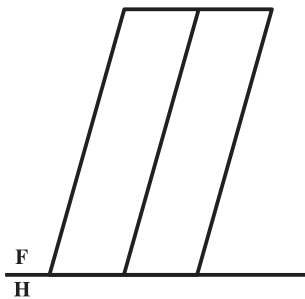
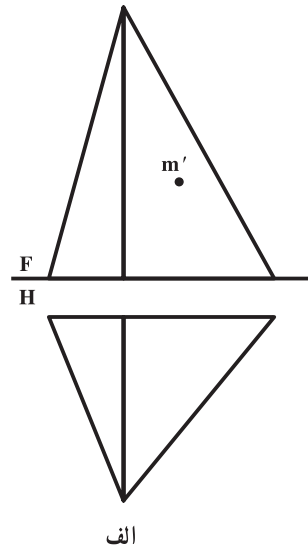


شکل ۱۱-۱۲

۱- برای تعیین یک نقطه واقع بر سطح جسم در تصاویر دیگر، چه روش‌هایی می‌شناسید؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.

۲- برای تعیین نقطه برخورد خط با جسم چه روش‌هایی می‌شناسید؟ با رسم شکل دستی توضیح دهید.

۳- در شکل ۱۱-۱۳ الف تا پ یک یا دو نقطه واقع بر سطح یک جسم در یک تصویر داده شده است. تصویر دیگر نقطه را معین کنید. همچنین در تعداد پاسخ‌های ممکن بحث کنید. (در صورت نیاز، نام‌گذاری گوشه‌ها را خود انجام دهید)

