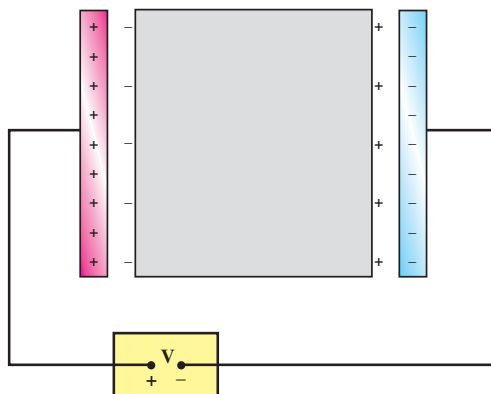


ولی در مجاورت صفحه‌های خازن، در سطح دی‌الکتریک بارهای غیر هم‌نام با بار صفحه‌ها ایجاد می‌شود (شکل ۱-۳۷). نیروی ربایشی بین این بارهای الکتریکی باعث می‌شود که با ولتاژ ثابت، بار خازن نسبت به وقتی که دی‌الکتریک ندارد، افزایش یابد و این به معنای افزایش ظرفیت خازن است.



شکل ۱-۳۷

۱-۱۳- انرژی خازن

در بخش ۱-۸ دیدیم که وقتی دو بار الکتریکی (هم‌نام یا غیرهم‌نام) در مجاورت یک‌دیگر قرار گیرند، مجموعه‌ی بارها دارای انرژی پتانسیل الکتریکی می‌شوند. خازن پر شده نیز به همین علت دارای انرژی پتانسیل الکتریکی است. در واقع، انرژی‌ای که مولد برای پُر کردن خازن مصرف می‌کند، به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در خازن ذخیره می‌شود. این انرژی را خازن در هنگام تخلیه در یک مدار، پس می‌دهد. انرژی ذخیره شده در خازن را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$U = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{q^2}{2C} \quad (1-17)$$

مثال ۱-۱۵

خازنی به ظرفیت $6\mu\text{F}$ را به ولتاژ 200V وصل می‌کنیم. بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه کنید.

حل: با استفاده از رابطه‌های ۱-۱۴ و ۱-۱۷ داریم:

$$q = CV$$

$$q = 6 \times 10^{-6} \times 200$$

$$q = 1/2 \times 10^{-3} C = 1/2 mC$$

$$U = \frac{1}{2} qV$$

$$U = \frac{1}{2} \times 1/2 \times 10^{-3} \times 200 = 0.1 J$$

۱-۴- به هم بستن خازن‌ها

در مدارهای الکتریکی، گاهی لازم می‌شود که از ظرفیت معینی استفاده کنیم اما آن را در اختیار نداریم. در این گونه موارد می‌توانیم خازن‌ها را به یک‌دیگر ببندیم و ظرفیت موردنظر را به دست آوریم. همچنین می‌توان یک خازن را جایگزین چند خازن در یک مدار کرد. به این خازن، خازن معادل و به ظرفیت آن، ظرفیت معادل می‌گوییم. ظرفیت معادل چند خازن، ظرفیت خازنی است که اگر به جای آن خازن‌ها در مدار قرار گیرد و به همان ولتاژی که به دو سر مجموعه‌ی خازن‌ها وصل است، متصل شود، انرژی الکتریکی ذخیره شده در آن برابر انرژی‌ای باشد که در مجموعه‌ی خازن‌ها ذخیره شده است.

در حالت ساده، خازن‌ها ممکن است به طور موازی یا متوالی به یک‌دیگر وصل شده باشند.

حالت‌های پیچیده‌تر را به کمک این دو حالت ساده می‌توان بررسی کرد.

