

## نسبت و تناسب

### مقدارهای متناسب



فعالیت

در یک ظرف، محلولی از ۱ استکان شربت و ۳ استکان آب داریم؛ یعنی نسبت شربت به آب در این ظرف ۱ به ۳ یا  $\frac{1}{3}$  است. در ظرف دیگری محلولی از ۴ استکان شربت و ۱۲ استکان آب داریم. آیا شیرینی محلول‌ها، در دو ظرف متفاوت است؟ نسبت شربت به آب در دو ظرف را با یک‌دیگر مقایسه کنید. جدول زیر را کامل کنید. هر نسبت را با یک کسر در زیر آن مشخص کنید.

تعداد استکان شربت	۱	۴	۳	۲	۵
تعداد استکان آب	۳	۱۲			

کسرهایی که در جدول نوشته‌اید را با یک‌دیگر مقایسه کنید.

جدول بالا نشان می‌دهد که تعداد استکان‌های آب متناسب با تعداد استکان‌های شربت، اضافه‌تر یا کم‌تر شده است و نسبت  $\frac{1}{3}$  ثابت مانده است.

هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که همواره نسبت آن‌ها ثابت بماند، می‌گوییم این دو مقدار متناسب‌اند.

در مثال بالا می‌گوییم تعداد استکان‌های شربت و تعداد استکان‌های آب، با هم متناسب‌اند. پس جدول بالا یک جدول تناسب است.

در شکل‌های زیر، تعداد مثلث‌ها و پاره‌خط‌های آبی را بشمرید و جدول را کامل کنید.

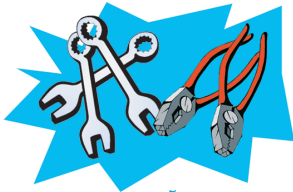
تعداد مثلث‌ها	۱	۲	۳	۴
تعداد پاره‌خط‌ها	۳	۵		



نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد پاره‌خط‌های آبی را به صورت کسر در زیر هر کدام بنویسید.

بین کسرها چه رابطه‌ای وجود دارد؟  
آیا جدول بالا یک جدول تناسب است؟

هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت آن‌ها ثابت نماند، می‌گوییم این دو مقدار با هم متناسب نیستند.



### طرح یک مسئله

نسبت تعداد انبردست‌ها به آچارها  $\frac{2}{3}$  است. در برابر ۱۸ انبردست چند آچار قرار دارد؟  
برای حل کردن این مسئله، باید ببینیم نسبت ۱۸ انبردست به چه تعداد آچار، مساوی

$\frac{2}{3}$  است؛ یعنی، چه کسری مساوی  $\frac{2}{3}$  است که صورت آن ۱۸ باشد.

چون دو مقدار متناسب‌اند، ابتدا یک جدول تناسب تشکیل می‌دهیم.

تعداد انبردست‌ها	۲	۱۸
تعداد آچارها	۳	x

$$\frac{2}{3} = \frac{18}{x}$$

با توجه به جدول، می‌توانیم بنویسیم:

و از این تساوی کسرها، مقدار x یا تعداد آچارها را به دست آوریم:

$$x = \frac{3 \times 18}{2} = 27$$



می‌بینیم که مخرج کسر باید ۲۷ باشد. پس جواب، ۲۷ آچار است. اکنون جدول تناسب صفحه‌ی قبل را ادامه داده، پاسخ پرسش‌های زیر را بنویسید.

در برابر ۲۴ انبردست، چند آچار وجود دارد؟

در برابر ۶۳ آچار، چند انبردست وجود دارد؟

## کار در کلاس



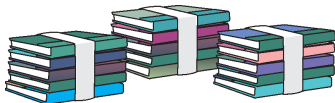
۱- هر مولکول گاز کربنیک از یک اتم کربن و ۲ اتم اکسیژن تشکیل شده است.