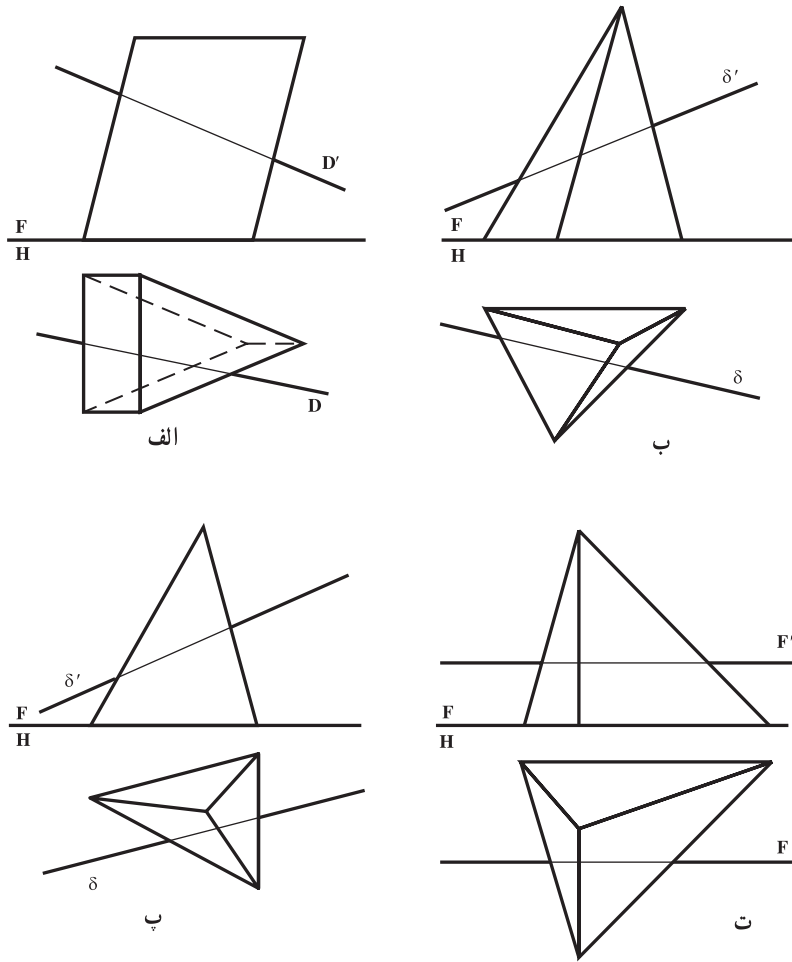


ب

ب

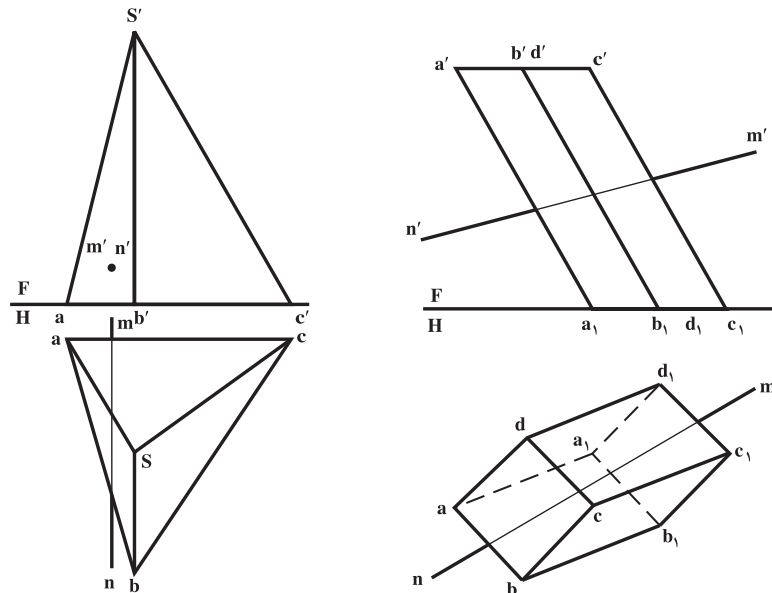
شکل ۱۱-۱۳

۴- در شکل ۱۱-۱۴ الف تا ت نقاط برخورد خط را با جسم معین و دید و ندید کنید.



شکل ۱۱-۱۴

۵- نقاط برخورد خط MN را با هرم و منشور معین کنید (شکل ۱۱-۱۵).



شکل ۱۱-۱۵

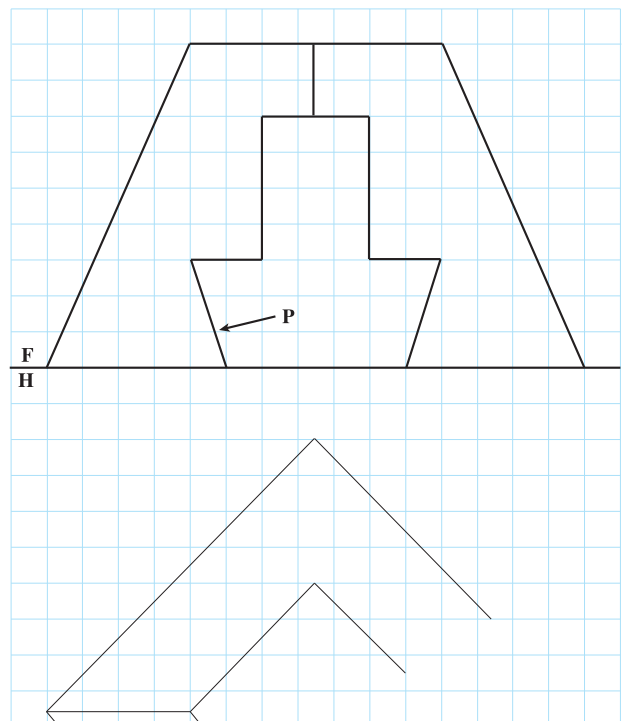
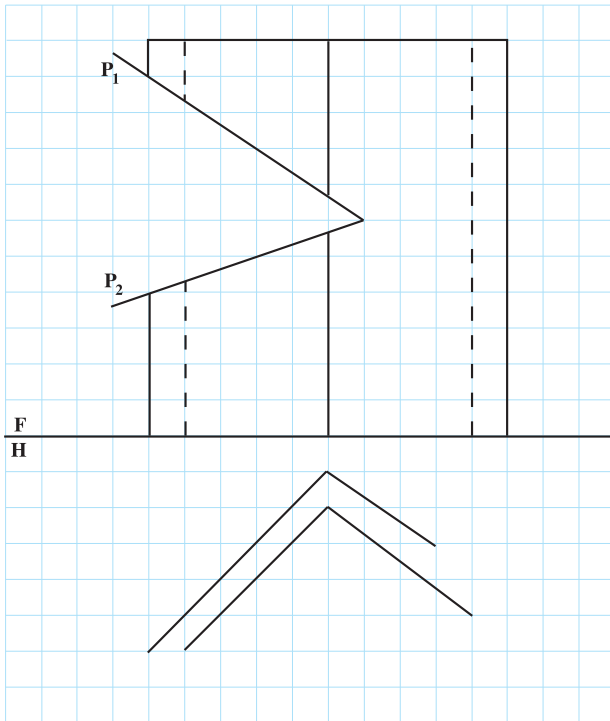
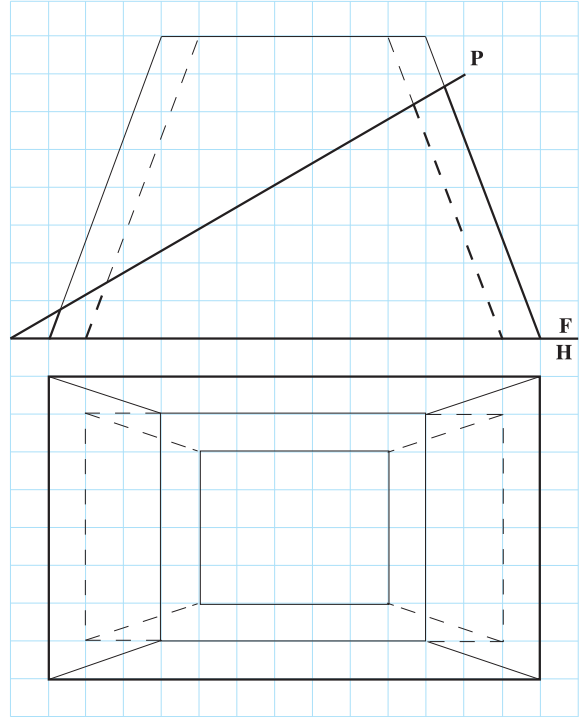
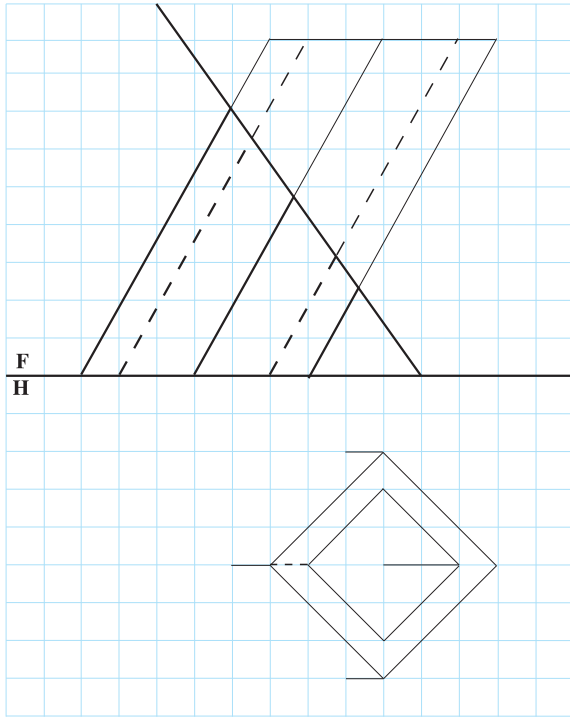


