

تساوی مثلث‌ها

موضوعات در یک نگاه

این بخش با مفهوم تساوی دو شکل و به‌طور خاص با تساوی دو مثلث شروع می‌شود. در این قسمت، اجزای متناظر در هر مثلث معرفی شده با استفاده از مفهوم انطباق حالت‌های تساوی دو مثلث نتیجه گرفته می‌شود. با استفاده از این سه حالت مسئله‌های مربوط به آن حل شده است؛ نحوه‌ی استدلال کردن و نوشتن مراحل آن آموزش داده می‌شود. در این قسمت، چگونگی رسیدن از فرض‌های مسئله به حکم آن تدریس می‌شود.

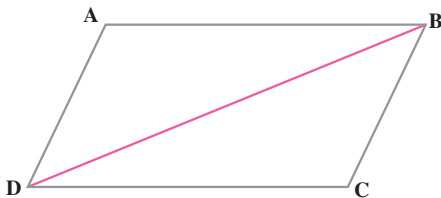
اهداف

- درفرآیند آموزش این درس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- اجزای متناظر در دو مثلث را تشخیص دهد.
 - ۲- حالت‌های تساوی دو مثلث را با استفاده از مفهوم انطباق کشف و درک کند.
 - ۳- حالت‌های تساوی دو مثلث را در حل مسائل مربوط به آن به کار برد.
 - ۴- با نحوه‌ی استدلال کردن و نوشتن مراحل آن را برای تساوی دو مثلث و نتیجه‌گیری تساوی اجزای متناظر آشنا شود.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

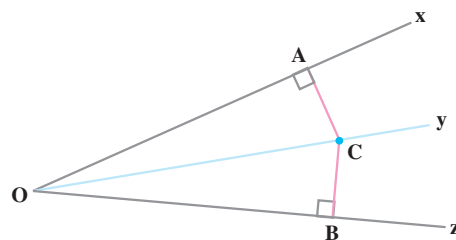
۲- چهارضلعی ABCD یک متوازی‌الاضلاع است.

دلیل تساوی دو مثلث ABD و DBC را بنویسید.



۱- در شکل زیر اگر oy نیم‌ساز زاویه باشد؛ چرا

$AC = CB$ است؟



شناسنامه‌ی مبحث تساوی مثلث‌ها

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
اجزای متناظر	– پیش‌بینی مساوی با استفاده از مقوا	– انجام کار در کلاس برای تشخیص اجزای متناظر و نوشتن تساوی اجزاء	– مفهوم تساوی دو مثلث را با انطباق درک کند. – اجزای متناظر را در دو مثلث مساوی تشخیص دهد. – تساوی اجزای متناظر دو مثلث را درک کرده و بنویسد.	اجزای متناظر تساوی دو مثلث	۱۷۱ ۱۷۲	اجزای متناظر
حالت تساوی ض ض ض ض ض ض ض ض ض	– نقاله و پرگار و خط‌کش آموزشی – کاغذ پوستی	– انجام فعالیت برای درک حالت تساوی ض ض ض – انجام فعالیت برای درک حالت تساوی ض ض ض و ض ض ض – انجام کار در کلاس برای تشخیص مثلث‌های مساوی	– تساوی دو مثلث به حالت ض ض ض را با انطباق درک کند. – تساوی دو مثلث به حالت ض ض ض را با انطباق درک کند. – تساوی دو مثلث به حالت ض ض ض را با انطباق درک کند. – نحوه‌ی استدلال کردن و نوشتن مراحل آن را در سه حالت فوق بررسی کند.	حالت‌های تساوی دو مثلث ض ض ض ض ض ض ض ض ض	۱۷۲ ۱۷۳ ۱۷۴ ۱۷۵	حالت‌های تساوی دو مثلث
–	–	– انجام کار در کلاس برای حل مسئله‌های نمونه	– اطلاعات (فرض) مسئله را از خواست (حکم) تشخیص دهد. – از اطلاعات مسئله‌ی مورد نیاز برای تساوی دو مثلث را با سه حالت تشخیص دادن و مراحل استدلال را بنویسد و خواسته‌ی آن را با تساوی اجزای متناظر پیدا کند.	حل مسئله و پیدا کردن حکم	۱۷۶ ۱۷۷ ۱۷۸	حل مسئله‌ی تساوی دو مثلث

اجزای متناظر

ایجاد انگیزه کنید:



به همراه خود لیست کلاس دیگری از دانش‌آموزان مدرسه را که تعداد آن‌ها برابر با کلاس موردنظر است بیاورید. و از هرکس بخواهید حدس بزند با چه کسی در آن کلاس شماره‌ی لیست یکسان دارد، به دانش‌آموزان نشان دهید که اگر لیست این دو کلاس را روی هم قرار دهید نام هر کدام منطبق با نام چه کسی خواهد بود؟

شروع کنید:



دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle EDF$ را روی تخته بکشید سپس اعلام کنید که می‌دانیم این دو مثلث با هم برابرند از این دانسته چه نتیجه‌ای می‌گیرید. آن‌ها را اعلام کنید. بعد از نوشتن ۶ تساوی به دست آمده، نام اجزای متناظر را در کلاس طرح نمایید. سپس از دانش‌آموزان بخواهید در کار در کلاس ص ۱۷۲ به کمک کاغذ پوستی دو مثلث مساوی را بیابند و تساوی‌های بعدی را کامل کنند.

هدف کار در کلاس:



هدف اصلی این سؤال پیدا کردن اجزای متناظر بین دو مثلث مساوی است. از دانش‌آموزان بخواهید حتماً مثلث مساوی را به کمک کاغذ پوستی بیابند؛ چون ظاهر مثلث‌ها به هم شبیه‌اند.

توصیه‌های آموزشی:



۱- درستی انتخاب مثلث مساوی در قسمت اول کار در کلاس لازمه‌ی حل قسمت دوم است. از دانش‌آموزان بخواهید راه‌حل نحوه‌ی پیدا کردن اجزای متناظر را برای کلاس توضیح دهند. این توضیحات می‌تواند از روش‌های مختلفی باشد.

۲- در تشخیص زاویه‌ها و ضلع‌های متناظر ارتباط بین آن‌ها را بیان کنید؛ برای مثال، وقتی $\angle B'C' = \angle C$ است زاویه‌های A' و A نیز مساوی‌اند و برعکس. در واقع تناظر دو زاویه با

هندسه ی ۲

تساوی مثلث‌ها

اجزای متناظر

دو مثلث به نام‌های ABC و DEF را در شکل مقابل مشاهده می‌کنید. اگر روی مثلث ABC کاغذی قرار دهید و از روی آن یک مثلث بکشید و سپس این مثلث را روکش شده را طوری روی مثلث DEF قرار دهید که بر آن منطبق شود. خواهید دید که اضلاع و زوایای متناظر - یعنی اجزای متناظر آن‌ها - برهم منطبق می‌شوند.

در مثلث که برهم منطبق می‌شوند و یک‌دیگر را کاملاً می‌پوشانند، دو مثلث مساوی خوانده می‌شوند.

در دو مثلث مساوی، اجزای متناظر مساوی‌اند؛ یعنی، در دو مثلث بالا داریم:

$AB = DE$	$AC = DF$	$BC = EF$
$\angle C = \angle F$	$\angle B = \angle E$	$\angle A = \angle D$

تناظر دو ضلع روبه‌روی آن دو زاویه نیز مربوط‌اند.

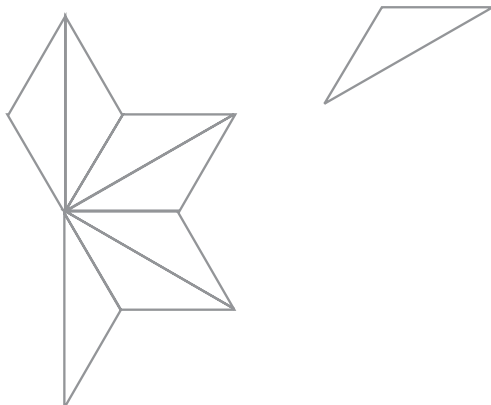
تلفیق با سایر دروس:



به کمک مثلث‌هایی مساوی با مثلث زیر چگونه می‌توان

شکل زیر را ایجاد کرد؟

از این کار در چه صنایع یا شغل‌هایی استفاده می‌شود؟



۲- دو مربع مساوی رسم کنید. در مورد این که به چند طریق می توان تساوی اجزای متناظر (اضلاع و زاویه ها) را نوشت بحث کنید.

۳- دو مثلث متساوی الساقین رسم کنید که با هم مساوی باشند. در مورد این که به چند طریق می توان تساوی اجزای متناظر را نوشت بحث کنید.

حالت های تساوی دو مثلث

ایجاد انگیزه کنید:

متن شروع این درس را در مورد تساوی در باغچه بخوانید و سؤال آن را در کلاس به بحث بگذارید.