نسبت تعداد اتم‌های کربن به تعداد اتم‌های اکسیژن چند است؟  $\text{CO}_2$

در برابر ۱۴ اتم کربن، چند اتم اکسیژن وجود دارد؟

در برابر ۱۸ اتم اکسیژن، چند اتم کربن وجود دارد؟

۲- نرگس می‌خواهد تعدادی دفتر بخرد. در فروشگاه تعاونی مدرسه، قیمت هر دفتر ۹۰۰ تومان است.



نسبت تعداد دفترها به قیمت آن‌ها چند است؟

نرگس برای خرید ۱۵ دفتر، چند تومان باید بپردازد؟

۳- یک نقاش برای تهیه‌ی رنگ سبز، هر ۵ کیلوگرم رنگ آبی را با ۳ کیلوگرم رنگ زرد مخلوط می‌کند. آیا نسبت مقدار رنگ آبی به مقدار رنگ زرد ثابت است؟ جدول تناسب زیر را کامل کنید.



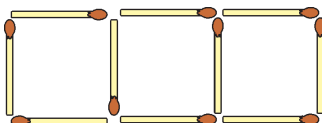
	۵	۲۵		۱۰
	۳		۱۸	

۴- محمد می‌خواهد با استفاده از چوب کبریت،

تعدادی مربع در یک ردیف بسازد. او برای یک مربع به

۴ چوب کبریت، برای دو مربع به ۷ کبریت و... نیاز دارد.

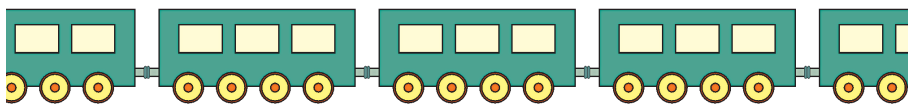
جدول مقابل را کامل کنید.



تعداد مربع‌ها	۱	۲	۳	۴
تعداد چوب کبریت‌ها	۴	۷		

آیا نسبت تعداد مربع‌ها به تعداد چوب کبریت‌ها

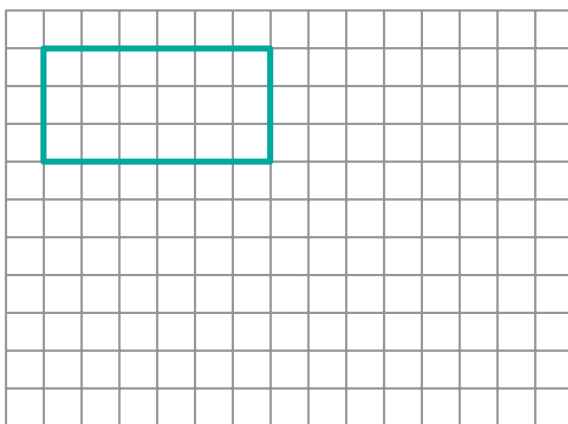
ثابت است؟



در این تصویر چه چیزهایی با هم متناسب هستند؟



مستطیلی رسم کنید که نسبت طول آن به طول مستطیل زیر و عرض آن به عرض مستطیل زیر، برابر  $\frac{4}{3}$  باشد.



محیط و مساحت هر دو مستطیل را به دست آورید و سپس تساوی ها را کامل کنید.

$$\frac{\text{محیط مستطیل دوم}}{\text{محیط مستطیل اول}} = \frac{\text{مساحت مستطیل دوم}}{\text{مساحت مستطیل اول}}$$

از این فعالیت چه نتیجه ای می گیرید؟

- رسم شکل
- زیر مسئله
- حل مسئله ی ساده تر
- الگویابی
- جدول نظام دار
- حدس و آزمایش

حل مسئله



۱- در یک کارگاه شیرینی پزی برای تهیه ی نوعی کیک، هر ۳ کیلوگرم آرد را با ۲ کیلوگرم شکر مخلوط می کنند. اگر شیرینی پز بخواهد با ۴۵ کیلوگرم آرد کیک تهیه کند، به چند کیلوگرم شکر نیاز دارد؟