۶- شکل ۱۱-۱۱ را با مقیاس ۲:۱ دوباره ترسیم کنید.

۷- شکل ۱۱-۱۲ را دوباره با مقیاس ۲:۱ رسم و مساحت مقطع p را تعیین کنید (به  $\text{mm}^2$ ).

۸- با در نظر گرفتن هر خانه برابر  $1^\circ$ ، دو نمای کامل بکشید و در هر مورد، اندازه حقیقی برش با صفحه را

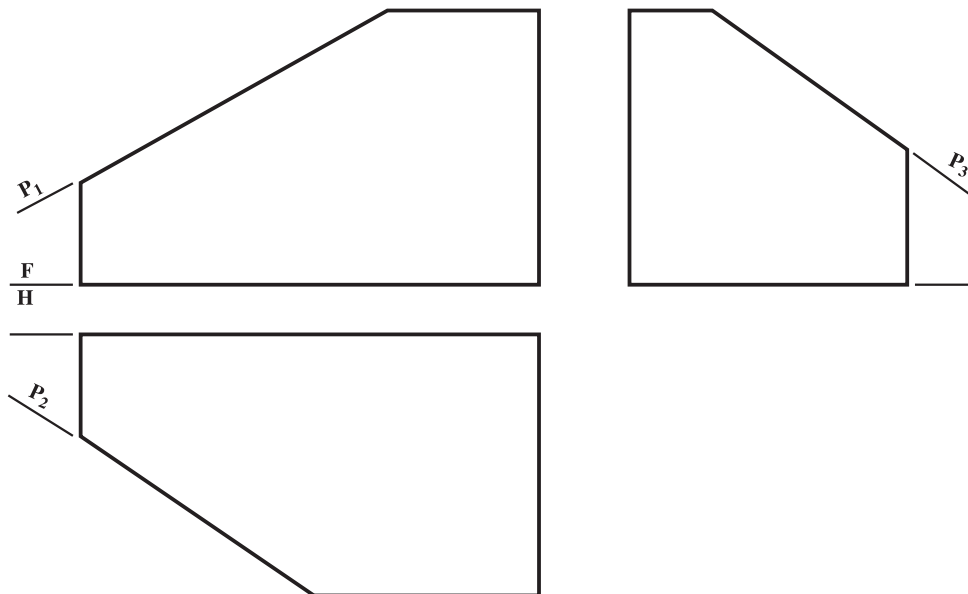
به دست آورید. در هر چهار نمونه، نمای روبه‌رو کامل است (شکل ۱۱-۱۶).