شروع کنید:

ابتدای درس لازم است فعالیت هایی را که در درس رسم مثلث بیان شده است را یادآوری کنید. هدف اصلی آن فعالیت ها این بود که به دانش آموز نشان دهد که اطلاعاتی چون یک ضلع، دو زاویه، یک ضلع و یک زاویه و مشابه آن برای کشیدن یک مثلث واحد کافی نیست بلکه با این اطلاعات، مثلث های مختلفی کشیده می شود و هر کدام از دانش آموزان می تواند مثلی متفاوت با بقیه رسم کنند ولی اگر اطلاعات داده شده یکی از حالت های سه ضلع - دو ضلع و زاویه ی بین و دو زاویه و ضلع بین باشد همه ی دانش آموزان مثلث هایی یکسان خواهند کشید که همگی قابل انطباق بر روی هم است.

اگر دانش آموزی این فعالیت را به خوبی انجام داده باشد و متوجه شده باشد که اطلاعات در این سه حالت همیشه مثلث های مساوی تولید می کند، آمادگی بسیار خوبی برای شروع این درس خواهد داشت. بنابراین توصیه می کنیم قبل از ورود به این مطلب، فعالیت های قبلی را در کلاس به بحث بگذارید.

بحث دوم بررسی احساس نیاز به روش غیر از انطباق برای نشان دادن تساوی دو مثلث است؛ اگر این نکته برای دانش آموز روشن شود هدف این درس پیدا کردن روشی برای نشان دادن تساوی دو مثلث است.

کار در کلاس

با استفاده از اظطابق تعیین کنید که مثلث ABC با کدام یک از دو مثلث دیگر مساوی است.

اکنون با ملاحظه کردن اجزای متناظر دو مثلث متساوی الساقی های زیر را کامل کنید.

$\hat{A} = \hat{D}$ $\hat{B} = \hat{E}$ $\hat{C} = \hat{F}$
 $BC = EF$ $AC = DF$ $AB = DE$

حالت های تساوی دو مثلث

اگر دو باغچه به شکل مثلث داشته باشید، چگونه می توانید ب فهمید که این دو با هم مساوی اند یا نه؟ مسلماً از اظطابق نمی توانید استفاده کنید. از این رو برای تشخیص مساوی بودن یا نبودن این مثلثها باید راهی پیدا کنید. در این درس می آموزیم که اگر بعضی از اجزای دو مثلث با هم مساوی باشند، می توان نتیجه گرفت که این دو مثلث متساوی اند و اظطای آن ها ضرورتی ندارد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در صورت توانایی دانش آموزان در استفاده از رایانه از آن ها بخواهید شکل این ستاره را در محیط Paint در windows یا نرم افزارهای گرافیکی دیگر رسم کنند.

توسعه:

۱- پیدا کردن اجزای متناظر در اشکال مختلف مساوی نظیر چهارضلعی و... نیز می تواند مسیر خوبی برای توسعه باشد.

۲- بررسی این نکته که در تساوی دو مثلث متساوی الاضلاع و یا متساوی الساقین می توان چند نوع اجزای متناظر نوشت نیز مناسب طرح است.

فعالیت موازی:

۱- دو چهارضلعی رسم کنید که با هم مساوی باشند از دانش آموزان بخواهید تساوی اجزای متناظر را بنویسند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، یادآوری رسم مثلث در حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین است و نتیجه‌ی آن این است که با داشتن این سه اضلاع فقط می‌توان یک مثلث رسم کرد.

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را با حوصله و دقت حل کنند و نتیجه‌گیری کنند سپس توضیحات بعدی را بیان کنید. توجه داشته باشید که توضیح این قسمت اولین استدلال ریاضی است و نحوه‌ی نوشتن آن برای دانش‌آموزان جدید است. علامت‌های \Rightarrow و $\{$ را معرفی کرده، عبارت (ض ز ض) و نظیر آن را نیز یادآوری کنید.

سپس از آن‌ها بخواهید فعالیت بعدی را نیز حل و بررسی کنند و حالت‌های تساوی مثلث را بیان کنند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت نیز بررسی دو حالت دیگر تساوی مثلث‌هاست به همان روشی است که در فعالیت قبل انجام شد. منظور از رسم مثلث در وضعیت‌های مختلف، وضعیت فیزیکی قرارگرفتن مثلث‌ها در صفحه‌ی کاغذ است.

توصیه‌های آموزشی:

۱- در این فعالیت‌ها حتماً از کاغذ پوستی استفاده کنید. پیشنهاد می‌شود با خود چند برگ کاغذ پوستی به کلاس ببرید تا اگر دانش‌آموزی کاغذ پوستی نداشت از نتیجه‌گیری این درس که پایه‌ی استدلال در هندسه راهنمایی است محروم نشود.

۲- از دانش‌آموزان بخواهید تا سعی کنند با اطلاعات داده شده مثلی متفاوت با بقیه‌ی مثلث‌ها رسم کنند.

۳- می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید مثلث‌هایی را که کشیده‌اند نام‌گذاری کنند و با توجه به اطلاعات داده شده تساوی اجزای متناظر آن‌را نیز بنویسند.

۴- پیشنهاد می‌شود در کنار این فعالیت‌ها از دانش‌آموزان بخواهید چند حالت دیگر را نیز امتحان کنند؛ مثلاً مثلث‌هایی با اطلاعات دو ضلع یا دو زاویه و... رسم و بررسی کنند که آیا با هم برابرند یا خیر.

فعالیت

مثلی با مشخصات زیر رسم کنید.

$DE = 7\text{cm}$, $\hat{E} = 10^\circ$, $CE = 7\text{cm}$

مثلت دیگری با مشخصات زیر رسم کنید.

$PN = 7\text{cm}$, $\hat{P} = 10^\circ$, $PM = 7\text{cm}$

با استفاده از خط‌کش و پرگار، دو مثلث با هم برابرند یا نه.

در دو مثلث با $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$, $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ است.

این دو مثلث متساوی‌اند. تصور کنید که زاویه‌ی A را بر زاویه‌ی مساوی با آن یعنی A' منطبق کرده‌ایم. چون AB و A'B' با هم مساوی‌اند، رأس B و B' به همین ترتیب، رأس C و C' منطبق می‌شود؛ بنابراین، بدون انگیاز می‌توانیم بگوییم که دو مثلث بر هم منطبق می‌شوند. پس این دو مثلث با هم مساوی‌اند.

اگر دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از مثلثی با دو ضلع و زاویه‌ی بین آن‌ها از مثلث دیگر مساوی باشند، این دو مثلث متساوی‌اند.

با استفاده از اطلاعاتی که در شکل صفحه‌ی بعد داده شده است، می‌توان چنین نتیجه گرفت.

۵- دانش‌آموزان از این قسمت کم کم با نحوه‌ی نوشتن استدلال ریاضی به صورت نمادین آشنا می‌شوند لذا نحوه‌ی نوشتن بسیار اهمیت دارد اما نباید بیش از حد سخت گرفت به طوری که نحوه‌ی نوشتن مانع تفکر و استدلال شود.

۶- درس تساوی دو مثلث و نحوه‌ی حل مسئله‌ی آن مهم‌ترین درس هندسه‌ی اول راهنمایی است لذا برای این درس، وقت کافی بگذارید و اهمیت زیادی به آن بدهید.

هدف کار در کلاس:

هدف سؤال اول، تشخیص تساوی دو مثلث و بیان حالت تساوی است.

هدف اصلی سؤال ۲ ایجاد احساس نیاز برای بررسی نحوه‌ی بیان استدلال ریاضی است بدین معنا که تفاوت نوشته‌های دانش‌آموزان کلاس را به این سمت هدایت کند که همه از علامت‌های تعریف شده در ریاضی برای نتیجه‌گیری استفاده کنند.

حالت دوم: اگر دو زاویه و ضلع بین آنها از مثلثی با دو زاویه و ضلع بین آنها از مثلث دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم مساوی اند.

حالت سوم: اگر سه ضلع مثلثی با سه ضلع مثلث دیگری به ترتیب مساوی باشند، این دو مثلث با هم مساوی اند.

کار در کلاس

۱- بدون استفاده از انطباق و با توجه به اشارهای داده شده، همین گنبد مثلث MNP یا کدام یک از مثلثهای زیر مساوی است



۲- با توجه به شکل مقابل، دلیل تساوی دو مثلث MNP و MEF را بیان کنید.

$MF = MP = 3 \text{ cm}$
 $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 40^\circ$
 $ME = MN = 2 \text{ cm}$

گرفت که دو مثلث DCE و MDP به حالت دو ضلع و زاویه بین آنها (ضلع و ضلع) مساوی اند. از تساوی آنها نتیجه می‌گیریم که سایر اجزای متناظر دو مثلث نیز با هم مساوی اند.

استدلال بالا را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

تساوی اجزای متناظر $\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{M} \\ \hat{D} = \hat{N} \\ DC = MN \end{array} \right.$ $\xrightarrow{\text{ضلع و ضلع}} DCE = PNM$ $\xrightarrow{\text{ضلع و ضلع}} \left\{ \begin{array}{l} DE = PE = 2 \text{ cm} \\ \hat{E} = \hat{P} = 40^\circ \\ EC = PM = 3 \text{ cm} \end{array} \right.$

فعالیت

۱- در دفتر خود یک مثلث را با سه ضلع به اندازه‌های ۳، ۴ و ۵ سانتی‌متر در وضعیت مختلف رسم کنید.

