

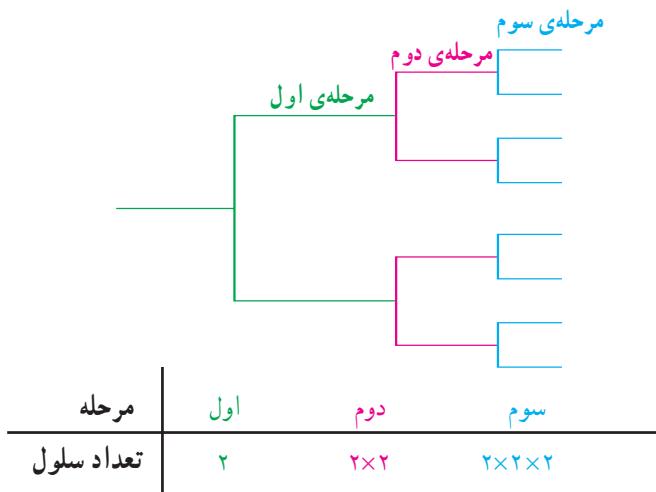
توان

تعريف توان



فعالیت

در کتاب علوم خوانده اید که هر سلول چگونه به دو سلول تقسیم می شود. در نمودار زیر، نحوه انجام گرفتن این کار را مشاهده می کنید.



مرحله‌ی چهارم را بکشید و جدول را کامل کنید.
بین تعداد سلول‌ها و مراحل تقسیم آن‌ها چه رابطه‌ای وجود دارد؟
در مرحله‌ی هفتم، چند عدد سلول خواهیم داشت؟



فعالیت

عبارت‌های زیر را به کمک عمل ضرب خلاصه کنید.

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$$

$$3 + 3 + 3 + 3 =$$

$$4 + 4 + 4 =$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 =$$

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 =$$

$$2 \times 2 \times 2 = ?$$

آیا عبارت مقابل را نیز می‌توانیم خلاصه کنیم؟



برای آسان شدن محاسبه، عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2$ را به صورت 2^3 می نویسیم و آن را می خوانیم : ۲ به توان ۳ . به این ترتیب

$$4^2 = 4 \times 4 = 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

در عددی مانند 5^3 را پایه و ۳ را توان آن می نامیم.

همین طور $(\frac{2}{3})^3$ به معنای $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ است و در عدد $(\frac{2}{3})^4$ ، $\frac{2}{3}$ پایه و ۴ توان آن عدد است.

عدد $1/2^3$ هم که « $1/2$ به توان ۳» خوانده می شود، در واقع $1/2 \times 1/2 \times 1/2$ است.

توان دوم یک عدد را مجدور یا مربع آن عدد و توان سوم یک عدد را مکعب آن عدد

می نامیم.

برای مثال، $(\frac{3}{5})^3 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{125}$
و $7^2 = 7 \times 7 = 49$ مجدور ۷ = مربع ۷ است.

کار در کلاس



۱- عدهای زیر را بخوانید و مقدار آنها را حساب کنید.

$$3^2 = 9$$

$$4^3 =$$

$$(\frac{3}{4})^2 =$$

$$10^3 =$$

$$1^2 =$$

۲- مقدار هر عبارت را حساب کنید.

$$3^3 + 5^2 = 27 + 25 = 52$$

$$4^2 - 1^3 =$$

$$10^4 \div 4^2 =$$

$$3^4 + 5^2 =$$

$$4^2 \times 3^2 =$$

$$3^2 - 2^3 =$$

$$5^3 \times 2^2 =$$

$$7^2 + 3^4 =$$

$$5^1 + 5^2 =$$

۳- می دانیم که اگر طول ضلع مربعی ۳ سانتی متر باشد، مساحت آن برابر است با سانتی متر مربع $3^2 = 9$

پس مساحت مربع برابر است با طول یک ضلع به توان ۲.

دستور محاسبه‌ی مساحت دایره را با استفاده از توان بنویسید.

دستور محاسبه‌ی حجم مکعب را به کمک توان بنویسید.

با توجه به عبارت‌های

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5$$

$$5^3 = 5 \times 5$$

می‌نویسیم 5^1 و همین‌طور 4^1 و 7^1 است.

ضرب عددهای توان دار با پایه‌های مساوی



فعالیت

تساوی‌ها را کامل کنید.

$$7^3 \times 7^2 = (\overbrace{7 \times 7 \times 7}^{\text{۳ تا}}) \times (\overbrace{7 \times 7}^{\text{۲ تا}}) = (\overbrace{7 \times 7 \times 7}^{\text{۳ تا}} \times \overbrace{7 \times 7}^{\text{۲ تا}}) = 7^{\dots + \dots} = 7^{\dots}$$

$$2^3 \times 2^4 = (2 \times 2) \times (\quad \times \times \times \quad) = 2^{\dots + \dots} = 2^{\dots}$$

$$5^3 \times 5^5 =$$

آیا می‌توانید دستوری برای ضرب عددهای توان دار با پایه‌های مساوی بیان کنید؟ حدس خود را بنویسید.

$$7^3 \times 7^2 = 7^{3+2} = 7^5$$

پس می‌توانیم بنویسیم

همین‌طور

$$3/2^1 \times 3/2^2 = 3/2^{1+2} = 3/2^3 \quad \text{و} \quad 5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