- برای تهیه‌ی این نوع کیک، با هر ۳ کیلوگرم آرد ۵ عدد تخم مرغ مصرف می‌شود.  
 با ۴۵ کیلوگرم آرد چند عدد تخم مرغ مصرف می‌شود؟  
 ۲- در هر ۸۰۰ لیتر آب دریاچه‌ای ۱۵ کیلوگرم نمک وجود دارد. در چند لیتر آب این دریاچه ۱۲ کیلوگرم نمک وجود دارد؟ در ۴۸ لیتر آب این دریاچه چند کیلوگرم نمک وجود دارد؟  
 ۳- برای پختن نوعی کلوچه، آرد و شکر به نسبت ۷ و ۲ مخلوط می‌شود. ۴۵۰ گرم شکر را با چه مقدار آرد باید مخلوط کرد؟  
 ۴- در جدول زیر، محیط مربعی را با طول ضلع‌های متفاوت می‌بینید. جدول را کامل کنید.

۱/۵			۵	۳	اندازه‌ی ضلع (به متر)
	۱۰	۸۰	۳۶	۱۲	محیط (به متر)

- آیا نسبت محیط مربع به اندازه‌ی ضلع آن ثابت است؟  
 ۵- در جدول زیر، مساحت مربعی با طول ضلع‌های متفاوت نشان داده شده است. جدول را کامل کنید.

۱۲	۱/۵		۵	۳	طول ضلع (به متر)
		۳۶		۹	مساحت (به مترمربع)

- آیا نسبت مساحت مربع به اندازه‌ی ضلع آن ثابت است؟  
 ۶- نمک طعام ترکیبی از سدیم و کلر است و تقریباً هر ۷۰ گرم کلر با ۴۵ گرم سدیم ترکیب می‌شود. تعیین کنید ۲۸ گرم کلر با چند گرم سدیم ترکیب می‌شود.

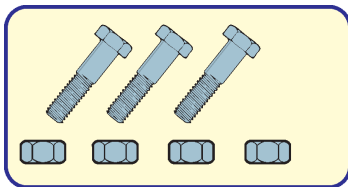
۷- عددهای اول بین ۱ تا ۵۰ را در نظر بگیرید. تعداد عددهای اول را در فاصله‌های ۱۰ تایی در جدول زیر بنویسید.

فاصله‌ی عددها	۱ تا ۱۰	۱۰ تا ۲۰	۲۰ تا ۳۰	۳۰ تا ۴۰	۴۰ تا ۵۰
تعداد عددهای اول					

آیا تعداد عددهای اول در فاصله‌های مساوی ۱۰ تایی، ثابت می‌ماند؟  
۸- تعداد مقسوم‌علیه‌های سه عدد ۳ و ۶ و ۹ را در جدول زیر بنویسید.

عدد	۳	۶	۹
تعداد مقسوم‌علیه‌ها			

آیا نسبت هر عدد به تعداد مقسوم‌علیه‌های آن ثابت است؟



### تسپیم به نسبت



نسبت تعداد پیچ‌ها به مهره‌ها ۳ به ۴ است. جدول زیر را کامل کنید.  
در هر حالت، تعداد مجموع پیچ‌ها و مهره‌ها را به دست آورید و زیر هر کدام بنویسید.

تعداد پیچ‌ها	۳	۶			۲۱
تعداد مهره‌ها	۴		۱۲	۴۰	

آیا نسبت تعداد پیچ‌ها به تعداد مجموع پیچ‌ها و مهره‌ها ثابت است؟ تساوی کسرهای آن را نشان دهید.

آیا نسبت تعداد مهره‌ها به تعداد مجموع پیچ‌ها و مهره‌ها ثابت است؟ تساوی کسرهای آن را نشان دهید.