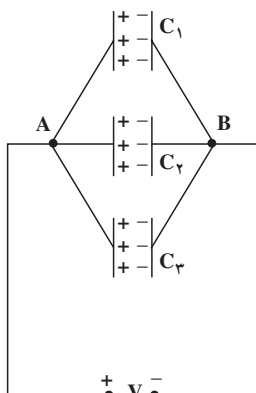
الف - به هم بستن موازی خازن‌ها: اگر خازن‌های C_1 و C_2 و ... را مطابق شکل ۳۸-۱

به یک‌دیگر وصل کنیم، می‌گوییم خازن‌ها را به طور موازی به هم وصل کرده‌ایم. اگر ولتاژ V را به دو سر مجموعه وصل کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن برابر V می‌شود. بار الکتریکی هر یک از خازن‌ها برابر است با:

$$q_1 = C_1 V$$

$$q_2 = C_2 V$$

$$q_3 = C_3 V$$



شکل ۳۸-۱

بار الکتریکی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها برابر $q = q_1 + q_2 + q_3$ است. اگر خازن معادل به ظرفیت C_T را به همین ولتاژ وصل کنیم، بار ذخیره شده در آن $q = C_T V$ می‌شود. در نتیجه، داریم:

$$q = C_T V$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = C_T V$$

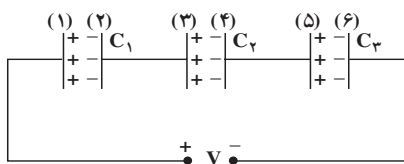
$$(C_1 + C_2 + C_3) V = C_T V$$

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 \quad (18-1)$$

بنابراین، ظرفیت خازن معادل مجموعه‌ای از خازن‌ها که به‌طور موازی به یک‌دیگر وصل شده‌اند، برابر مجموع ظرفیت خازن‌هاست و ظرفیت خازن معادل از ظرفیت هر یک از خازن‌ها بیش‌تر است.

ب — به هم بستن متوالی خازن‌ها: در شکل ۱-۳۹ سه خازن به‌طور متوالی به یک‌دیگر وصل شده‌اند. وقتی خازن‌ها به‌طور متوالی به یک ولتاژ وصل می‌شوند، هیچ کدام از آن‌ها به‌طور مستقل به ولتاژ V وصل نیستند. اگر روی صفحه‌ی ۱ بار $+q$ انباشته شود، بار $-q$ روی صفحه‌ی ۲ القا می‌گردد. مجموع بار صفحه‌های ۲ و ۳ برابر صفر است (چرا؟)؛ بنابراین، بار $+q$ روی صفحه‌ی ۳ انباشته می‌شود و به همین ترتیب، بار هر خازن برابر q می‌شود. بار ذخیره شده روی مجموعه‌ی خازن‌ها نیز برابر q است. اگر ولتاژ خازن‌ها به ترتیب V_1 و V_2 و V_3 باشد، ولتاژ دو سر مدار برابر مجموع ولتاژ دو سر خازن‌هاست.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$



شکل ۱-۳۹

اگر به جای V_1 و V_2 و ... مساوی آن‌ها را از رابطه‌های $V_1 = \frac{q}{C_1}$ و $V_2 = \frac{q}{C_2}$ و ... قرار

دهیم، نتیجه می‌شود:

$$V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

اگر C_T ظرفیت خازن معادل باشد، وقتی به ولتاژ V وصل شود، بار آن برابر q می‌شود و

در نتیجه، $V = \frac{q}{C_T}$ است. با قرار دادن $\frac{q}{C_T}$ به جای V نتیجه می‌شود:

$$\frac{q}{C_T} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \quad \text{و یا:}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad (19-1)$$

بنابراین، وقتی خازن‌ها به‌طور متوالی به یک‌دیگر وصل می‌شوند، بار هر یک از خازن‌ها برابر با بار خازن معادل آن‌ها و وارون ظرفیت معادل، برابر مجموع وارون ظرفیت خازن‌هاست و ظرفیت معادل از کوچک‌ترین ظرفیت نیز کوچک‌تر است.

مثال ۱-۱۶

به دو سر مجموعه‌ی سه خازن به ظرفیت‌های $6\mu F$ ، $3\mu F$ و $2\mu F$ که به‌طور متوالی به یک‌دیگر وصل‌اند، اختلاف پتانسیل $150V$ را وصل می‌کنیم. الف - ظرفیت خازن معادل، ب - بار الکتریکی هر خازن و پ - ولتاژ دو سر هر خازن را حساب کنید.
حل: الف - با استفاده از رابطه‌ی ۱-۱۹ داریم:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1+2+3}{6}$$

$$C_T = 1\mu F$$

ب - بار الکتریکی هر خازن، برابر با بار خازن معادل آن‌هاست.

$$q = CV$$

$$q = 1 \times 150 = 150\mu C$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = q = 150\mu C$$