با استفاده از انطباق، بررسی کنید که آیا این سه مثلث با هم مساوی‌اند؟ از این فعالیت چه نتیجه می‌گیریم؟ **تساوی دو مثلث در حالت سه ضلع**

۲- در دفتر خود مثلثی با دو زاویه ۴۰ و ۶۰ درجه و ضلع بین این دو به اندازه ۲ سانتی‌متر در ۳ وضعیت مختلف رسم کنید.

با استفاده از انطباق، بررسی کنید که این سه مثلث با هم مساوی‌اند؟ از این فعالیت چه نتیجه می‌گیریم؟ **تساوی دو مثلث در حالت ۲ زاویه و ضلع بین**

حالت‌های سه‌گانه تساوی دو مثلث در زیر آمده است.

حالت اول: اگر دو مثلث دو ضلع و زاویه بین آنها مساوی باشند، آن دو مثلث با هم مساوی اند.

در دو حالت دیگر نیز بدون انطباق می‌توان فهمید که دو مثلث با هم مساوی اند.

توسعه:

- ۱- بررسی حالت‌هایی چون دو زاویه و یک ضلع (لزوماً بین نباشند)، و دو ضلع و زاویه‌ی غیر بین (اگر بدانیم زاویه‌ها حاده (تند) است)، در صورت آمادگی کلاس مفید خواهد بود.
- ۲- بررسی و مشاهده‌ی تساوی در چهارضلعی‌ها و مقایسه‌ی آن با مثلث هم مسیر خوبی برای توسعه است البته توجه داشته باشیم که این بررسی کاملاً شهودی و فقط با هدف درک تساوی مثلث باشد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

با استفاده از نرم‌افزارهای گرافیکی و با استفاده از دستوره‌های copy و past می‌توانید شکل‌های تساوی ایجاد کرده و با روی هم قرار دادن آنها تساوی و انطباق را بررسی کرد. همچنین با چرخاندن شکل در صفحه می‌توان این کار را کمی پیچیده و تشخیص اجزای متناظر را سخت‌تر کرد.

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- در این کار در کلاس، تأکید بر روش حل بدون استفاده از انطباق است بنابراین استفاده از کاغذ پوستی در این تمرین‌ها مجاز نیست.
- ۲- تأکید بر روی این نکته که در حالت دو ضلع و زاویه بین و دو زاویه و ضلع بین، بین بودن ضلع و زاویه بسیار اهمیت دارد لازم و ضروری به نظر می‌رسد.
- ۳- به دانش‌آموزان یادآوری کنید که با دانستن دو زاویه از زاویه‌های مثلث می‌توان زاویه‌ی سوم را نیز به دست آورد و از آنها بخواهید همیشه زاویه‌ی سوم را نیز محاسبه کنند چون ممکن است در حل مسئله به آنها کمک کند.
- ۴- در مورد حالت سه زاویه در کلاس بحث کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مثالی خلاف آن طرح کنند.

حل مسئله‌ی تساوی دو مثلث



فعالیت

به شکل زیر توجه کنید:

حالات تساوی دو مثلث را یک بار مطالعه کنید.
از روی شکل می‌توان تساوی‌های زیر را نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_A = \hat{O}_D \\ OC = OB \\ \hat{C} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_C D = \hat{O}_A B$$

دلیل هر یک از تساوی‌ها را بنویسید. زاویه‌های \hat{O}_A و \hat{O}_D متقابل به رأس هستند و اندازه دو ضلع OC و OB نیز با هم برابر و تساوی \hat{C} جانی منفرستند و همچنین زاویه‌های C و B نیز با هم برابر و تساوی $\hat{C} = \hat{B}$ مرحله هستند. این دو مثلث در چه حالتی با هم برابرند؟ هر زاویه و ضلع بین تساوی سایر اجزای متناظر را بنویسید.

کار در کلاس

ABC و DCB را بیان کنید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$\hat{A} = \hat{D}$ $\hat{B} = \hat{B}$ $\hat{C} = \hat{C}$

۱۷۶

بهبتر است در ابتدای کار توضیحات زیر را برای دانش‌آموزان بازگو کنید:

قدم اول حل مسئله، فهمیدن صورت مسئله است برای فهم بهتر صورت مسئله، دو کار ضروری به نظر می‌رسد:

اول: تقسیم مسئله به دو قسمت فرض و حکم یا اطلاعات داده شده و خواسته شده، در صورت مسئله همیشه جملاتی وجود دارد که اطلاعاتی را به ما منتقل می‌کند و ما در حل مسئله این جملات را دانسته و درست می‌شماریم. به این جملات فرض مسئله می‌گویند و همچنین جملاتی وجود دارد که دلیل درستی رابطه‌ای را می‌خواهد معمولاً این جملات با کلماتی چون ثابت کنید، دلیل بیاورید، نشان دهید، و... آغاز می‌شوند و به آن‌ها حکم مسئله می‌گوییم.

دوم: تبدیل جملات فارسی مسئله و اطلاعات موجود در شکل مسئله به عبارت‌های ریاضی، اگر بتوانیم فرض‌های مسئله را به صورت عبارت‌های ریاضی بنویسیم، تقریباً درصد زیادی از راه‌حل را طی کرده‌ایم. بدین منظور در ابتدای درس، عبارت‌هایی از مسائل مختلف را انتخاب کنید و به صورت فارسی به همراه شکل مربوط به آن روی تخته بنویسید و از دانش‌آموزان بخواهید عبارت‌های درست ریاضی که از این جمله نتیجه می‌شود را بیان کنند، مطمئن باشید که اگر دانش‌آموزی این مرحله از کار را فرا بگیرد، حل مسئله‌ی او پیشرفت خوبی خواهد داشت.

قدم دوم در حل مسئله انتقال اطلاعات داده شده‌ی مسئله بر روی شکل است که باعث تشخیص حالت تساوی مثلث خواهد شد. اگر در نگاه اول متوجه شدید که اطلاعات شما ناقص است، سعی کنید با بررسی حالت‌های تساوی مثلث، اطلاعات مورد نیاز خود را پیدا کنید سپس در صورت مسئله به دنبال دلیل برای خواسته‌ی خود باشید، مطمئن باشید که آن‌را در اطلاعات داده شده‌ی مسئله خواهید یافت.

نحوه‌ی نوشتن راه‌حل در مسائل تساوی مثلث، مشابه

مثال کتاب باشد تا دانش‌آموزان ضمن منظم نوشتن آن مراحل نتیجه‌گیری را نیز درک کنند، سعی کنید علامت‌های \Rightarrow و $\{$ را برای دانش‌آموزان توضیح دهید و نحوه‌ی رسم آن‌ها را نشان دهید. کشیدن $\{$ برای دانش‌آموزان کمی مشکل است. بر روی علامت فلش نتیجه‌گیری (\Rightarrow) همیشه علت این نتیجه‌گیری ذکر می‌شود اگر فلش اول باشد، حالت تساوی مثلث و اگر فلش دوم باشد جمله‌ی اجزای متناظر مساوی‌اند نوشته می‌شود. علامت مثلث و زاویه در راه‌حل‌ها گذاشته شود، دلیل درستی هر عبارت به صورت یک جمله‌ی فارسی کوتاه در کنار آن آورده شود.

هدف کار در کلاس:



هدف اصلی این کار در کلاس حل مسئله‌های تساوی مثلث به کار بردن حالت‌های تساوی و تمرین و نحوه‌ی نوشتن و استدلال کردن است.

مسئله جواب مورد نظر است.

۲- اطلاعات بیان شده بر روی شکل نیز جزء فرض مسئله است و می توان از آن استفاده کرد.

۳- به دانش آموزان یادآوری کنید در مسائل تساوی مثلث ممکن است شکل دقیق رسم نشود بنابراین اندازه گیری اصلاً به عنوان دلیل پذیرفته نیست و فقط در صورت بیان آن از طرف مسئله قابل استفاده است.

۴- در مسئله ی ۲ تمرین دانش آموزان می توانند تساوی اجزای متناظر را به ۲ صورت بیان کنند که بررسی هر دو حالت و بحث در مورد این موضوع جالب است.

۵- در مسئله ی ۳ کار در کلاس حل قسمت دوم به کمک نتایج به دست آمده در قسمت اول است درک این نکته نیاز به بحث و بررسی در کلاس را دارد این مسئله از این نظر بسیار مهم و دقیق است.

۶- برای حل مسئله ی ۶ به دانش آموزان پیشنهاد کنید شکل های دو مثلث را از هم جدا کنند و اطلاعات را روی آن مخفی کنند.

توسعه:

حل مسائل بیش تر و نمونه های دیگر بهترین مسیر برای توسعه ی این قسمت است. همچنین در صورتی که دانش آموزان توانایی بیش تر داشتند می توان در خصوص نحوه ی نوشتن پاسخ ها و مراحل استدلال به صورت نمادین دقت بیشتری به خرج داد.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش آموزان بخواهید برای درس تساوی مثلث ها یک روزنامه ی دیواری درست کنند. در این روزنامه ی دیواری نحوه ی نتیجه گیری سه حالت تساوی مثلث و نحوه ی نوشتن و استدلال کردن در حل مسئله ها مشخص باشد. به طوری که اگر این روزنامه ی دیواری را کسی ببیند درس برایش تکرار شود. بهترین روزنامه دیواری را از نظر محتوا و ارائه ی انتخاب در کلاس نصب کنید و تا پایان سال، دانش آموزان را به آن ارجاع دهید تا این درس مهم برای آن ها نهادینه شود.

