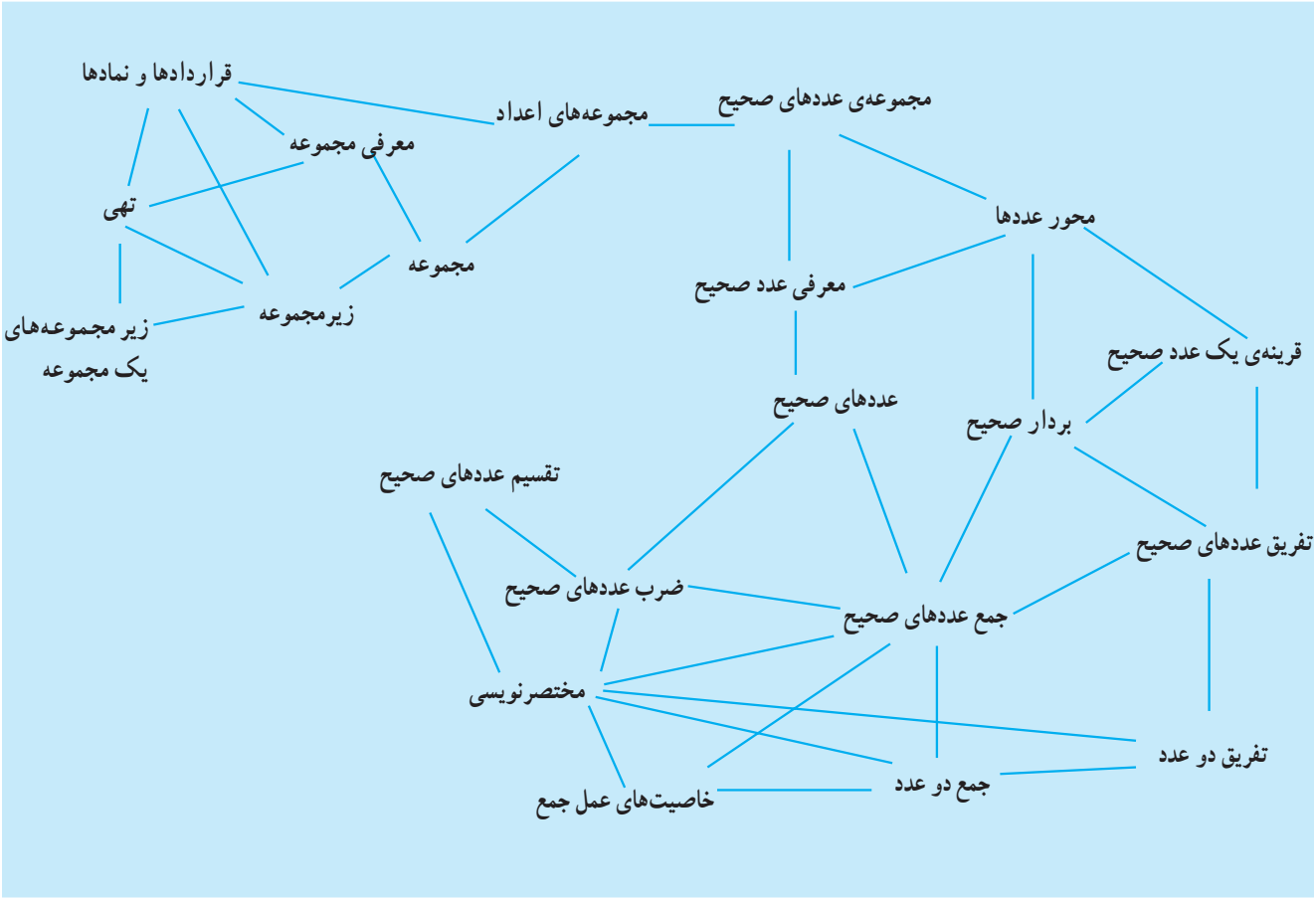
بخش دوم

بررسی روش های تدریس ریاضی دوم راهنمایی

فصل اوّل

مجموعه‌ی عددهای صحیح

این فصل، به دو بخش کلی تقسیم می‌شود ؛ در قسمت اول، مفاهیمی از نظریه‌ی مجموعه‌ها مطرح می‌گردد. از آن‌جا که این مفاهیم مجردند، تأکید چندانی بر آن‌ها نشده و کاربردهای این دروس در سایر درس‌های ریاضی بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. در بخش دوم نیز ضمن یادآوری دروس مربوط به عددهای صحیح کلاس اول راهنمایی، به کسب مهارت در انجام‌دادن عملیات توجه شده است. در نوشتن عبارت‌ها نیز مختصرنویسی هدف اصلی است. در پایان این بخش ضرب و تقسیم عددهای صحیح آموزش داده می‌شود. محتوا و مفاهیم این فصل به شکل زیر با هم در ارتباط‌اند.



هم‌چنین در این فصل، آموزش راهبردهای «رسم شکل» و «جدول نظام‌دار» و رسم ۱ گنجانده شده است.

همان‌طور که از نمودار ارتباط مفاهیم برمی‌آید، در بخش مربوط به عددهای صحیح محور و نقطه‌ی تمرکز آموزش، مختصرنویسی است ؛ چرا که تمام مفاهیم و عملیات این درس با مختصرنویسی در ارتباط‌اند. از طرف دیگر، از آن‌جا که به جز ضرب و تقسیم، سایر مفاهیم در کلاس اول راهنمایی مطرح شده‌اند، یادآوری در کلاس دوم با مختصرنویسی معنای تازه‌ای می‌یابد. ضمن این که کسب مهارت در انجام‌دادن عملیات با مختصرنویسی همراه می‌شود.

در این قسمت، کلیه‌ی مفاهیم و محتوای درس عدد صحیح ــ از جمله خاصیت‌های عمل جمع ــ را باید با مختصرنویسی مرور کرد ؛ برای مثال، تساوی مربوط به خاصیت جابه‌جایی را می‌توان به صورت زیر مختصر کرد.

$$(+۳)+(+۵)=(+۵)+(+۳) \xRightarrow{\text{مختصرنویسی}} ۳+۵=۵+۳$$

هم‌چنین در قسمت مجموعه، استفاده‌ی درست از نمادها و قراردادها، فصل مشترک بیشتر موضوعات این درس است.