پ - با استفاده از رابطه‌ی $q = CV$ داریم:

$$V = \frac{q}{C}$$

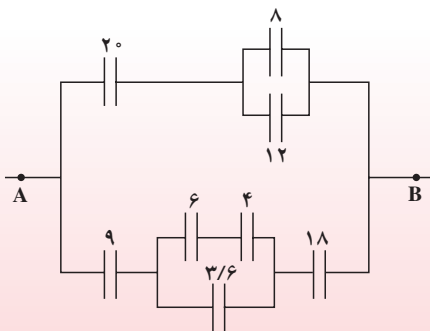
$$V_1 = \frac{15^\circ}{6} = 2.5V$$

$$V_2 = \frac{15^\circ}{3} = 5.0V$$

$$V_3 = \frac{15^\circ}{2} = 7.5V$$

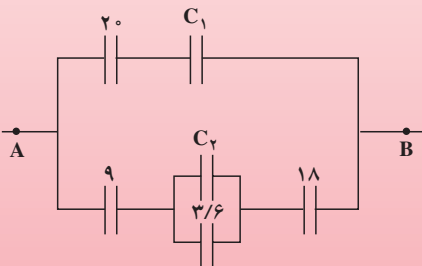
ممکن است در یک مدار، خازن‌ها به صورت پیچیده‌تری به یک‌دیگر وصل شده باشند. با استفاده از محاسبه‌ی ظرفیت خازن‌های موازی و متوالی، می‌توان مدار را ساده کرد و در نهایت، ظرفیت معادل را به دست آورد.

مثال ۱-۱۷



شکل ۱-۴۰

ظرفیت معادل بین دو نقطه‌ی A و B را در شکل ۱-۴۰ محاسبه کنید. ظرفیت هر خازن برحسب میکروفاراد روی شکل داده شده است.



شکل ۱-۴۱

حل: دو خازن $8\mu F$ و $12\mu F$ با یک‌دیگر موازی و خازن $4\mu F$ با $6\mu F$ به‌طور متوالی به یک‌دیگر وصل شده‌اند. اگر به جای آن‌ها خازن معادل آن‌ها را قرار دهیم، مدار به صورت شکل ۱-۴۱ ساده می‌شود.

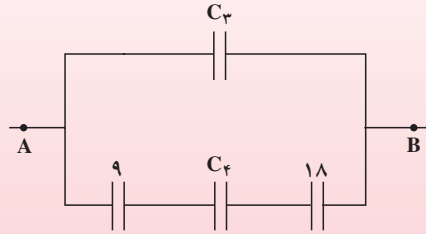
$$C_1 = 12 + 8 = 20 \mu\text{F}$$

$$C_2 = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4 \mu\text{F}$$

اکنون خازن‌های 20 میکروفارادی با یک‌دیگر متوالی‌اند و خازن C_2 با خازن $3/6$ میکروفارادی موازی است. مدار به صورت شکل ۴۲-۱ ساده می‌شود.

$$C_3 = \frac{20}{2} = 10 \mu\text{F}$$

$$C_4 = 2/4 + 3/6 = 6 \mu\text{F}$$



شکل ۴۲-۱

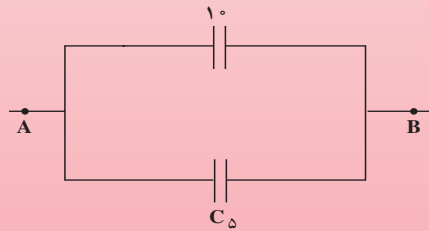
اگر خازن معادل سه خازن $9 \mu\text{F}$ ، C_4 ، $18 \mu\text{F}$ را که متوالی‌اند را با C_5 نشان دهیم، مدار به صورت شکل ۴۳-۱ ساده می‌شود.

$$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{C_5} = \frac{2 + 3 + 1}{18}$$

$$C_5 = \frac{18}{6} = 3 \mu\text{F}$$

$$C_T = 10 + 3 = 13 \mu\text{F}$$



شکل ۴۳-۱

مثال ۱-۱۸

دو خازن به ظرفیت $C_1 = 2 \mu\text{F}$ و C_2 را به یک‌دیگر وصل می‌کنیم و ولتاژ 100V را به دو سر مجموعه‌ی آن‌ها می‌بندیم. اگر انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها برابر 25 میلی‌ژول شود، تعیین کنید که خازن‌ها چگونه به یک‌دیگر وصل شده‌اند. ظرفیت C_2 را نیز محاسبه کنید.