کار در کلاس



۱- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$4^3 =$$

$$1^5 =$$

$$(0/3)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^1 =$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^4 =$$

۲- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$4^2 \times 4^5 =$$

$$5^3 \times 5 =$$

$$10^1 \times 10^2 =$$

$$7^2 \times 7 =$$

$$10^2 \times 10^7 \times 10 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 =$$

۳- جای خالی را پر کنید.

$$3^9 = 3^4 \times 3^{\square} \quad 7^{12} = 7^1 \times 7^{\square} \quad 9^5 = 9^{\square} \times 9^{\square}$$

تمرین



۱- حاصل هر عبارت را حساب کنید.

$$4^2, 5^3, 12^3, 3/5^2, 0/1^3$$

۲- مقدار هر عبارت را پیدا کنید.

$$2^2 + 3^5, 5^2 + 5^2, 10^3 \times 4^2, 5^2 \times 1/2^3, (\frac{1}{2})^3 \times 4$$

۳- حاصل هر عبارت را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^2 \times 5^4, 1/3^4 \times 1/3^2, 3 \times 3^2, 4^3 \times 4^4$$

۴- کوچک‌ترین مضرب مشترک هر جفت از عدهای زیر را حساب کنید.

$$30, 66, 48, 78, 60, 36$$

۵- اگر $24^{\circ} = 21^{\circ}$ باشد، مقدار عبارت 21° چند است؟

۶- ۳ برابر عدد 3^5 برابر با چه عبارتی است؟ آن را به صورت توان دار بنویسید.

۷- با محاسبه‌ی دو عبارت $\frac{3}{5}$ و $\frac{3}{5}^3$ تفاوت آنها را نشان دهید.

حل مسئله



- رسم شکل
- زید مسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- التوپایی
- جدول نظام دار
- حدس و آزمایش

۱- احمد و حسین برنامه‌ای مرتب برای ورزش دارند. احمد هر ۴ روز یک بار به زمین ورزش می‌رود و حسین هر ۶ روز یک بار. آن‌ها این برنامه را از روز ۳۱ شهریور ماه شروع کرده‌اند (یعنی اولین روز ورزش آن‌ها ۳۱ شهریور بوده است). تعیین کنید که آن‌ها در چه روزهایی از مهرماه یک‌دیگر را در زمین ورزش ملاقات می‌کنند.

۲- دو ظرف به گنجایش ۸ لیتر و ۱۰ لیتر داریم. می‌خواهیم فقط با استفاده از یکی از پیمانه‌های ۱ لیتری، ۲ لیتری، ۳ لیتری، ۴ لیتری، ۵ لیتری تا ۱۰ لیتری، هر دو ظرف را از مایعی پر کنیم؛ به طوری که همه‌ی محتوای هر پیمانه در هر بار در ظرف‌ها خالی شود. از کدام پیمانه‌ها می‌توانیم استفاده کنیم؟ بزرگ‌ترین پیمانه‌ای که می‌توانیم از آن استفاده کنیم، کدام است؟

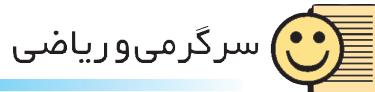


۳- شرکتی برای انجام یک پروژه شش ماهه آگهی استخدام داده است، این شرکت دو روش پرداخت حقوق را در آگهی خود اعلام کرده است:

روش اول : ماهانه ۳۰۰,۰۰۰ تومان

روش دوم : ماه اول ۳۰,۰۰۰ تومان، ماه دوم دو برابر ماه اول، ماه سوم دو برابر ماه دوم، ماه چهارم دو برابر ماه سوم و به همین ترتیب تا پایان ماه ششم.

اگر شما می خواستید در انجام این پروژه همکاری کنید کدام روش دریافت حقوق را انتخاب می کردید؟ (چرا؟)



جدول اعداد

افقی

- ۱- مجدور عدد ۴۱ - دهگان این عدد دو برابر یکان آن است.
- ۲- در این عدد دهگان ۲ برابر یکان و صدگان ۲ برابر دهگان است.
- ۳- در این عدد دهگان ۵ برابر یکان است - بزرگترین عدد اول دورقی.
- ۴- اگر یکان را ۴ برابر کنیم و با دهگان جمع کنیم، خود عدد به دست می آید - یکی از مضرب های ۹.
- ۵- کوچکترین مضرب مشترک ۲۴ و ۳۶ - بزرگترین مقسوم علیه مشترک ۷۲ و ۱۰۸.
- ۶- یکی از توان های ۱۳.
- ۷- عددی اول بین ۳۰ و ۴۰ - مجدور عددی اول بین ۴۰ و ۵۰.

عمودی

- ۱- یکی از مضرب های ۱۱ - بزرگترین عدد اول سه رقمی.
- ۲- از مجدور ۷، ده تا بیشتر است - عددی که هم بر ۹ بخش پذیر است و هم بر ۷.
- ۳- عددی فرد که بر ۵ بخش پذیر است - مجموع هر سه رقم مساوی ۶ است.
- ۴- مجموع هر سه رقم ۱۱ است - نمره‌ی محبوب همه.
- ۵- عددی با دو رقم مساوی - مضربی از ۴۳.
- ۶- عددی با سه رقم مساوی - کوچکترین مضرب مشترک ۲۴ و ۲۶.