زمان بندی

ماه مهر

هفته‌ی اوّل: معرفی مجموعه ــ قراردادها و نمادها ــ زیر مجموعه

هفته‌ی دوم: ادامه‌ی زیر مجموعه ــ رسم شکل ــ عدد صحیح (یادآوری) ــ بردار صحیح

هفته‌ی سوم: قرینه‌ی یک عدد صحیح ــ جمع عددهای صحیح ــ مختصرنویسی ــ جمع دو عدد ــ قرینه‌ی مجموعه

هفته‌ی چهارم: جمع دو عدد (ادامه) ــ تفریق عددهای صحیح

ماه آبان

هفته‌ی اوّل: ضرب عددهای صحیح ــ راهبرد جدول نظام‌دار ــ تقسیم عددهای صحیح ــ رسم ۱

زمان‌بندی ارایه شده در این کتاب، پیشنهادی است. با توجه به شرایط کلاس، امکانات، توانایی‌های دانش‌آموزان و سایر عوامل، این زمان‌بندی ممکن است تغییر کند. از این زمان‌بندی پیشنهادی به طور تقریبی می‌توان دریافت که سرعت آموزش مناسب است یا خیر.

نمونه‌ی سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱ــ مجموعه‌های عددهای صحیح کوچک‌تر از ۱− و بزرگ‌تر از ۹− را بنویسید.

۲ــ آیا مجموعه‌ی عددهای صحیح کوچک‌تر از ۳ زیرمجموعه‌ی، مجموعه‌ی عددهای صحیح کوچک‌تر از ۱۰ است؟ چرا؟

۳ــ مجموعه‌ی عددهای صحیحی را بنویسید که بین ۵ و ۵− بوده و بر ۷ بخش‌پذیر باشند.

یادداشت معلم

مجموعه

موضوعات در یک نگاه

در این درس، ابتدا مجموعه و سپس، علامت، نمادها و قراردادهایی که برای مشخص‌کردن مجموعه‌ها به کار می‌روند، آموزش داده می‌شود. با معرفی مجموعه‌های اعداد مثل طبیعی و حسابی، علامت عضو بودن یا نبودن در یک مجموعه تعریف می‌شود. مفهوم زیر مجموعه، علامت زیرمجموعه بودن یا زیرمجموعه نبودن و مجموعه‌ی تهی در پایان این درس مطرح می‌شوند.

اهداف

در فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.

۱ــ مجموعه‌ها را با خط بسته یا با استفاده از نماد آکلاد مشخص کند.

۲ــ مجموعه‌ها را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری کند و یک مجموعه را با اعضایش نشان دهد.

۳ــ علامت $\in$ یا $\notin$ را به درستی برای عضویت یا عدم عضویت یک عضو در مجموعه به کار برد.

۴ــ مفهوم زیرمجموعه را درک کند و علامت زیرمجموعه بودن یا زیرمجموعه نبودن را به درستی به کار برد.

۵ــ زیرمجموعه‌هایی از یک مجموعه را بنویسد.

۶ــ مفهوم مجموعه‌ی تهی را درک کند ؛ نماد آن را به کار برد و تشخیص دهد که تهی، زیرمجموعه‌ی تمام مجموعه‌هاست.

۷ــ عضوهای مشترک دو یا چند مجموعه را تشخیص دهد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱ــ با استفاده از مجموعه‌های داده شده، آن‌ها را با خط بسته نشان دهید.

$A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$

$B = \{۱, ۲, ۳\}$

$C = \{۱, ۲, ۶, ۷\}$

۲ــ با استفاده از مجموعه‌های داده شده، عبارت‌های درست را با ✔ مشخص کنید.

$A = \{\cdots, -۴, -۲, ۰, ۲, ۴, ۶\}$

$B =$ مجموعه‌ی عددهای صحیح بین ۴ و ۴−

$B \subset A$ $\quad A \subset A$ $\quad B \in B$ $\quad \varnothing \quad A$

$\varnothing \quad B$ $\quad ۸ \notin A$ $\quad -۸ \in A$ $\quad ۲, ۴ \subset A$

$\{۱, ۲, ۳\} \subset B$

یادداشت معلم

درس‌ها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدف‌ها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	واژگان
معرفی مجموعه	۱ ۲	مفهوم مجموعه نمایش مجموعه با خط بسته	ـ از مفهوم مجموعه درک درستی داشته باشد. ـ مجموعه و اعضای آن را با خط بسته نشان دهد. ـ مجموعه بودن یا نبودن را با استفاده از اصل مشخص و متمایز بودن اعضای مجموعه، تشخیص دهد.	ـ مطالعه‌ی متن درس	آلبوم عکس یا تمبر مجموعه‌هایی از اشیا یا اشکال	مجموعه
قراردادها و نمادها	۲ ۳ ۴ ۵	نام‌گذاری مجموعه علامت $\in$ و $\notin$ نمایش مجموعه با آکلاد علامت ... مجموعه‌های اعداد	ـ مجموعه‌ها را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری کند. ـ نماد $\in$ و $\notin$ را به درستی به کار برد. ـ مجموعه‌ها را با اعضا و استفاده از $\{\}$ نمایش دهد. ـ علامت ... را به درستی به کار برد. ـ عضوهای مجموعه را با الگویابی پیدا کند و بنویسد. ـ مجموعه‌های اعداد طبیعی و حسابی و نام هر کدام را بشناسد. ـ با استفاده از توضیح فارسی مجموعه‌ی اعضای آن را بنویسد. ـ یک مجموعه را به زبان فارسی توضیح دهد.	ـ انجام دادن کار در کلاس برای تمرین به کاربردن نمادها ـ انجام دادن فعالیت برای شناخت مجموعه‌های اعداد و استفاده از نماد ... ـ انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین نوشتن اعضای یک مجموعه	نمونه‌هایی از مجموعه‌های اشیا، اشکال و ...	عضو بودن عضو مجموعه‌ی عددهای طبیعی مجموعه‌ی عددهای حسابی
زیر مجموعه	۵ ۶ ۷	زیرمجموعه تهی	ـ مفهوم زیرمجموعه را درک کند و نمادهای $\subset$ و $\not\subset$ را به درستی به کار برد. ـ برای مجموعه و زیرمجموعه‌ی آن مثال بزند.	ـ انجام دادن فعالیت برای درک مفهوم زیرمجموعه ـ انجام‌دادن فعالیت برای تشخیص زیرمجموعه بودن		زیرمجموعه تهی
	۱۰ ۱۱	نماد $\subset$ و $\not\subset$	ـ زیرمجموعه‌های یک مجموعه را بنویسد.	ـ انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین به کاربردن نماد زیر مجموعه		
			ـ مفهوم مجموعه‌ی تهی را درک کند و علامت آن را به کار برد. ـ بداند که تهی، زیر مجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است. ـ همه‌ی زیرمجموعه‌های یک مجموعه را بنویسد.	ـ انجام‌دادن فعالیت برای تمرین نوشتن زیرمجموعه‌ای از یک مجموعه ـ انجام‌دادن کار در کلاس برای تمرین تشخیص زیرمجموعه و به کاربردن مجموعه‌ی تهی		

مجموعه

زمانی که «زه‌نون»، ریاضی‌دان یونانی، برای به کرسی نشاندن فلسفه‌ی استاد خود «پارمندوس» (که معتقد بود، در جهان حرکتی وجود ندارد و آنچه به نام حرکت شناخته شده است، تنها تصوری از ذهن آدمی است)، چهار استدلال شبه ریاضی، برای اثبات «بی‌حرکتی در جهان» آورد، چون ریشه‌ی استدلال او، بر «بی‌نهایت‌ها» گذاشته شده بود، ریاضی‌دانان و فیلسوفان یونانی، از طرح مفهوم «بی‌نهایت» یا «بی‌پایان» پرهیز می‌کردند. ارسطو هم معتقد بود که خود واژه‌ی «بی‌نهایت» با تناقض همراه است. نزدیک به دو هزار سال بعد نیز «هگِل» فیلسوف آلمانی، مفهوم «بی‌نهایت» را مفهومی دانست که با خودش در تضاد است.