ادامه دهید:

بعد از حل یک مثال بر روی تخته و بررسی نکات مطرح شده در آن، از دانش آموزان بخواهید با توجه به نکات گفته شده ی کار در کلاس این قسمت را حل کنند. سعی کنید در حین حل دانش آموزان در کلاس مشغول بررسی جواب های نوشته شده باشید تا اشکالات آن ها را پیدا کنید و در توضیحات بعدی آن را طرح کنید، توجه داشته باشید که این اولین تجربه ی نتیجه گیری و استدلال برای دانش آموزان است از آن ها بخواهید در مورد این مطالب نوشته شده اظهار نظر کنند و در هنگام حل کار در کلاس، روی تخته توضیحات شفاهی آن ها را جدی بگیرید تا دلیل درستی نوشته های شان روشن شود.

توصیه های آموزشی:

۱- اگر در مسائلی بیان تساوی اجزای متناظر را مطرح نکرده بود نوشتن آن لازم نیست و فقط دلیل درستی تساوی

تلفیق با سایر دروس:



یک نمونه از تصاویر مربوط به معماری سنتی و اسلامی را به کلاس ببرید. از دانش آموزان بخواهید شکل های مساوی و به خصوص مثلث های مساوی را تشخیص دهند. در مورد کاربردهای تساوی شکل ها در ساختن چنین طرح هایی در کلاس گفت و گو کنید.

۴ - AB و CD قطرهای دایره اند. دلیل تساوی دو مثلث OAC و OBD را بیان کنید. سپس، تساوی های بین اجزای متناظر آن ها را بنویسید. فرض کنید

$$\left. \begin{array}{l} AC = DB \\ \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \right\} \text{تساوی اجزاء}$$

۳ - دلیل تساوی دو مثلث ABC و ABD را بیان کنید. سپس، تساوی های بین اجزای متناظر آن ها را بنویسید. فرض کنید

$$\left. \begin{array}{l} AC = BD \\ \hat{D} = \hat{C} \\ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \end{array} \right\} \text{تساوی اجزاء}$$

۲ - AH عمود است بر BC و زاویه ی A و هم بر ضلع BC عمود است. دلیل تساوی مثلث های ABH و ACH را بیان کنید. سپس، تساوی های بین اجزای متناظر آن ها را بنویسید. فرض کنید

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \\ BH = HC \end{array} \right\} \text{تساوی اجزاء}$$

۱ - چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. دلیل تساوی دو مثلث ABD و BCD را بیان کنید. فرض کنید با فرض فرض

۲ - چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. دلیل تساوی قطرهای AC و BD را بنویسید.

$$\left. \begin{array}{l} BC = AD \\ \hat{D} = \hat{C} \\ DC = DC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{با فرض فرض} \\ \Rightarrow \hat{ADC} = \hat{BDC} \Rightarrow AC = BD \end{array}$$

یادداشت معلم

عمود و عمودمنصف

موضوعات در یک نگاه

این بخش، یادآوری مطالبی است که در دبستان طرح شده است. در قسمت اول نحوه‌ی رسم عمود از یک نقطه رو و یا خارج یک خط با گونیا مطرح شده است. در ادامه رسم عمودمنصف و خاصیت آن تدریس شده و در انتها مفهوم فاصله یک نقطه از خط بیان شده و نحوه‌ی پیدا کردن فاصله با رسم عمود و اندازه‌گیری بیان شده است.

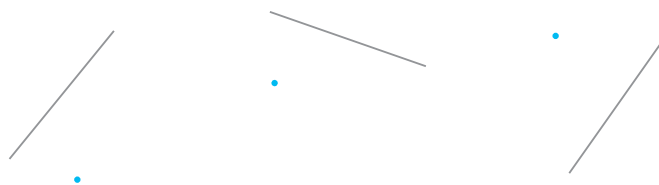
اهداف

- در پایان فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند:
- ۱- اضلاع و یا دو خط عمود بر هم را در شکل‌ها تشخیص دهند.
 - ۲- با استفاده از گونیا از یک نقطه به یک خط عمود رسم کنند.
 - ۳- خاصیت عمودمنصف و تعریف آن را درک کنند.
 - ۴- با استفاده از گونیا و خط‌کش عمودمنصف یک پاره‌خط را رسم کنند.
 - ۵- مفهوم فاصله‌ی یک نقطه از خط را درک کنند.
 - ۶- فاصله یک نقطه از خط را با رسم خط عمود و اندازه‌گیری پیدا کنند.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

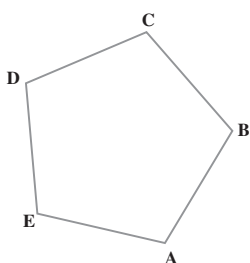
فقط با استفاده از مهارت دقت چشم از نقطه بر خط عمود رسم کنید.

۱- بدون استفاده از وسیله‌ای مثل خط‌کش یا گونیا و



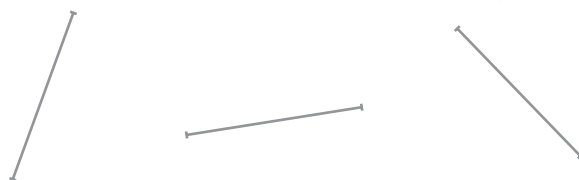
۳- ارتفاع‌های نظیر رأس A را رسم کنید. فاصله‌ی نقطه‌ی

A از ضلع BC چقدر است؟



۲- عمودمنصف پاره‌خط‌ها را به صورت تقریبی و بدون

وسیله رسم کنید.



شناختنامه‌ی مبحث عمود و عمود منصف

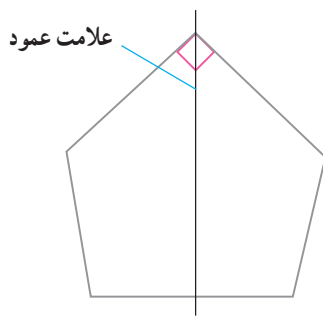
واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوای	صفحات	درس‌ها
تعامل	– شاقول بنایی – گونیا	– انجام کار در کلاس برای تشخیص ضلع‌های عمود برهم	– دو ضلع یا دو خط عمود برهم را در شکل‌ها تشخیص دهند. – نماد عمود (⊥) را بشناسند و به کار برند. – کاربردهایی از تعامل را نام ببرند.	تعامل – دو خط عمود برهم	۱۷۹	تعامل
تقطعه‌ی روی خط تقطعه‌ی خارج خط	– گونیا – خط‌کش	– انجام فعالیت برای درک این که دو خط عمود بر یک خط باهم موازیند – انجام کار در کلاس برای به کار بردن رسم عمود	– با استفاده از گونیا از یک نقطه خارج خط، عمودی بر خط رسم کنند. – با استفاده از گونیا در یک نقطه روی خط عمودی بر آن رسم کنند.	رسم عمود	۱۸۰	رسم کردن خط عمود بر یک خط
عمود منصف	– گونیا – خط‌کش	– انجام فعالیت برای درک خاصیت عمود منصف – انجام کار در کلاس برای استفاده از خاصیت عمود منصف در حل مسائل	– رسم عمود را در حل مسئله و ترسیم‌های دیگر به کار برند. – عمود منصف یک پاره خط را با گونیا و خط‌کش رسم کنند. – خاصیت عمود منصف را درک و در حل مسائل به کار برد.	عمود منصف خاصیت عمود منصف	۱۸۱	عمود منصف یک پاره خط
فاصله فاصله‌ی نقطه از خط	– گونیا – خط‌کش	– انجام فعالیت برای درک ویژگی نیم‌ساز – انجام کار در کلاس برای به کار بردن رسم عمود در پیدا کردن فاصله‌ی نقطه از خط در مسائل	– مفهوم فاصله‌ی یک نقطه از خط را درک کنند. – با استفاده از رسم عمود و اندازه‌گیری فاصله یک نقطه تا خط را اندازه بگیرد. – درک کند که هر نقطه روی نیم‌ساز تا دو ضلع آن به یک اندازه است.	فاصله‌ی نقطه از خط	۱۸۲ ۱۸۳	فاصله‌های نقطه از خط

می‌شود، یکی از وسیله‌هایی که با آن زاویه‌ی قائمه را مشخص می‌کنیم گونیاست. برای دانش‌آموزان طرز کار با گونیا را مجدداً توضیح دهید و یادآوری کنید.

هدف کار در کلاس:



در تمرین ۱ زوایای نزدیک به قائمه انتخاب شده‌اند که دانش‌آموزان به کمک گونیا صحت یا سقم آن را دریابند.
در تمرین ۲ دانش‌آموزان به کمک گونیا زوایای قائمه را می‌یابند و علامت عمود را برای زاویه‌ی قائمه (راست) قرار می‌دهند.