شکل ۱۱-۱۶

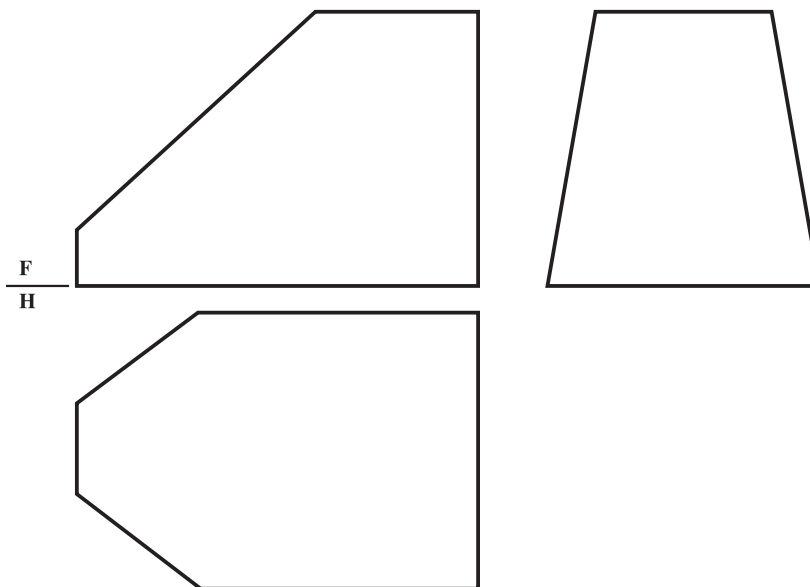
## برای مطالعه

۱- منشور داده شده در شکل ۱۷-۱۱ با سه صفحه منتصب  $P_1$  و قائم  $P_2$  و مواجه  $P_3$  بریده شده است. سه نما را کامل کنید. آیا پیش از ترسیم می‌توانید بگویید بین سه صفحه یاد شده چه اتفاقی خواهد افتاد؟ مقیاس ترسیم ۲:۱



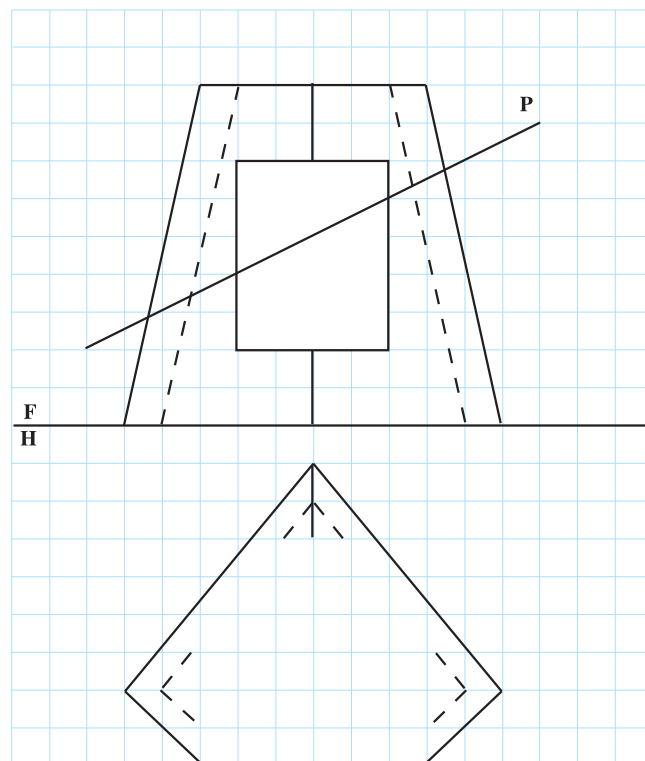
شکل ۱۷-۱۱

۲- پس از ترسیم شکل ۱۸-۱۱، سه نما را کامل کنید (مقیاس ۱:۲).  
راهنمایی: جسم نخستین یک مکعب مستطیل بوده است که با ۵ صفحه بریده شده است.



شکل ۱۸-۱۱

۳- پس از تهیه یک کپی از روی نقشه زیر، بر روی کاغذ  $A_3$ ، نمایی از بالا را کامل کنید و اندازه حقیقی برش با صفحه منتصب P را به دست آورید. نمای روبه‌رو کامل است



شکل ۱۹-۱۱