یکی از استدلال‌های زه‌نون چنین است :«اگر قهرمان دو، از لاک‌پشت عقب باشد، هرگز نمی‌تواند فاصله‌ی خود را با آن به صفر برساند.»

در زمانی که قهرمان دو، فاصله‌ی نخستین خود را با لاک‌پشت می‌پیماید، لاک‌پشت اندکی جلو رفته است و بنابراین، قهرمان ما باید این فاصله‌ی تازه را هم بپیماید ولی با پیمودن آن، باز هم لاک‌پشت، فاصله‌ی دیگری را (هر چند کوچک) جلو رفته است ؛ بنابراین، باز هم فاصله‌ای برای قهرمان ما می‌ماند که باید پیموده شود. با ادامه دادن این استدلال، روشن می‌شود که قهرمان دو، به «بی‌نهایت» زمان نیاز دارد تا به لاک‌پشت برسد ؛ یعنی، هرگز به او نمی‌رسد.

البته، استدلال‌های زه‌نون، چه از نظر ریاضی و چه از نظر فلسفی رد شد ولی تا مدت‌ها ریاضی‌دانان و فیلسوفان را از نزدیک‌شدن به مفهوم «بی‌پایان» یا «بی‌نهایت» می‌ترساند. با وجود این، کارهای ریاضی «نیوتُن» و «لایب‌نیتس» در سده‌ی هفدهم، این ترس را تا حدود زیادی از میان برد ولی یک بررسی جدی ریاضی لازم بود تا عمل کردن از «نامتناهی» و «بی‌پایان» را در قلمرو ریاضیات قرار دهد.

سرانجام، «جرج کاتور»، ریاضی‌دان آلمانی، (۱۹۱۸ـ۱۸۴۵) با وارد کردن مفهوم «مجموعه» و به ویژه کشف قانون‌های حاکم بر مجموعه‌های «بی‌پایان»، بحث مربوط به «بی‌نهایت» را به حیطه‌ی ریاضیات درآورد و بخش عمده‌ای از مشکلات و معنی فیلسوفان و ریاضی‌دانان را به یاری استدلال‌های منطقی و ریاضی، برطرف کرد.

بحث مربوط به مجموعه‌ها و قانون‌های حاکم بر آن، به‌تدریج بر تمامی ریاضیات سایه افکند و از راه آن، سایر دانش‌ها را زیر نفوذ خود گرفت و به ابزاری تبدیل شد که بدون آن، پیشرفت ریاضیات، ناممکن به نظر می‌رسید.

البته باید به یاد داشت که برای استفاده از نظریه‌ی مجموعه، باید بر قانون‌های حاکم بر آن و بر روش «حساب مجموعه‌ها» (یا به زبان دیگر، «جبر مجموعه‌ها») تسلط داشت. تنها با به کاربردن واژه‌ی مجموعه، دشواری حل نمی‌شود. هستند نویسندگانی که برای نمونه، به جای واژه‌ی «خط» از واژه‌ی ترکیبی «مجموعه‌ی نقطه‌ها» استفاده می‌کنند و به جای «دنباله‌ی عددهای طبیعی»، اصطلاح «مجموعه‌ی عددهای طبیعی» را به کار می‌برند یا به جای این که بگویند و بنویسند «مکان هندسی نقطه‌هایی از صفحه ...» می‌نویسند : «مجموعه‌ی نقطه‌هایی از صفحه ...» ؛ این شیوه، هیچ یک از مشکلات جدی ریاضیات را حل نمی‌کند و تنها موجب شگفتی خواننده می‌شود که «مگر واژه‌ها و اصطلاح‌های قبلی چه عیبی دارند که باید آن‌ها را کنار بگذاریم و واژه‌ی «مجموعه» را در جمع‌بندی‌های خود قرار دهیم؟»

و. و. سایز (W.W.Sawyes) ریاضی‌دان و مربی انگلیسی، در پیش گفتار کتاب «مسیر ریاضیات جدید» (که در حدود سال ۱۹۷۰ چاپ شد) با اندوه درباره‌ی این ساده اندیشی صحبت می‌کند ؛ او می‌نویسد :

«در میان مسئولان با نفوذ آموزش دبیرستانی، به ندرت به کسانی برمی‌خوریم که دیدی واقع بینانه داشته باشند. برای پرکردن شکاف‌هایی که در آموزش ریاضیات وجود دارد، تلاشی جدی انجام نمی‌گیرد بلکه به صورتی ساده، این شکاف‌ها را می‌پوشانند و پنهان می‌کنند ؛ درست همان‌طور که ترک دیوار با کاغذدیواری تازه‌ای پوشانده می‌شود. نوسازی برنامه‌ها، به جای این که

اندیشه‌های تازه بیاورد (که البته، به زمان بیشتر و درک بالاتری نیاز دارد) تنها به ورود اصطلاح‌های تازه در ریاضیات دبیرستانی منجر شده است. هرجا فرصتی دست دهد، از واژه‌ی «مجموعه» استفاده می‌شود و آن وقت گمان می‌کنند، جزو پیشگامان پژوهش‌های آموزشی در آمده‌اند. این واژه، چنان صورت پر رمز و افسانه‌ای پیدا کرده است که به کلی از اعتبار افتاده و معنای واقعی خود را از دست داده است...»

نظریه‌ی مجموعه‌ها، یک زبان است ؛ زبانی است برای بیان مفهوم‌ها و درک قانون‌هایی که بر طبیعت و جامعه، حکومت می‌کنند. برای استفاده از این زبان، باید آن را یاد گرفت و بر قاعده‌ها و عمل‌های مربوط به آن تسلط یافت. به کارگرفتن واژه‌ی «مجموعه» از عهده‌ی برطرف کردن هیچ دشواری‌ای برنمی‌آید.