فعالیت موازی:



۱- از دانش‌آموزان بخواهید که بدون استفاده از هیچ وسیله‌ای (با استفاده از مداد یا خودکار) دو زاویه عمود بر هم رسم کنند. سپس درستی ترسیم خود را با گونیا تحقیق کنند. توصیه می‌شود این کار را چند بار تکرار کنید تا دانش‌آموزان به مهارت لازم دست یابند.
۲- صفحه‌ای که در آن خطوط عمود بر هم و خطوط غیرعمود بر هم رسم شده در اختیار دانش‌آموزان قرار دهید و از آن‌ها بخواهید با چشم و حدس زدن خود عمود بر هم را تشخیص و حدس خود را با گونیا تحقیق کنند.

فعالیت خارج از کلاس:



۱- از دانش‌آموزان بخواهید یک گونیا بسازند.
۲- به انواع گونیاهای موجود در بازار دقت کنند. چه انواعی می‌یابند؟ تفاوت علمی و کاربردی آن‌ها را بیابید. پاسخ:

عمود و عمود متصاف

تعامد

توضیح دهید که بنا برای این که دیوار را عمود بسازد، چه می‌کند؟

در شکل مقابل، یکی از زاویه‌های بین دو خط d و e قائمه است. آیا زاویه‌های دیگر هم، قائمه‌اند؟ چرا؟ این دو خط برهم عمودند. این مطلب به صورت $d \perp e$ نوشته می‌شود.

کار در کلاس

۱- کدام یک از شکل‌های زیر دو خط عمود بر هم را نشان می‌دهد؟

۲- کدام یک از چند ضلعی‌های زیر دو ضلع عمود بر هم دارد؟ زاویه‌ی راست را با علامت عمود مشخص کنید.

تعامد



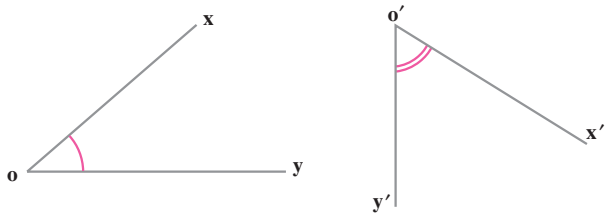
ایجاد انگیزه کنید:

۱- یک کاغذ به دانش‌آموزان بدهید و از آن‌ها بخواهید فقط با همان کاغذ یک گونیا بسازند.
۲- از دانش‌آموزان بخواهید هر تعداد خطوط عمود بر هم در کلاس می‌بینند نشان دهند.

شروع کنید:

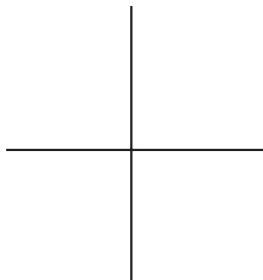


توجه دانش‌آموزان را به تصویر این صفحه جلب نمایید. به کمک دانش‌آموزان به سؤال پرسیده شده پاسخ دهید سپس از روی متن بخوانند و به کمک دانش‌آموزان سؤال‌ها را پاسخ دهید بهتر است روی این موضوع، تأکید لازم را بنمایید که وقتی دو خط بر هم عمودند از برخورد آن‌ها چهار زاویه‌ی قائمه به دست می‌آید و می‌نویسیم $e \perp d$ یا $d \perp e$. همان‌طور که در شکل دیده



$$\left. \begin{array}{l} ox \perp o'x' \\ oy \perp o'y' \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{o} = \hat{o}'$$

۲- چرا همه‌ی زاویه‌ها در دو خط عمود بر هم با هم مساوی‌اند؟



تلفیق با سایر دروس:



از خطوط عمود بر هم در ساختمان‌سازی استفاده می‌شود. (به تصویر صفحه شروع درس تعامد توجه شود) دانش‌آموزان، مثال‌های مشابه را پیدا کنند و در کلاس برای دیگران بازگو کنند.

گونیای 30° و گونیای 45° ، با مطرح کردن سؤال خود با افرادی که کارهای ساختمانی می‌کنند مانند مهندسين معمار پاسخ خود را بیابید.

۳- در مورد کاربرد شاقول، تراز، خط کش T در صنعت و هنر تحقیق کنید.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



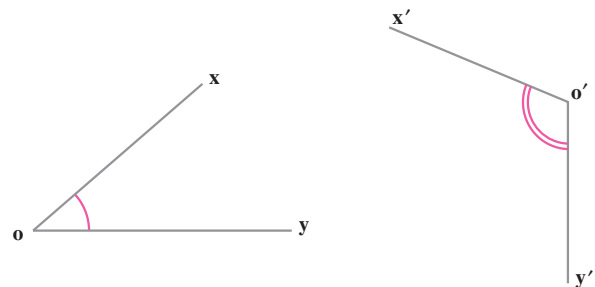
استفاده از برنامه‌هایی مانند Paint و windows و ساختن زاویه‌های قائمه و ترکیب این شکل‌ها و ساختن تصاویر جالب توصیه می‌شود.

توسعه:



موارد زیر در تکمیل مباحث این درس می‌تواند دنبال شود.

۱- ثابت کنید اگر اضلاع دو زاویه دو به دو بر هم عمود باشند، این دو زاویه برابرند یا مکمل یک‌دیگرند؟



یا

$$\left. \begin{array}{l} ox \perp o'x' \\ oy \perp o'y' \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{o} + \hat{o}' = 180^\circ$$

هدف فعالیت:

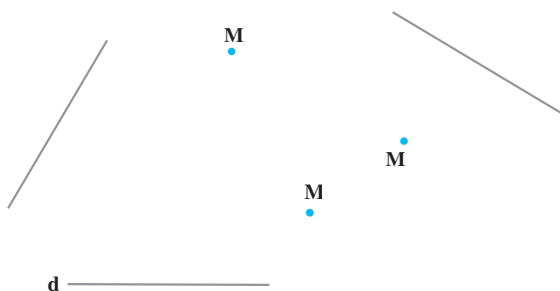
دانش آموزان به روش رسم دو خط موازی بی ببرند.

ادامه دهید:

از دانش آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و آن را انجام دهند در گذاشتن علامت‌های عمود تأکید کنید.

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ و ۲ کار در کلاس دانش آموز در طرز رسم خط عمود بر خط d مهارت بیشتری به دست می‌آورد. در تمرین ۳ و ۴ کاربردی از خطوط موازی و عمود در رسم مربع و مثلث قائم‌الزاویه مطرح می‌شود. رسم خطوط عمود از نقطه‌ی M بر خط d در حالت‌های زیر پیشنهاد می‌شود.



بپرسید:

برای رسم مربع به کمک گونیا چند بار از گونیا استفاده می‌کنیم؟

آموزش دهید:

برای دانش آموزان توضیح دهید وقتی یک زاویه‌ی قائمه داریم به دو ضلعی که زاویه‌ی قائم را می‌سازد اضلاع زاویه‌ی قائمه گوئیم به این موضوع در تمرین ۴ کار در کلاس اشاره شده است.

توسعه:

۱- با بیان طرز نوشتن نتیجه فعالیت بیان شده توانایی نوشتاری دانش آموزان را پرورش دهید.

رسم کردن خط عمود بر یک خط

با استفاده از گونیا می‌توان از نقطه‌ی روی یک خط یا خارج آن، خطی بر آن خط عمود کرد. در شکل‌های زیر، روش این کار را مشاهده می‌کنید.

نقطه‌ی M خارج خط d است. نقطه‌ی M روی خط d است.

فعالیت

در شکل زیر، دو خط متوازی عمود بر خط d رسم کنید. آیا این دو خط با هم موازی‌اند؟
پاسخ: دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی‌اند.

کار در کلاس

- با استفاده از گونیا، در این شکل از نقطه‌ی A خطی بر d عمود کنید. کار از یک نقطه روی خط یا خارج آن، چند خط می‌توان بر آن عمود کرد؟
خط یک خط.
- هر صی رسم کنید که هر ضلع آن ۳ ضلعش متر باشد.
- ۳ مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که طول ضلع‌های زاویه‌ی قائمه‌ی آن ۲ و ۳ سانتی‌متر باشد. برای حل کردن تمرین ۳ و ۴ از گونیا و خط‌کش استفاده می‌کنیم.

رسم کردن خط عمود بر یک خط

ایجاد انگیزه کنید:

از دانش آموزان بپرسید چگونه می‌توان دو خط موازی با یک‌دیگر رسم کرد؟ چگونه می‌توان خطی موازی خط داده شده رسم کرد؟

شروع کنید:

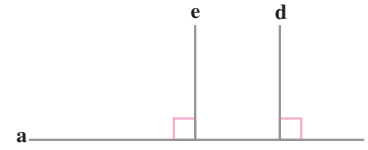
توجه بچه‌ها را به متن کتاب جلب کنید بهتر است از روی متن خوانده شود. از دانش آموزان بخواهید به جملات یک نقطه‌ی خارج خط و یک نقطه‌ی روی خط، دقت کنند و این نقاط را در دو شکل نشان دهند.

هدایت کنید:

به کمک دانش آموزان طرز رسم خط عمود بر خط d از نقطه‌ی M را در دو حالت توضیح دهید.