حل: اگر ظرفیت معادل دو خازن برابر C_T باشد، داریم:

$$U = \frac{1}{2} C_T V^2$$

$$25 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} C_T \times 10^4$$

$$C_T = 5 \times 10^{-6} \text{ F} = 5 \mu\text{F}$$

چون ظرفیت معادل از C_1 بزرگ تر است، دو خازن به طور موازی به یکدیگر وصل شده اند.

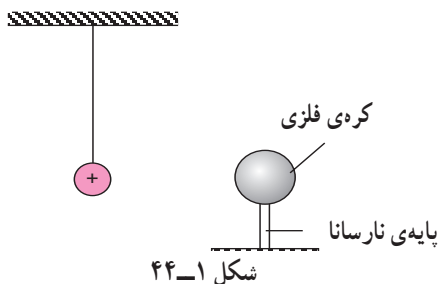
$$C_T = C_1 + C_2$$

$$5 = 2 + C_2$$

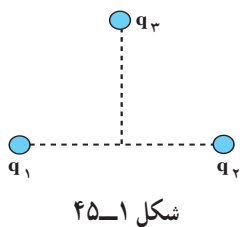
$$C_2 = 3 \mu\text{F}$$

تمرین های فصل اول

۱- یک کره فلزی بدون بار الکتریکی را که روی پایه نارسانایی قرار دارد، به آونگ الکتریکی برداری نزدیک می کنیم. با ذکر دلیل توضیح دهید که چه اتفاقی می افتد.

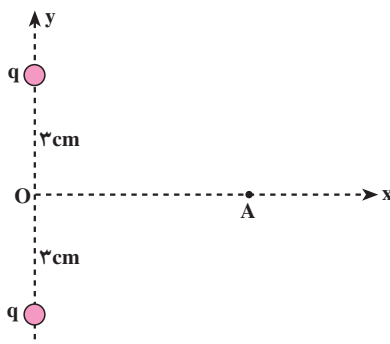


۲- بارهای الکتریکی نقطه ای $q_1 = -4\mu\text{C}$ و $q_2 = -3\mu\text{C}$ مطابق شکل در فاصله 8cm از یک دیگر ثابت شده اند. بار نقطه ای $q_3 = -5\mu\text{C}$ را در نقطه ای که فاصله آن از هر یک از دو بار الکتریکی قبلی برابر 5cm است، قرار می دهیم. نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 را محاسبه کنید.



۳- توضیح دهید که چرا خط های میدان الکتریکی یکنواخت، به صورت خط های راست و موازی با فاصله های مساوی با یک دیگرند.

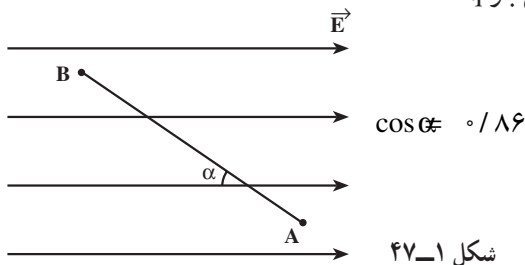
۴- دو بار الکتریکی نقطه ای هم نام $q = +5\mu\text{C}$ مطابق شکل ۱-۴۶ به فاصله 6cm از یک دیگر قرار دارند. جهت و اندازه ی میدان الکتریکی را در نقطه ی A واقع بر عمود منصف خط واصل دوبار، در فاصله ی 4cm از نقطه ی O (وسط خط واصل دو بار) مشخص کنید.



۵- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5 \times 10^4 \frac{N}{C}$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره‌ی بارداری به جرم $2g$ معلق و به حال سکون قرار دارد. اگر $g = 10 \frac{N}{kg}$ باشد، اندازه و نوع بار الکتریکی ذره را مشخص کنید.