□

کانتور به سفارش استاد خود، روی موضوعی کار می‌کرد که زمان فوریه ریاضی‌دان بزرگ فرانسوی، آن را آغاز کرده بود. در همین پژوهش‌ها بود که او به نظریه‌ی مجموعه‌ها رسید (و به ویژه، مقایسه‌ی مجموعه‌های بی‌پایان).

کانتور به جز کشف‌های دیگر خود، به یک موفقیت اساسی رسید : مقایسه‌ی مجموعه‌های بی‌پایان ؛ او روشن کرد که برخی از مجموعه‌های بی‌پایان، هم ارز و برخی دیگر ناهم‌ارزند ؛ به عبارت دیگر، تعداد عضوها در برخی مجموعه‌های بی‌پایان، یکی است (و آن‌ها را مجموعه‌های هم توان نامید) ولی برخی از مجموعه‌های بی‌پایان، نسبت به برخی دیگر فشرده‌ترند ؛ یعنی، توان بالاتری دارند.

گالیله معتقد بود اگر دو مجموعه‌ی بی‌پایان را با هم مقایسه کنیم، به تناقض برمی‌خوریم ؛ زیرا برای نمونه، تعداد عددهای طبیعی با تعداد عددهای زوج (که زیر مجموعه‌ای از عددهای طبیعی است)، برابر درمی‌آید ولی کانتور درست از همین جا آغاز کرد و نتیجه گرفت که در مجموعه‌های بی‌پایان، این هم‌توانی، امری طبیعی است و هیچ تناقضی در آن وجود ندارد.

وقتی «گاوس»، ریاضی‌دان پرکار آلمانی، روی مقدار عدد π کار می‌کرد، معتقد بود که اگر π را به صورت دنباله‌ای از عددها بنویسیم :

۳ ,۳/۱ ,۳/۱۴ ,۳/۱۴۱ , ۳/۱۴۱۹ ,...

درست است که به ترتیب به مقدار حقیقی عدد π نزدیک‌تر می‌شویم ولی از آن‌جا که باید مجموعه‌ی بی‌پایان از عددها و عمل‌ها را در نظر بگیریم، به تناقض برمی‌خوریم (زیرا هرگز نمی‌توانیم به این تعداد بی‌پایان عددها و عمل‌ها دسترسی پیدا کنیم) و بنابراین، در نظر گرفتن عدد π ، به عنوان حد این دنباله، در ریاضیات مجاز نیست. کانتور، این شجاعت را داشت که این شیوه‌ی برخورد با مجموعه‌های بی‌پایان را مجاز و قانونی اعلام کند و چرخشی عقلانی در جهت تکامل ریاضیات پدید آورد.

ریاضی‌دانانی که با سنت‌های کهنه خو گرفته بودند، نمی‌توانستند با پیشنهادهای انقلابی کانتور موافق باشند. اگر از معدود کسانی که با او موافق بودند، یا همچون «ددکیند»، خودشان هم روی مجموعه‌های بی‌پایان کار می‌کردند بگذریم، همه به تحقیر و سرزنش کانتور پرداختند. «هانری یوانکاره»، ریاضی‌دان سرشناس معاصر کانتور، کارهای کانتور را نوعی بیماری می‌دانست و هیچ ارزشی برای آن‌ها قائل نبود. «لئوپولد کردنه‌کر»، ریاضی‌دان آلمانی، همه‌ی تلاش ذهنی خود را در مخالفت با کانتور صرف کرد ؛ او را «شارلاتان» نامید و اعلام کرد : «نظریه‌ی مجموعه‌های کانتور هیچ ارزش واقعی ندارد».

شدت این حمله‌ها به اندازه‌ای بود که کانتور را دچار بیماری عصبی جدی کرد ؛ به طوری که به ناچار از ریاضیات و استادی دانشگاه چشم پوشید ولی ارثیه‌ای که از خود باقی گذاشت، روز به روز غنی‌تر و کاراتر شد. تا جایی که امروزه به یکی از نیرومندترین زبان‌ها، برای بیان قانون‌های حاکم بر طبیعت و جامعه تبدیل شده است.

□

مجموعه، مفهومی کلی است و کارایی و نیرومندی نظریه‌ی مجموعه‌ها نیز از همین کلی‌بودن و عام بودن ناشی می‌شود. اگر قانونی، در نظریه‌ی مجموعه‌ها، کشف شود و به اثبات برسد، می‌تواند در هر مجموعه‌ای با هرگونه و هر تعداد عضو، کاربرد داشته باشد. به همین مناسبت، نظریه‌ی مجموعه‌ها، نه تنها در ریاضیات که در همه‌ی دانش‌ها ــ از مکانیک گرفته تا زیست‌شناسی و ژن‌شناسی و دانش‌های اجتماعی ــ کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است.

البته همین عام بودن مفهوم مجموعه، مانعی برای تعریف اسمی است. هر موضوعی را به یاری موضوع کلی‌تر از آن تعریف

می‌کنند :

«انسان، حیوانی است که ...» ؛

«هندسه، بخشی از ریاضیات است که ...» ؛

«زمین، سیاره‌ای است که ...» ؛ ...

برای «انسان»، به مفهوم کلی‌تر «حیوان»، برای تعریف «هندسه» به مفهوم کلی‌تر «ریاضیات» و برای «زمین»، به مفهوم کلی‌تر «سیاره» متوسل می‌شویم و از این قبیل. در جهان، مفهومی کلی‌تر از مجموعه وجود دارد که با تکیه بر آن، می‌توانیم «مجموعه» را تعریف کنیم : هر تعریفی از «مجموعه» به خود آن برمی‌گردد و به اصطلاح منطق قدیم، یک دور باطل را تشکیل می‌دهد. خود کانتور، در تعریف مجموعه می‌گوید :

«مجموعه، عبارت است از یک فراوانی که در ذهن ما به صورت واحد درآمده است».

و در جای دیگر :

«مجموعه، عبارت است از اجتماع گروهی چیز در یک کل ؛ به طوری که احساس یا ادراک ما، توانایی تشخیص آن‌ها را داشته باشد». اگر در این دو عبارت ــ که البته تا اندازه‌ای مبهم‌اند ــ دقت کنیم، درمی‌یابیم که برای تعریف مجموعه، از واژه‌هایی مانند «یک فراوانی» یا «اجتماع گروهی چیز» استفاده شده است که معنایی، جز معنای واژه‌ی «مجموعه» ندارند. اگر بخواهیم این گونه تعریف‌ها را ساده بیان کنیم، به این جا می‌رسیم که «مجموعه، یعنی مجموعه»، یعنی تعریف یک مفهوم به یاری خودش و این همان دور باطل است.