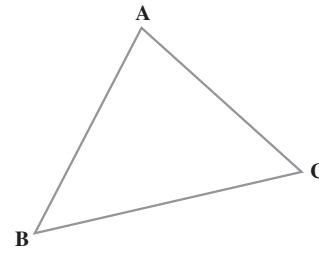
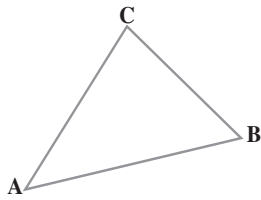
۳- نشان داده می‌شود که ارتفاع هر مثلثی هم‌رسند و در مورد محل برخورد آن‌ها بحث کنید. در بعضی از مثلث‌ها محل برخورد در داخل مثلث و در بعضی دیگر خارج مثلث قرار دارد و در بعضی روی رأس مثلث منطبق است.

$$\left. \begin{array}{l} a \perp e \\ a \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow e \parallel d$$

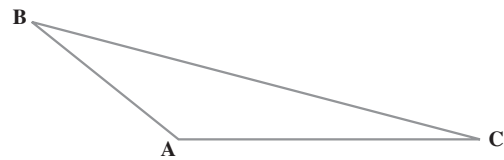
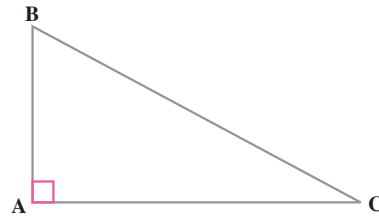


۴- اگر در مثلث ABC از رأس A بر ضلع BC عمود کنیم؛ یعنی ارتفاع وارد بر ضلع BC را رسم کرده‌ایم یا می‌گوییم ارتفاع نظیر ضلع BC را رسم کرده‌ایم. حال شما در شکل زیر، ارتفاع نظیر ضلع AB را رسم کنید.

۲- در مثلث‌های زیر سه ارتفاع را به‌طور دقیق رسم کنید.



۵- تمام ارتفاع‌های چهارضلعی‌های زیر را رسم کنید.



یادداشت معلم



شروع کنید:



متن کتاب در مورد عمود منصف یک پاره خط را در کلاس بخوانید برای دانش آموزان توضیح دهید وقتی خط d عمود منصف پاره خط AB است؛ یعنی خط d پاره خط AB را نصف می کند و در وسط پاره خط بر آن عمود است.

بپرسید!



با توجه به تعریف عمود منصف در کدام یک از شکل های بالا خط d عمود منصف پاره خط AB است؟

هدف فعالیت:



دانش آموزان بتوانند با بررسی فاصله ی چند نقطه روی خط d از A و B به طور تجربی به خاصیت مهم عمود منصف که هر نقطه روی عمود منصف از دو سر پاره خط به یک فاصله اند برسند. در قسمت دوم فعالیت، هدف رسم دقیق عمود منصف نیست بلکه دانش آموزان به طور تجربی این نقاط را می یابند و متوجه می شوند که تمام این نقاط روی یک خط قرار دارند و زمینه برای ترسیمات بعد فراهم خواهد شد. در ضمن در صفحات قبل دانش آموزان یاد گرفته اند که تمام نقاطی که از A به یک اندازه ی دلخواه اند روی دایره ای به مرکز A و به شعاع معین خواهد بود و همین طور در مورد B پس محل تلاقی آن ها جواب مسئله خواهد بود.

ادامه دهید:



از دانش آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به سؤال های آن پاسخ دهند در مورد اول، دانش آموزان به طور استقرایی نتیجه خواهند گرفت که هر نقطه روی عمود منصف از دو سر پاره خط به یک فاصله است در مورد قسمت دوم، اجازه دهید دانش آموزان روش های مختلف خود را مطرح کنند و پاسخ های نادرست را بررسی کنید. پاسخ هایی که ما را دیرتر به جواب می رسانند نیز مطرح شود.


هدایت کنید:



می توانید دانش آموزان را به روش اشاره شده در هدف

عمود منصف یک پاره خط


در شکل مقابل، خط d بر پاره خط AB عمود است و آن را نصف می کند. خط d عمود منصف پاره خط AB است.



فعالیت

۱- در شکل مقابل، خط d عمود منصف پاره خط AB است. روی خط d نقطه M را انتخاب کنید. با خط d موازی بکشید. آن را به دو سر پاره خط MA و MB را اندازه بگیرید. این کار را پنج مرتبه دیگر برای نقاط دیگری که روی خط d انتخاب می کنید تکرار کنید. چه نتیجه می گیرید؟

۲- خط d را پیدا کنید که از دو سر پاره خط AB به یک اندازه باشند. مراحل خود را توضیح دهید. با استفاده از روش بالا، عمود منصف پاره خط AB را رسم می کنیم.



کار در کلاس


۱- خط d عمود منصف پاره خط AB است. آیا دو مثلث MHA و MHB با هم متساوی اند؟ به چه دلیل؟

برای M روی عمود منصف AB است.

همین منشا $MA = MB$ و $AMH = BMH$

برای H وسط AB است.

مشترک $AH = BH$ و $MH = MH$

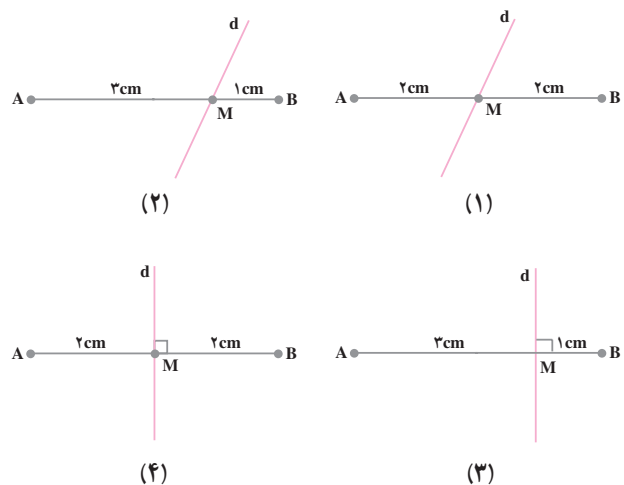


عمود منصف یک پاره خط

ایجاد انگیزه کنید:



از شکل های زیر می توانید برای ایجاد انگیزه استفاده کنید از دانش آموزان بخواهید به دقت به آن ها نگاه کنند و آنچه را مشاهده می کنند بیان کنند.



فعالیت هدایت کنید. البته همان طور که ذکر شد هدف فعالیت این نیست اما شما بنا به تشخیص خود می توانید عمل نمایید.



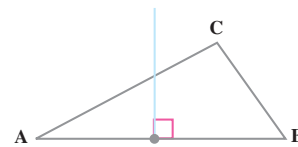
۱- از دانش آموزان پرسید مشخص ترین نقطه ای که از دو سر پاره خط به یک فاصله است چه نقطه ای است؟ پاسخ: وسط آن
۲- چند نقطه می توان پیدا کرد که از دو سر پاره خط AB به یک فاصله باشد.



در این تمرین ها دانش آموزان از خاصیت گفته شده در فعالیت برای حل مسئله استفاده می کنند.



توصیه می شود از مثلث هایی استفاده شود که لزوماً عمود منصف یک ضلع از رأس مقابل عبور نمی کند؛ برای مثال:



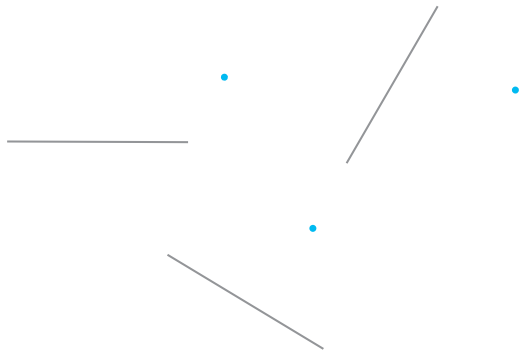
دانش آموزان تصور می کنند حتماً عمود منصف اضلاع مثلث باید از رأس مقابل آن بگذرد.



۱- چند پاره خط رسم کنید و از دانش آموزان بخواهید بدون استفاده از خط کش و یا تا کردن فقط به کمک چشم وسط آن را به دست آورند سپس با خط کش و گونیا درستی پاسخ خود را تحقیق کنند.

۲- از دانش آموزان بخواهید یک نقطه ی دلخواه روی خط گرفته و یک خط دلخواه از آن نقطه بر خط مفروض عمود کنند سپس درستی کار خود را با گونیا تحقیق کنند.

۳- از دانش آموزان بخواهید در شکل های مانند نمونه ی زیر بدون استفاده از هیچ وسیله ای عمود رسم کنند.



مطالب زیر برای توسعه درس پیشنهاد می شود:

۱- در مثلث ABC وقتی عمود منصف ضلع AB را رسم می کنیم به اصطلاح می گوئیم عمود منصف نظیر ضلع AB را رسم کرده ایم. در مثلث عمود منصف ها متقارب اند.