۶- بار $q = +5 \mu C$ را به آرامی و با سرعت ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت $8 \times 10^5 \frac{N}{C}$ مطابق شکل ۴۷-۱ از نقطه‌ی A تا B جابه‌جا می‌کنیم. اگر $AB = 2m$ و 30° درجه باشد:

الف - نیروی الکتریکی وارد بر بار q ،
 ب - کاری که برای این جابه‌جایی باید انجام دهیم،
 پ - تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q را حساب کنید.



۷- دو صفحه‌ی رسانا با فاصله‌ی $2cm$ را موازی یک‌دیگر قرار می‌دهیم و آن‌ها را به اختلاف پتانسیل $100V$ وصل می‌کنیم. در نتیجه، یکی از صفحه‌ها به‌طور منفی و دیگری به‌طور مثبت باردار می‌شوند و میان دو صفحه میدان الکتریکی یکنواختی بوجود می‌آید. اندازه‌ی این میدان الکتریکی را حساب کنید و توضیح دهید که کدام یک از دو صفحه پتانسیل الکتریکی بیشتری دارند.

۸- در یک میدان الکتریکی، بار $q = +2 \mu C$ از نقطه‌ی A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل آن در نقطه‌های A و B به ترتیب $J \times 10^{-5} - 4$ و $J \times 10^{-5} 5$ باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو نقطه $(V_B - V_A)$ را محاسبه کنید.

۹- بار الکتریکی $q = -4 \mu C$ از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $V_1 = -40V$ تا نقطه‌ای با پتانسیل $V_2 = -10V$ آزادانه جابه‌جا می‌شود. الف - انرژی پتانسیل الکتریکی بار q چه اندازه و چگونه تغییر می‌کند؟ ب - توضیح دهید که تغییر انرژی پتانسیل بار q (با توجه به قانون پایستگی انرژی) به چه انرژی‌ای تبدیل می‌شود؟

۱۰- دو صفحه‌ی رسانا به فاصله‌ی یک سانتی‌متر از هم و موازی یک‌دیگر واقع‌اند. اختلاف

پتانسیل میان دو صفحه برابر 1000V است. یک ذره به بار $+1/6 \times 10^{-19}\text{C}$ و جرم $1/6 \times 10^{-27}\text{kg}$ (یک پروتون) از مجاور صفحه‌ی مثبت و از حال سکون به طرف صفحه‌ی منفی شتاب می‌گیرد. انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره وقتی به صفحه‌ی روبرو می‌رسد، افزایش می‌یابد یا کاهش؟ اندازه‌ی تغییرات این انرژی را حساب کنید. سرعت ذره در لحظه‌ی رسیدن به این صفحه چه قدر است؟

۱۱- اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی یک خازن را از 28V ولت به 40V ولت افزایش می‌دهیم. اگر با این کار 15 میکروکولن بر بار ذخیره شده در خازن افزوده شود، ظرفیت خازن را حساب کنید.
 ۱۲- دو صفحه‌ی مربعی شکل به ضلع 16cm در فاصله‌ی 2mm از یکدیگر قرار دارند. فضای بین دو صفحه از پارافین با ضریب دی‌الکتریکی $2/5$ پر شده است. ظرفیت خازن حاصل چه اندازه است؟

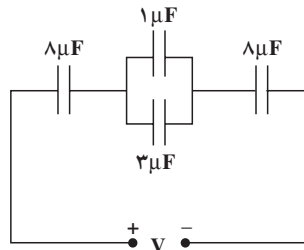
۱۳- خازنی به ظرفیت $C_1 = 5\mu\text{F}$ با اختلاف پتانسیل 120V و خازنی به ظرفیت $C_2 = 10\mu\text{F}$ با اختلاف پتانسیل 75V ولت پر شده‌اند. اگر این خازن‌های پر را از مدار اصلی آن‌ها جدا و صفحه‌های هم‌نام آن‌ها را به هم وصل کنیم، الف - اختلاف پتانسیل بین دو صفحه و بار ذخیره شده در هر خازن چه اندازه می‌شود؟

ب - مجموع انرژی ذخیره شده در دو خازن را قبل و بعد از اتصال به یکدیگر محاسبه و با هم مقایسه کنید.

۱۴- در مدار شکل ۴۸-۱ اختلاف پتانسیل در سر مدار برابر 10V است.

الف - ظرفیت معادل مدار

ب - بار الکتریکی و اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از خازن‌ها را حساب کنید.



شکل ۴۸-۱