تعریف یک مفهوم چه ویژگی‌هایی باید داشته باشد؟

۱ــ همان‌طور که گفتیم، به خودش برنگردد ؛ پس برای تعریف «زمان» نمی‌توان گفت : «زمان، یعنی مدت حرکت» ؛ زیرا «مدت»، بیان دیگری از همان واژه‌ی «زمان» است.

۲ــ بر مفهومی که از خودش دشوارتر و غیرقابل فهم‌تر است، تکیه نکند ؛ اگر برای تعریف «نقطه» بگوییم : «نقطه چیزی است که بعد و اندازه‌ای ندارد ولی مکانی را اشغال می‌کند»، به مفهوم‌های «بعد»، «اندازه»، «مکان» تکیه کرده‌ایم که تعریف و درک هر کدام از آن‌ها از خود نقطه، دشوارتر است.

۳ــ مبهم نباشد ؛ تعریف پیچیده‌ی «آتش جوهری ناشناخته است که در بسیط یا مرکب بودن آن، جدال دارند ولی وجود دارد و می‌سوزاند»، چیزی را روشن نمی‌کند و ماهیت آتش را نشان نمی‌دهد.

۴ــ از ورود غیر خود جلوگیری کند ؛ اگر برای تعریف مربع بگویید : «مربع یک چهارضلعی واقع بر صفحه است که سه زاویه‌ی قائمه داشته باشد»، در واقع، تعریف «مستطیل» را داده‌اید ؛ یعنی، با این تعریف نتوانسته‌اید تنها از مربع‌ها صحبت کنید بلکه تعریف شما شامل شکل‌های دیگر هم می‌شود (مستطیل‌ها) که مربع نیستند.

۵ــ همه‌ی چیزهایی را که در نظر دارید، دربر گیرد ؛ اگر بگویید : «لوزی یک چهارضلعی واقع بر صفحه است که هم چهارضلع آن و هم دو قطر آن، با هم برابر باشند»، تعریف شما نمی‌تواند شامل لوزی‌هایی شود که مربع نیستند ؛ یعنی، لوزی‌هایی که قطرهای برابر ندارند.

در منطق قدیم، ویژگی‌های ۴ و ۵ را شروط «مانع و جامع» برای تعریف می‌گفتند ؛ یعنی، تعریف باید «مانع غیر خود و جامع همه‌ی اسم‌ها که خود است، باشد». اکنون روشن می‌شود که چرا برای «مجموعه» تعریفی وجود ندارد و چرا نباید در اندیشه‌ی پیدا کردن تعریفی برای آن باشیم. این، در حالی است که نظریه‌ی مجموعه‌ها، در تمامی زندگی ما نفوذ کرده است و به قول پاول‌سرکریه‌ویچ آلکساندرف، فیلسوف و ریاضی دان سده‌ی بیستم : «اندیشه‌ی مربوط به نظریه‌ی مجموعه‌ها و مفهوم آن، تا ژرفای همه‌ی شاخه‌های ریاضیات امروزی نفوذ کرده و به واقع چهره‌ی آن را دگرگون ساخته است. کسی نمی‌تواند تصور روشنی درباره‌ی ریاضیات امروزی داشته باشد ؛ مگر این که با مقدمه‌های نظریه‌ی مجموعه‌ها، آشنا باشد».

مجموعه‌های معین و نامعین

وقتی می‌گوییم «مجموعه‌ی عددهای فرد بین ۴۰ و ۵۰»، با یک مجموعه‌ی معین سر و کار داریم : همچنین، وقتی از مجموعه‌ی بخش یاب‌های (مقسوم علیه‌های) عدد ۱۰۰ صحبت می‌کنیم، کاملاً مشخص است که کدام عددها را باید در نظر بگیریم.

وقتی می‌گوییم«مجموعه‌ی مثلث‌هایی که عیلامی‌ها در کتیبه‌های خود به کار برده‌اند» یا وقتی از «مجموعه‌ی سیاره‌های بزرگ و کوچکی که به دور خورشید در گردش‌اند» گفت‌وگو می‌کنیم، با مجموعه‌هایی نامعین سروکار داریم. در ریاضیات

مقدماتی، مجموعه‌های نامعین بررسی نمی‌شوند و همه جا با مجموعه‌های معین سروکار داریم.

مجموعه‌های با پایان و مجموعه‌های بی‌پایان

مجموعه‌هایی که تعداد عضوهای آن‌ها محدود باشد، مجموعه‌های باپایان و مجموعه‌هایی که تعداد عضوهای آن‌ها بی‌نهایت ــ یعنی پایان‌ناپذیر ــ باشند، **مجموعه‌های بی‌پایان** نامیده می‌شوند. برای نمونه، مجموعه‌ی عددهای زوج بین ۴۱ تا ۱۰۱ مجموعه‌ای باپایان و مجموعه‌ی عددهای زوج، مجموعه‌ای بی‌پایان است.

مجموعه‌های شمارا و مجموعه‌های ناشمارا

مجموعه‌ی عددهای زوج مثبت مجموعه‌ای شماراست ؛ زیرا می‌توان برای هر عضو آن، شماره‌ای (ردیفی) معین کرد ؛ مثلاً عدد ۲، نخستین عدد زوج مثبت و عدد ۱۰۴، پنجاه و دومین عدد زوج مثبت است.

نقطه‌های واقع بر یک پاره‌خط راست را نمی‌توان شمرد ؛ یعنی، نمی‌توان هر نقطه را با یک عدد طبیعی متناظر کرد. چنین مجموعه‌ای را **ناشمارا** می‌نامند.

نمادهای مربوط به مجموعه‌ها

مجموعه را در درون یک آکولاد و با یک علامت «و» در بین آن‌ها نشان می‌دهیم. برای نمونه، مجموعه‌ی عددهای فرد و مثبت کمتر از ۱۰ به صورت زیر نوشته می‌شود ؛ این مجموعه را A نامیده‌ایم.

$$A = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$$

اگر مجموعه‌ای بی‌پایان باشد ــ مثل مجموعه‌ی عددهای زوج مثبت ــ آن را این‌طور می‌نویسیم :

$$B = \{۲, ۴, ۶, ..\}$$

سه نقطه‌ای که در پایان مجموعه قرار داده‌ایم، نماینده‌ی بی‌پایان بودن مجموعه است.

اگر بخواهیم خود عضوهای مجموعه را با حرف نشان دهیم، از حرف‌های لاتین کوچک استفاده می‌کنیم.