۲- دایره ی محیطی مثلث دایره ای است که از سه رأس مثلث می گذرد. در این حالت، دایره را محیطی و مثلث را محاطی گوئیم اگر ارتفاع های مثلث را رسم کنیم محل برخورد آن ها مرکز دایره محیطی مثلث و فاصله ی این نقطه (مرکز) تا سه رأس مثلث شعاع دایره خواهد بود.

۳- پیدا کردن نقطه ای که از سه نقطه داده شده به یک فاصله باشد. جواب: محل برخورد عمود منصف های AB و AC و BC.



در مورد معنای کلمه ی عمود منصف و علت نام گذاری آن تحقیق کنید.



از کلمه ی عمود منصف که به زبان عربی یعنی عمود بودن و نصف کردن در بیان این تعریف استفاده شده است. این موضوع را با مراجعه به کتاب لغت برای دانش آموزان توضیح دهید.

هدف فعالیت:

دانش آموزان بتوانند به کمک تعریف فاصله‌ی نقطه از خط به خاصیت مهم نیم‌ساز که هر نقطه روی نیم‌ساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است به روش استقرایی دست یابند.

ادامه دهید:

از دانش آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و آنچه را که خواسته شده انجام دهند. در رسم عمود احتمال اشتباه وجود دارد لذا با مشاهده‌ی دفاتر و کتاب دانش آموزان از اشتباهات احتمالی آن‌ها جلوگیری کنید.

توصیه‌های آموزشی:

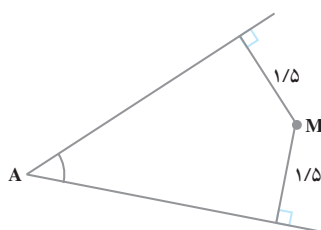
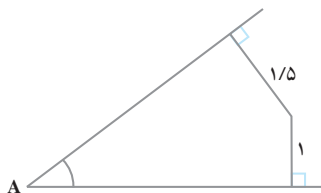
از چند نفر از دانش آموزان بخواهید نتیجه به دست آمده را با جملات درست تکرار کنند نقطه‌ی روی نیم‌ساز، فاصله‌ی نقطه از دو ضلع (پای عمود را مشخص کنند) را دقیقاً روی شکل نشان دهند.

هدف کار در کلاس:

در این کار در کلاس سعی شده مهارت دانش آموزان در استفاده از گونیا و خط‌کش و مفهوم فاصله‌ی نقطه از خط بالا رود.

پرسید:

- آیا می‌تواند فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط d دو عدد مختلف باشد؟ چرا؟
- در کدام یک از اشکال زیر M روی نیم‌ساز زاویه قرار دارد؟ چرا؟



فاصله‌ی نقطه از خط

در شکل مقابل، پاره‌خط MN بر خط d عمود است. این پاره‌خط از هر پاره‌خط دیگری که M را به یکی از نقاط خط d وصل کند، کوتاه‌تر است. طول پاره‌خط MN فاصله‌ی نقطه‌ی M از خط d است.

در این شکل، فاصله‌ی نقطه‌ی M از خط d ۲۷ میلی‌متر است؛ یعنی $MN = 27\text{mm}$.

فعالیت

ON نیم‌ساز زاویه‌ی AOB است. روی نیم‌ساز سه نقطه‌ی N قرار دهید. فاصله‌ی هر نقطه را از دو ضلع OA و OB بسنجید و مقایسه کنید. از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟ هر نقطه روی نیم‌ساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

کار در کلاس

۱- فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط d چند متر است؟ فاصله‌ی آن از خط d' چند متر است؟

۲- فاصله‌ی نقطه‌ی A از هر ضلع زاویه‌ی OBy چند متر است؟

فاصله‌ی نقطه از خط

ایجاد انگیزه کنید:

به شکل زیر توجه کنید در این شکل مکان قرار گرفتن سعید و علی را به صورت نقطه‌ای نشان داده‌ایم. به نظر شما سعید به رودخانه نزدیک‌تر است یا علی چرا؟

• سعید

• رودخانه

• علی

شروع کنید:

متن کتاب را به کمک دانش آموزان در کلاس بخوانید. روی این تعریف که فاصله‌ی نقطه‌ی M از خط d یعنی طول پاره‌خط MN به طوری که $MN \perp d$ است تأکید کنید.

تمرین

۱- در شکل مقابل، نقطه‌ی M از دو سر پایه AB به یک فاصله است: $MA = MB$. نیم‌ساز زاویه‌ی M را رسم کنید و محل برخورد آن را با AB ، N بنامید.

۲- چگونه می‌توانید بفهمید که دو مثلث MBN و MAN با هم هم‌سایه‌اند؟

$MA = MB$
 $MN = MN$ - $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ \Rightarrow $MNB = MAN$
 پس $MB = MA$

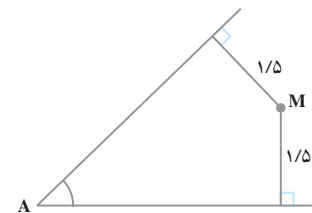
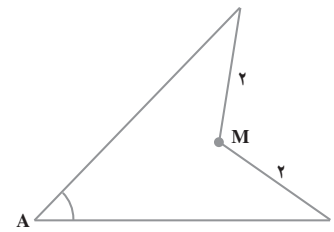
۳- آیا از تسویری این دو مثلث می‌توان نتیجه گرفت که MN عمود منصف AB است؟ بله، چگونه؟ $MN \perp AB$ است. $AN = BN$ است. $\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 90^\circ$ است. از تسویری مثلثها.

۴- با استفاده از یک سکه، دایره‌ای رسم کنید و دو عمود منصفهای دو دایره موازی آن را بکشید. نقطه‌ی تقاطع این دو عمود منصف را O بنامید. آیا نقطه‌ی O مرکز دایره است؟ چرا؟ 90° - چون نقطه‌ی O از دو سر پایه AB به یک فاصله است، پس این نقطه O از دو نقطه A و B به یک فاصله است، پس مرکز دایره است. 90° - چون نقطه O از دو سر پایه AB به یک فاصله است، پس مرکز دایره است.

۵- در شکل مقابل، عمود منصف AM را رسم کنید. M از دو سر پایه AB به یک فاصله است. MN عمود منصف AM است. $AN = MN$ است. $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 = 90^\circ$ است. از تسویری مثلثها.

۶- روی کاغذ سه نقطه‌ی A ، B و C را اعتبار کنید که روی یک خط باشند. سپس نقطه‌ی M را طوری تعیین کنید که از این سه نقطه به یک فاصله باشد. محل برخورد عمود منصفهای AM و BC چه نام است؟ O - آیا هر قطر مربع، عمود منصف قطر دیگر آن است؟ چرا؟ 90° - زیرا قطر AC از دو سر پایه AB به یک فاصله است و از دو نقطه A و B به یک فاصله است.

۷- در مستطیل $ABCD$ ، فاصله‌ی رأس A از ضلع CD تعیین کنید. $1/2$ - فاصله‌ی A از ضلع BC چه قدر است؟ $1/2$ - در دو موازی AD و BC ، فاصله‌ی رأس A از ضلع CD چه قدر است؟ $1/2$ - فاصله‌ی رأس C از ضلع AB چه قدر است؟ $1/2$ - در مثلث ABC ، فاصله‌ی رأس A از ضلع BC چه قدر است؟ $1/2$ - فاصله‌ی رأس B از ضلع AC را تعیین کنید. $1/2$ - مساحت مثلث ABC را به دست آورید. تقریباً $1/4$.



اشتباهات رایج دانش آموزان:



دانش آموزان زمانی که می‌خواهند فاصله‌ی نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه را به دست آورند به جای عمود کردن به ضلع‌های زاویه به دو سر ظاهری خط (آن جایی که به ظاهر انتهاست) وصل می‌کنند.

فعالیت موازی:



از دانش آموزان بخواهید چند زاویه رسم کنند و بدون استفاده از وسایل به کمک دست نیم‌ساز آن را رسم کنند. سپس درستی ترسیم خود را به کمک نقاله تحقیق کنید.

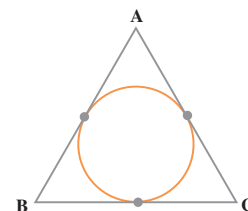
توسعه:



۱- دانش آموزان را با این بیان آشنا کنید. اگر در مثلث ABC نیم‌ساز زاویه A را رسم کنیم گوییم نیم‌ساز زاویه نظیر A را رسم کرده‌ایم.

سپس توضیح دهید اگر سه نیم‌ساز مثلث را رسم کنید حتماً متقارب‌اند.

۲- اگر دایره‌ای رسم کنیم که بر اضلاع مثلث مماس باشد، آن را دایره‌ی محیطی مثلث و مثلث را محیط بر دایره نامیم؛ مانند این شکل:



فعالیت خارج از کلاس:



یک مثلث متساوی‌الاضلاع در نظر بگیرید و در درون آن نقطه‌ای دلخواه در نظر بگیرید فاصله‌ی آن را از سه ضلع مثلث به دست آورید مجموع این فواصل چقدر خواهد بود؟ همین کار را برای چند نقطه دیگر انجام دهند و نتیجه‌ی به دست آمده را در کلاس برای دوستان خود مطرح کنند.