از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟

آیا می‌توانیم به جدول تناسب صفحه‌ی قبل یک ردیف دیگر به نام مجموع اضافه کنیم؟

احمد ۲۸ عدد پیچ و مهره دارد. نسبت پیچ‌ها به مهره‌های او  $\frac{۳}{۴}$  است. می‌خواهیم ببینیم احمد چند پیچ و چند مهره دارد.

از نسبت  $\frac{۳}{۴}$  می‌فهمیم که پیچ‌ها و مهره‌ها به نسبت ۳ و ۴ هستند؛ یعنی، در برابر هر ۳ پیچ ۴ مهره وجود دارد یا از هر ۷ پیچ و مهره، ۳ عدد آن‌ها پیچ است. پس، نسبت پیچ‌ها به کل پیچ‌ها و مهره‌ها  $\frac{۳}{۷}$  است.

$$\frac{\text{تعداد پیچ‌ها}}{\text{تعداد مهره‌ها}} = \frac{۳}{۴}$$

تعداد پیچ‌ها	۳
تعداد مهره‌ها	۴

$$\frac{\text{تعداد پیچ‌ها}}{\text{تعداد پیچ‌ها} + \text{تعداد مهره‌ها}} = \frac{۳}{۳+۴} = \frac{۳}{۷}$$

تعداد پیچ‌ها	۳
تعداد پیچ‌ها + تعداد مهره‌ها	۳+۴

اینک با استفاده از جدول تناسب زیر، می‌توانیم تعداد پیچ‌ها را حساب کنیم.

تعداد پیچ‌ها	۳	?
تعداد پیچ‌ها + تعداد مهره‌ها	۷	۲۸

$$\text{تعداد پیچ‌ها} = \frac{۳ \times ۲۸}{۷} = ۱۲$$

$$\text{تعداد مهره‌ها} = ۲۸ - ۱۲ = ۱۶$$

اکنون به یک مثال دیگر توجه کنید.



در یک کارگاه ریخته‌گری آلیاژی از مس، قلع و نیکل تولید می‌شود. این آلیاژ مخلوطی از مس، قلع و نیکل به نسبت ۴ و ۲ و ۳ است؛ یعنی، هر ۴ کیلوگرم مس را با ۲ کیلوگرم قلع و ۳ کیلوگرم نیکل مخلوط می‌کنند تا ۹ کیلوگرم آلیاژ به دست آید. بنابراین، برای تهیه‌ی ۹۰ کیلوگرم آلیاژ باید ۴۰ کیلوگرم مس را با ۲۰ کیلوگرم قلع و ۳۰ کیلوگرم نیکل مخلوط کنند. پس، نسبت وزن

هر یک از سه فلز به وزن آلیاژ ثابت است.

حالا بینیم برای تهیه ۶۳ کیلوگرم آلیاژ، به چند کیلوگرم از هر یک از سه فلز نیاز داریم. می دانیم که وزن آلیاژ در حقیقت مجموع وزن سه فلز است؛ بنابراین

مس	۴	
قلع	۲	
نیکل	۳	
آلیاژ	۹	۶۳



$$\frac{\text{وزن مس}}{۶۳} = \frac{۴}{۹}$$

از این تناسب می توان وزن مس را به دست آورد.

$$\text{کیلوگرم مس} = \frac{۶۳ \times ۴}{۹} = ۲۸$$

## کار در کلاس



۱- با توجه به جدول تناسب بالا، وزن قلع و نیکل را در ۶۳ کیلوگرم آلیاژ به دست آورید.

$$\frac{\text{وزن قلع}}{۶۳} = \frac{\quad}{\quad} \Rightarrow \text{وزن قلع} = \frac{\quad}{\quad} = \quad \text{کیلوگرم}$$

$$\frac{\text{وزن نیکل}}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \Rightarrow \text{وزن نیکل} = \frac{\quad}{\quad} = \quad \text{کیلوگرم}$$