برابری دو مجموعه

دو مجموعه‌ای که عضوهای برابر داشته باشند ــ یعنی هم تعداد عضوها و هم نوع آن‌ها یکی باشد ــ دو مجموعه‌ی برابر را تشکیل می‌دهند :

$$\{۱, ۳, ۵, ۷\} = \{۷, ۱, ۵, ۳\}$$

توجه کنیم: تکرار یک عضو، در صورتی که بر وجود آن تأکید نشده باشد، به معنای این است که آن عضو باید یک‌بار به حساب آید ؛ مجموعه‌ی

$$\{۱, ۲, ۳, ۲, ۴, ۳\}$$

همان مجموعه‌ی $\{۱, ۲, ۳, ۴\}$ است ؛ یعنی در واقع داریم :

$$\{۱, ۲, ۳, ۴\} = \{۱, ۲, ۳, ۲, ۴, ۳\}$$

نمادهای ویژه

نشانه‌ی عضویت در مجموعه‌ها $\in$ است ؛ برای نمونه ، برای این که نشان دهیم ۱۴ عضو مجموعه‌ی عددهای زوج است، می‌نویسیم :

۱۴ $\in$ مجموعه‌ی عددهای زوج مثبت

نماد $\notin$ نشانه‌ی «عضو نبودن» است :

۵۷ $\notin$ مجموعه‌ی عددهای زوج

نماد $\subset$ نشانه‌ی زیر مجموعه است ؛ برای نمونه :

$\{۳, ۵\} \subset$ مجموعه‌ی عددهای فرد مثبت کمتر از ۱۰

معرفی مجموعه

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید در مورد دسته‌ای از اشیا صحبت کنند ؛ بدون این که از کلماتی چون مجموعه و دسته نام ببرند.

شروع کنید:

پس از بیان چند جمله، دانش‌آموزان نتیجه می‌گیرند که مجموعه در زندگی روزمره کاربرد فراوان دارد.

بعد از این نتیجه‌گیری، از آنان بخواهید بعضی از مجموعه‌های اطراف خود را به کلاس معرفی کنند. می‌توانید این چالش را در کلاس به وجود آورید که کدام مثالِ دانش‌آموزان تعداد اعضای بیشتری دارد. (توجه داشته باشید در مثال‌های طبیعی تعداد اعضا هرگز نامتناهی یا به اصطلاح، بی‌نهایت نیست بلکه بسیار زیاد است و بی‌نهایت و نامتناهی تصوری ریاضی است).

هدایت کنید:

سعی کنید دانش‌آموزان را به سمت تنوع در مثال‌زدن ــ چه از نظر نوع و چه از نظر تعداد ــ هدایت کنید. مجموعه‌هایی که یک عضو، دو عضو و ... دارند.

ادامه دهید:

سپس، از دانش‌آموزان بخواهید صفحه‌های درسِ کتاب را نگاه کنند و متن کتاب را بخوانند. آن‌گاه، واژه‌ی مجموعه را به عنوان یک واژه‌ی ریاضی در کلاس معرفی کنید.

تلفیق با سایر دروس:

از دانش‌آموزان بخواهید مجموعه‌هایی را که در دروس دیگر مثل انگلیسی، فارسی، عربی و ... با آن‌ها برخورد کرده‌اند، معرفی کنند ؛ برای مثال، مجموعه‌ی حروف صدادار در انگلیسی.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از دایرةالمعارف، معادل کلمه‌ی مجموعه را در زبان‌های مختلف بیابند و ریشه‌ی معنایی آن‌را پیدا کنند.

قراردادها و نمادها

ایجاد انگیزه کنید:

۱ــ از جلسه‌ی قبل، از دانش‌آموزان بخواهید مجموعه‌های گردآوری شده‌ی خود را برای نمایش به کلاس بیاورند ؛ مجموعه‌هایی مثل مجموعه‌ی تمبر، مجموعه‌ی برگ، اسکناس و ... .

۲ــ از آنان بخواهید بازی کلاغ پر را به درس مجموعه‌ها مربوط سازند (پرنده‌ها عضوی از مجموعه‌ی پرندگان‌اند ؛ بقیه عضو این مجموعه نیستند).

شروع کنید:

متن کتاب را در کلاس بخوانید و از دانش‌آموزان بخواهید قراردادهای مطرح شده در نوشتن و نام‌گذاری کردن مجموعه‌ها را بیان کنند.

می‌توانید نمونه‌هایی از اشتباهات رایج را در کلاس طرح کنید ؛ مانند :

$\{۵-۷-۱۱-۴\}$

$(۴,۳,۷)$

سپس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس :

تمرین نحوه‌ی به کاربردن نماد $\in$ یا $\notin$ برای عضو بودن یا عضو نبودن در یک مجموعه.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ نماد یا علامت عضو بودن و عضو نبودن را روی تخته بنویسید تا طریقه‌ی درست نوشتن آن‌ها مشخص شود.

۲ــ علامت اختصاری مجموعه‌های اعداد صحیح، طبیعی و حسابی را مجدداً یادآوری کنید.

۳ــ در تمرین ۲ کار در کلاس، منظور از مجموعه‌های بالا، مجموعه‌های A و B مطرح شده در ابتدای زیر عنوانِ قراردادها و نمادهاست.

۴ــ از دانش‌آموزان بخواهید عبارت‌های تمرین سوم کار در کلاس را بلند بخوانند تا به این ترتیب، از کاربرد صحیح نماد «عضو بودن» یا «عضو نبودن» مطمئن شوید.

آموزش دهید:

با ذکر چند مجموعه‌ی نامتناهی یا طولانی، از دانش‌آموزان بخواهید راه حلی برای نوشتن این مجموعه‌ها پیشنهاد کنند. سپس، علامت «...» را در کلاس معرفی کنید.

متن مربوط به این قسمت را بخوانید و از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت بعد از آن را انجام دهند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت نتیجه‌گیری عملی در مورد معنا و مفهوم نماد «...» در یک مجموعه و استفاده از آن در نوشتن مجموعه است.

ادامه دهید:

پس از بحث و حصول اطمینان از درک کاربرد نماد «...» در یک مجموعه، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را به‌دقت انجام دهند.

هدف کار در کلاس :

تمرین به کار بردن نماد «...» هدف اصلی این تمرین است.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

۱ــ برخی از دانش‌آموزان، وجود «...» را در یک مجموعه، نشانه‌ی نامتناهی بودن آن مجموعه می‌دانند. این موضوع را در کلاس به بحث بگذارید.

۲ــ تجربه نشان می‌دهد دانش‌آموزان از عبارت‌هایی چون اعداد کوچک‌تر از ۷۰، اعداد بین ۱۷ و ۳۰، اعداد بزرگ‌تر از ۱۱ و از این قبیل، برداشت‌های متفاوتی دارند. لذا بهتر است در

کلاس این عبارت‌ها را بررسی کنید.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید معادل انگلیسی مجموعه و عضو مجموعه را بیابند و تحقیق کنید چرا علامت عضو بودن به شکل $\in$ است.

توسعه:

۱ــ توضیح دادن مفاهیم اجتماع و اشتراک دو مجموعه و نمایش‌دادن آن‌ها با نمودار وِن و تأکید بر اشتراک دو مجموعه با توجه به مفاهیم مقسوم‌علیه مشترک و مضرب مشترک، توصیه می‌شود.

۲ــ از آن‌جا که مفاهیم این درس مجردند، توسعه‌ی بیش از حدّ آن‌ها توصیه نمی‌شود. سعی کنید بیشتر به مواردی بپردازید که در سایر دروس ریاضی کاربرد دارند.

۳ــ قبل از تشخیص‌دادن عضوبودن یا نبودن در یک مجموعه، بهتر است اعضای مجموعه تا حد امکان ساده شوند؛ برای مثال، در مجموعه‌ی مقابل داریم:

$$A=\left\{\frac{۶}{۳},-۲,۰\right\} \qquad ۲\in A$$

تلفیق با سایر دروس:

۱ــ مجموعه را در سایر دروس و علوم، با همین کلمه یا کلماتی مشابه به کار می‌بریم؛ برای مثال، مجموعه‌ی بی‌مهرگان یا مجموعه‌ی موجودات زنده و غیرزنده. از این نوع مثال‌ها برای دانش‌آموزان طرح کنید.

۲ــ در مورد تفاوت طبقه‌بندی و مجموعه برای دانش‌آموزان توضیح دهید. در طبقه‌بندی، بین اعضا، یک رابطه یا ویژگی مشخص وجود دارد ولی در مجموعه، لازم نیست همه‌ی اعضا از یک جنس باشند.

فعالیت موازی:

مجموعه‌های زیر را در داخل خط بسته نمایش دهید.

$A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$

$B = \{۱, ۲, ۷, ۸\}$

$C = \{۲, ۳, ۷, ۸, ۹\}$

با انجام دادن این فعالیت، دانش‌آموزان به طور طبیعی، مفاهیم عضو بودن و اشتراک مجموعه‌ها را درک می‌کنند.

زیر مجموعه

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی بزنند که در آن‌ها یک مجموعه در دل مجموعه‌ی دیگر باشد. مثال‌های آن‌ها را روی تخته یادداشت کنید و در هنگام آموزش مفهوم زیرمجموعه، از آن‌ها استفاده کنید.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند و بین دو مجموعه‌ی A و B رابطه‌ای پیدا کنند.

هدف فعالیت:

هدف اصلی این فعالیت، درک مفهوم زیرمجموعه است.

آموزش دهید:

پس از شنیدن پاسخ دانش‌آموزان (همه‌ی عضوهای مجموعه‌ی B داخل مجموعه‌ی A هستند)، کلمه‌ی زیر مجموعه را به کلاس معرفی کنید و علامت ریاضی آن‌را روی تخته بنویسید.

سپس، از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت بعد را به صورت گروهی انجام دهند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، پیدا کردن مثال‌های روزمره از مفهوم زیرمجموعه است؛ بنابراین، دقت کنید که در مثال‌های طرح شده، شرایط زیرمجموعه بودن رعایت شده باشد. این موضوع را در کلاس به بحث بگذارید.

ادامه دهید:

پس از بررسی مثال‌ها، از دانش‌آموزان بخواهید که ابتدا کار در کلاس و پس از آن، فعالیت را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:

این کار در کلاس به منظور تمرین به کاربردن نماد زیرمجموعه بودن یا زیرمجموعه نبودن طراحی شده است.

هدف فعالیت:

هدف اصلی این فعالیت، معرفی مجموعه‌ی تهی است.

احتمالاً دانش‌آموزان در هنگام انجام‌دادن فعالیت خواهند پرسید: در این مجموعه، هیچ عضوی باقی نمی‌ماند؛ چه کار کنیم؟ از آن‌ها بخواهید همین یافته را با قوانین مجموعه‌نویسی نمایش دهند.

آموزش دهید:

نام مجموعه‌ی تهی را در کلاس معرفی کنید. می‌توانید علامت $\varnothing$ را نیز برای دانش‌آموزان نمایش دهید. به آنان توضیح دهید که تهی زیرمجموعه‌ی تمام مجموعه‌هاست. سپس، از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

حلّ تمرین، حلّ مسئله و سرگرمی می‌تواند تکلیف منزل دانش‌آموزان باشد.

هدف کار در کلاس:

در سؤال اول ضمن بررسی مفهوم زیرمجموعه، رعایت قراردادهای مجموعه نویسی نیز موردنظر است. لذا دقت در پاسخ‌های دانش‌آموزان لازم به نظر می‌رسد.

ــ در قسمت دوم سؤال اول نیز بررسی دلیل نادرستی عبارت‌ها فضای مناسبی است تا شما بتوانید میزان درک دانش‌آموزان را ارزیابی و مهارت استدلال را در آن‌ها تقویت کنید.

توصیه‌های آموزشی:

۱ــ در کلاس، شرایط مساوی بودن دو مجموعه را بررسی کنید. در این بررسی، روشن کنید که جابه‌جایی اعضا یا تکرار یک عضو، در مجموعه تغییری نخواهد داد.

۲ــ هنگام حل‌کردن کلیه‌ی تمرین‌ها، قوانین و قراردادهای نوشتن مجموعه را رعایت کنید تا در ذهن دانش‌آموزان تثبیت شود.

۳ــ برخی از دانش‌آموزان علامت زیرمجموعه و عضو را در تمرین‌های ترکیبی جابه‌جا در نظر می‌گیرند. با تأکید بر این علامت‌ها، می‌توان این اشتباه را به حداقل رساند.

۴ــ مسایل این بخش با راهبرد رسم شکل، راه حل‌هایی جالب و ساده و قابل فهم دارد. از دانش‌آموزان بخواهید برای هر مسئله یک شکل رسم کنند.

اگر دانش‌آموزان به کمک شکل و بدون محاسبات پیچیده به جواب برسند، راه حل آن‌ها پذیرفتنی است.

فعالیت

اگر به اطراف خود دقت کنید، مثال‌های زیادی از یک مجموعه و زیر مجموعه‌های آن را می‌توانید پیدا کنید. مجموعه‌ی دانش‌آموزان کلاس شما زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی همه‌ی دانش‌آموزان مدرسه‌ی شماست. مجموعه‌ی حروف بی‌نقطه‌ی الفبای فارسی، زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی همه‌ی حروف الفبای فارسی است.

پنج مثال دیگر مانند مثال‌های بالا پیدا کنید. آن‌ها را در کلاس توضیح دهید و با مثال‌های دانش‌آموزان دیگر مقایسه کنید.

ــ مجموعه‌ی پدر بزرگ‌ها زیر مجموعه‌ی مجموعه‌ی پدرها است.

ــ مجموعه‌ی لباس‌های تابستانی علی، زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی لباس‌های اوست.