۲- یک نقاش برای تهیه رنگ سبز، هر ۵ کیلوگرم رنگ زرد را با ۳ کیلوگرم رنگ آبی مخلوط می کند؛ یعنی، رنگ آبی را با رنگ زرد به نسبت ۳ و ۵ مخلوط می کند. او برای تهیه ۳۲ کیلوگرم رنگ سبز به چند کیلوگرم از هر رنگ نیاز دارد؟



۳- برای تهیه‌ی نوعی دارو، مواد الف، ب و پ را به نسبت‌های ۷، ۵ و ۳ مخلوط می‌کنند. برای تهیه‌ی ۶۰ گرم از این دارو، به چند گرم از هر یک از مواد الف، ب و پ نیاز داریم؟

الف		
ب		
پ		
داروی مخلوط		

$$= 3 + 5 + 7 = \text{مجموع نسبت‌ها (داروی مخلوط)}$$

$$\text{وزن ماده‌ی الف} = \frac{\text{وزن ماده‌ی الف}}{۶۰} \Rightarrow \text{گرم}$$



۴- مشهدی رحمان برای تقویت شالیزارش، باید کودهای نوع پتاس، نیتروژن و فسفات را به نسبت ۳، ۲ و ۲ مخلوط کند. اگر او در هر هکتار ۳۵ کیلوگرم کود مصرف کند، برای ۴ هکتار به چند کیلوگرم از هر نوع کود نیاز دارد؟



۵- در یک کارگاه بافندگی تریکو از نوعی نخ استفاده می‌شود که روی بسته‌های آن نوشته شده است: نخ مصنوعی ۶۵٪، پشم ۳۵٪. در هر صد کیلوگرم از این نخ، چند کیلوگرم پشم و چند کیلوگرم نخ مصنوعی وجود دارد؟ در یک بلوز ۲۵۰ گرمی چند گرم پشم وجود دارد؟ گرم = \_\_\_\_\_ = مقدار پشم



- رسم شکل
- زیر مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- الگویابی
- جدول نظام‌دار
- حدس و آزمایش

۱- بهرام و محمود یک کارگاه نجاری دارند. بهرام ۴ روز در هفته و محمود ۵ روز در هفته در کارگاه کار می‌کنند و قرار گذاشته‌اند که درآمد کارگاه را به همین نسبت بین خود تقسیم کنند. در ماه گذشته کارگاه ۴۵۹۰۰۰ تومان درآمد داشته است. سهم هر یک چند تومان می‌شود؟

۲- طول و عرض زمینی به شکل مستطیل به نسبت ۴ و ۳ هستند. محیط این زمین ۲۸۰ متر است. مساحت آن چند مترمربع است؟

۳- برای تهیه‌ی نوعی کاموا، پشم و نخ مصنوعی را به نسبت ۱۱ و ۹ مخلوط می‌کنند. در ۶ کیلوگرم از این نوع کاموا چند گرم پشم و چند گرم نخ مصنوعی به کار می‌رود؟

۴- کتاب‌فروشی اعلام کرده است که کتاب‌های نو را با ۲۰٪ و کتاب‌های کهنه را با ۳۵٪ تخفیف می‌فروشد. زهرا می‌خواهد تعدادی کتاب نو به قیمت ۳۵۰۰۰ ریال و تعدادی کتاب کهنه به قیمت ۸۶۰۰۰ ریال، بخرد. او باید چند ریال بپردازد؟

۵- برای دفع نوعی آفت پنبه، سه نوع سم A، B و C را به نسبت ۳، ۴ و ۱ مخلوط می‌کنند. در سم مخلوط به‌دست آمده، چند درصد از هر نوع سم وجود دارد؟ برای سم‌پاشی مزرعه‌ای به ۹۶۰ گرم سم نیاز داریم. از هر نوع سم چند گرم باید تهیه کنیم؟



۶- می‌دانیم که هر ۱۰۰۰ متر برابر یک کیلومتر است. ۷۵۶۰ متر چند کیلومتر

است؟