(و سایر پاسخ‌های درست)

کار در کلاس

الف ــ با توجه به نمودار زیر، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

A = {زهرا، نسرین، فاطمه، زینب، مریم}

B = { زینب، فاطمه، مریم، زهرا }

C = { زینب، فاطمه، مریم }

ب ــ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

B⊂A ✗ C⊂A ✓ C⊂B ✓

A⊂B ✗ B⊂C ✗ A⊂A ✓

فعالیت موازی:

می‌توانید به جای فعالیت صفحه‌ی ۷، فعالیتی مشابه را با مجموعه‌ی دانش‌آموزان کلاس خود تدارک ببینید و مواردی چون: «مجموعه‌ی دانش‌آموزانی که حرف اول نام خانوادگی آن‌ها الف باشد» یا «قدشان بلندتر از ۲ متر باشد»، یا «تعداد حروف اسمشان بیش‌تر از ۵ باشد» را طرح کنید.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

از دانش‌آموزان بخواهید برنامه‌ای بنویسند که با ورود اعضا در مجموعه تشخیص دهد که چه رابطه‌ای بین این دو مجموعه وجود دارد. در صورت نبود امکانات، می‌توانید از آن‌ها بخواهید فلوچارت یا الگوریتم آن را بیان کنند.

فعالیت

برای مجموعه‌ی $A=\{1,2,3,4\}$ زیر مجموعه‌ای بنویسید که:

ـ همه‌ی عضوهای آن زوج باشند. $B=\{2,4\}$

ـ همه‌ی عضوهای آن مضرب ۶ باشند. $C=\{\ \}$

ـ همه‌ی عضوهای آن از ۴ بزرگتر باشند. $D=\{\ \}$

مجموعه‌ای را که عضو ندارد، مجموعه‌ی تهی می‌نامیم. کدام یک از مجموعه‌های بالا تهی است؟

مجموعه‌ی تهی، زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.

کار در کلاس

۱ـ فرض کنید

$A=\{2,6,8,9,12,15\}$

هر یک از زیر مجموعه‌های A را که در زیر شرح داده شده است، با اعضایشان مشخص کنید.

B: مجموعه‌ی اعدادی که بر ۲ بخش‌پذیرند. $B=\{2,6,8,12\}$

C: مجموعه‌ی اعدادی که بر ۳ بخش‌پذیرند. $C=\{6,9,12,15\}$

D: مجموعه‌ی اعدادی که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیرند. $D=\{6,12\}$

E: مجموعه‌ی اعدادی که بر ۶ بخش‌پذیرند. $E=\{6,12\}$

اکنون درستی یا نادرستی رابطه‌های زیر را مشخص کنید.

$A\subset B$ ✗ $D\subset B$ ✓ $B\subset C$ ✗ $C\subset A$ ✓

$E\subset D$ ✓ $D\subset E$ ✓ $E=D$ ✓ $D\subset C$ ✓

۲ـ مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های عدد ۲۰ را بنویسید. $\{1,2,4,5,10,20\}$

۳ـ مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بنویسید.

$\{1,2,3,6\}$

حل مسئله

کشیدن شکل مناسب برای مسئله‌ها، طبیعی‌ترین راهبردی است که در حل مسئله به ذهن می‌آید. این کار به فهم بهتر مسئله و پیدا کردن راه حل آن کمک می‌کند. گاهی مسئله با کشیدن شکل به‌طور کامل حل می‌شود و به نوشتن عملیات ریاضی نیازی نیست.

۱ـ با توجه به شرایط زیر، مجموعه‌های A، B و C را مشخص کنید.

الف ـ عدد ۲ عضو هر سه مجموعه است.

ب ـ عدد ۳- عضو B و C است ولی در A نیست.

پ ـ عددهای ۱۰ و ۵- عضو مجموعه‌های A و B هستند و در C نیستند.

ت ـ حاصل جمع عضوهای B صفر است و مجموعه‌ی B ۴ عضو دارد.

ث ـ ۵ فقط عضو A است و ۴- فقط عضو B.

ج ـ جمع اعضای مجموعه‌ی C نیز صفر می‌شود. C در مجموع ۴ عضو دارد.

چ ـ جمع اعضای مجموعه‌ی A نیز صفر است و A پنج عضو دارد.

ح ـ مجموعه‌های A و C، ۲ عضو مشترک دارند.

فهمیدن مسئله ـ هر کدام از شرط‌های مسئله چه اطلاعاتی به شما می‌دهد؟

ـ مسئله از شما چه خواسته است؟ مشخص کردن سه مجموعه.

انتخاب راهبرد: به نظر شما نوشتن عضوهای مجموعه آسان‌تر است یا این‌که در یک شکل (نمودار)، سه مجموعه را با هم تصور کنید؟ آیا می‌توانید شرایط مسئله را در یک شکل بیاورید؟

حل مسئله وضعیت سه مجموعه را از کدام شرط مسئله متوجه می‌شوید؟ الف، ب، ج. کدام مجموعه‌ها با هم قسمت مشترکی دارند؟ هر سه مجموعه. آیا سه مجموعه قسمت مشترکی دارند؟ بله.

با استفاده از شرط‌های الف و ت، بخشی از شکل کامل شده است بقیه‌ی آن را کامل کنید.

بازگشت به عقب ـ چگونه مطمئن می‌شوید که همه‌ی شرط‌های مسئله را رعایت کرده‌اید؟

شرط‌های مسئله را یک به یک بررسی می‌کنیم

توسعه:

نوشتن همه‌ی زیرمجموعه‌های یک مجموعه، مهم‌ترین تمرینی است که در این قسمت می‌توان انجام داد. در ادامه، دانش‌آموزان رابطه‌ی بین تعداد عضوهای یک مجموعه و تعداد زیرمجموعه‌ها را کشف می‌کنند.

تلفیق با سایر دروس:

مجموعه‌ی موجودات دارای دو زیرمجموعه است: مجموعه‌ی موجودات زنده و مجموعه‌ی موجودات غیرزنده. همچنین، مجموعه‌ی موجودات زنده به سه دسته تقسیم می‌شود: مجموعه‌ی جانداران، مجموعه‌ی گیاهان و مجموعه‌ی آغازیان. مشابه این مثال‌ها در درس علوم و علوم اجتماعی زیاد دیده می‌شود.

حل مسئله

رسم شکل

شروع کنید:

از گروه‌ها بخواهید مسئله را با دقّت بخوانند و به‌طور خلاصه بگویند از آن‌ها چه خواسته است. شرط مسئله را نیز برای هم بازگو کنند.

برای دانش‌آموزان توضیح دهید که فهمیدن مسئله یکی از مراحل حل آن است. از آن‌ها بخواهید با استفاده از سؤالات مطرح شده در قسمت انتخاب راهبرد، راهبرد مناسب برای حل مسئله را بیابند.