توصیه‌های آموزشی:



در حل تمرین‌های این قسمت به نکات زیر توجه کنید: تمرین ۱ دانش آموزان با توجه به مفروضات مسئله، علت

تساوی دو مثلث را می‌یابند سپس نتیجه می‌گیرند که MN عمود منصف AB است.

در تمرین ۲ دانش‌آموزان آموزش می‌بینند که با داشتن دایره می‌توان مرکز آن را به دست آورد.

در تمرین ۳ به کمک خاصیت عمود منصف در می‌یابند که نقطه‌ی M روی عمود منصف کدام پاره خط قرار دارد.

در تمرین ۴ می‌دانیم نقطه‌ای که از سه نقطه غیر واقع بر یک خط راست به یک فاصله است روی عمود منصف این سه پاره خط قرار دارد. در این تمرین، دانش‌آموزان به این مطلب پی می‌برند.

در تمرین ۵، دانش‌آموزان با خواص قطرهای مربع آشنا

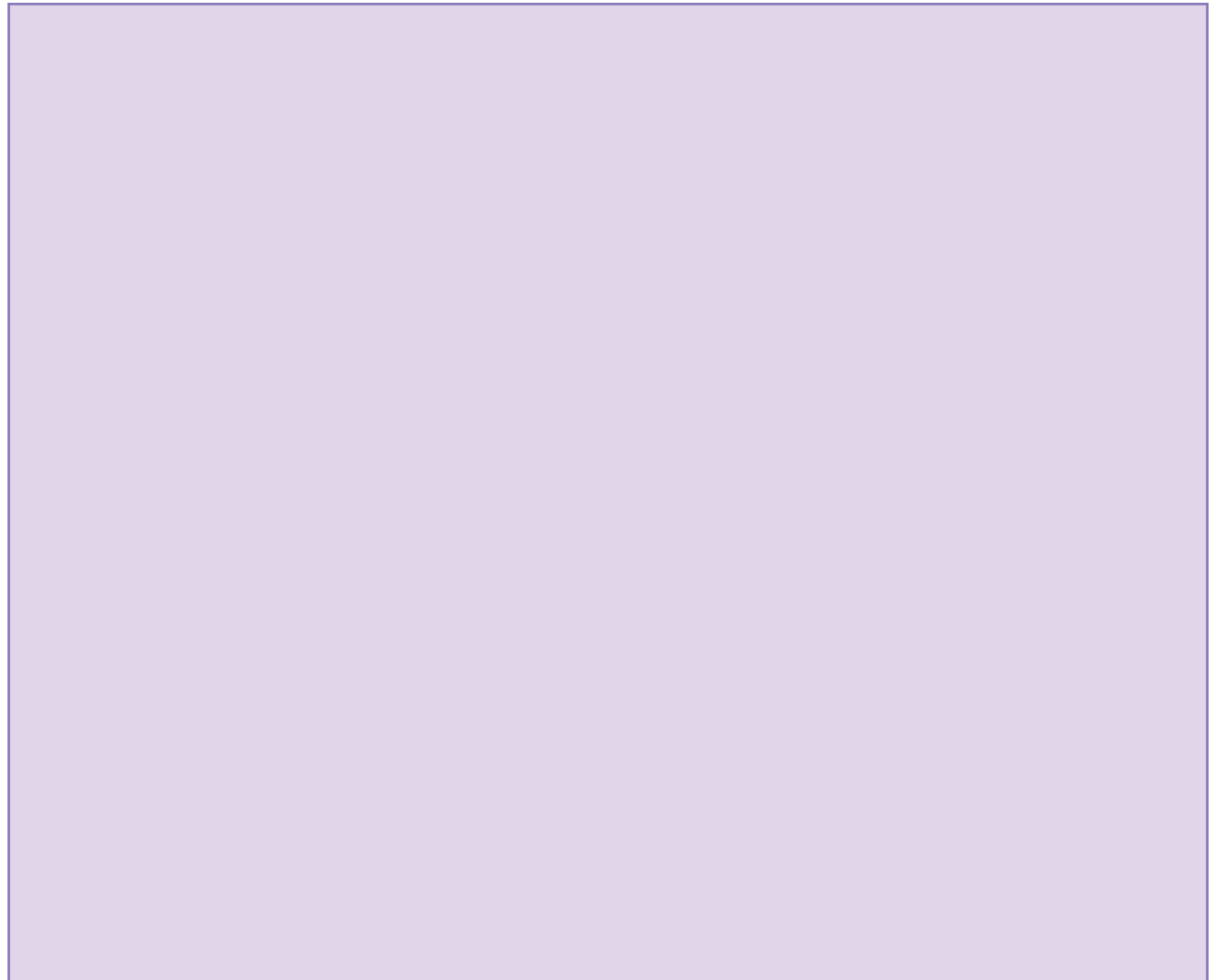
می‌شوند و آن را اثبات می‌کنند.

در تمرین ۶ دانش‌آموزان متوجه می‌شوند که فاصله‌ی رأس A از ضلع CD همان عرض مستطیل و فاصله‌ی A از ضلع BC همان عرض مستطیل است.

در تمرین ۷ دانش‌آموزان فاصله‌ی رأس A از ضلع CO و فاصله‌ی رأس C از ضلع AB را به دست می‌آورند که همان ارتفاع متوازی الاضلاع است.

در تمرین ۸ دانش‌آموزان مساحت مثلث ABC را با اندازه‌گیری ارتفاع و ضلع مثلث محاسبه می‌کنند.

یادداشت معلم



ترسیم‌های هندسی

موضوعات در یک نگاه

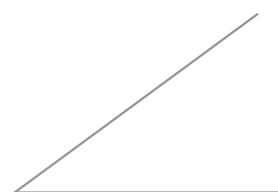
در آخرین قسمت کتاب و در بخش ترسیم‌های هندسی رسم عمودمنصف یک پاره خط، رسم نیم‌ساز یک زاویه، رسم خط عمود بر یک خط و رسم زاویه‌ای مساوی با زاویه داده شده با استفاده از پرگار آموزش داده می‌شود. کاربرد این رسم‌ها در حل مسائل، نیز در تمرین‌ها و کار در کلاس‌های این قسمت مطرح می‌شود. درستی رسم‌ها با استفاده از تساوی مثلث‌ها بررسی می‌شود.

اهداف

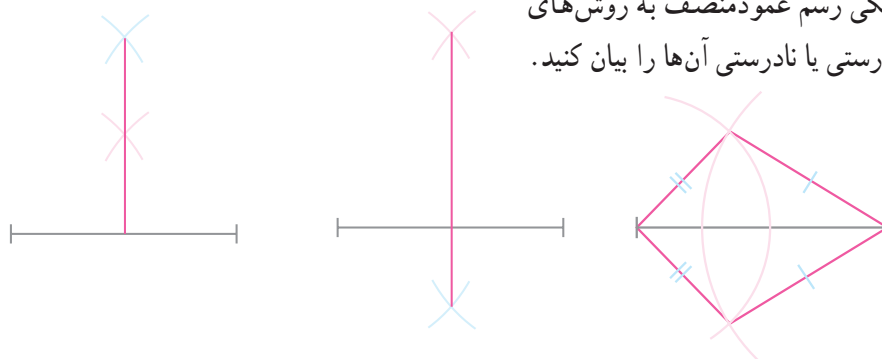
- در پایان فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود دانش‌آموزان بتوانند:
- ۱- عمودمنصف یک پاره خط را با استفاده از پرگار رسم کنند.
 - ۲- نیم‌ساز یک زاویه را با پرگار رسم کنند.
 - ۳- با پرگار از یک نقطه روی خط یا خارج آن بر خط عمود رسم کنند.
 - ۴- با استفاده از پرگار زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی معلوم رسم کنند.
 - ۵- دلایل درستی روش‌های ترسیم را با استفاده از تساوی مثلث‌ها بررسی کنند.
 - ۶- ترسیم‌های هندسی را در پاسخ دادن به تمرین‌ها و سؤالات این بخش به کار برند.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

- ۱- زاویه‌ی زیر را سه برابر کنید.



- ۲- در مورد چگونگی رسم عمودمنصف به روش‌های زیر توضیح دهید و دلیل درستی یا نادرستی آن‌ها را بیان کنید.



واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
-	- برگار - خط‌کش	- انجام فعالیت برای درک درستی روش رسم عمودمنصف - انجام فعالیت برای درک درستی سایر روش‌ها با استفاده از خواص عمودمنصف	- با استفاده از برگار عمودمنصف یک پاره‌خط را رسم کند. - دلیل درستی روش کار خود را با استفاده از خواص عمودمنصف توضیح دهد.	رسم عمودمنصف	۱۸۴	رسم عمودمنصف یک پاره‌خط
-	- برگار - خط‌کش	- انجام فعالیت برای درک درستی روش رسم نیم‌ساز و درک این نکته که هر سه عمودمنصف و نیم‌سازها در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند. - انجام کار در کلاس برای تمرین و به کار بردن روش رسم عمودمنصف و نیم‌ساز	- نیم‌ساز یک زاویه را با استفاده از برگار رسم کند. - کشف کند که محل برخورد سه نیم‌ساز و سه عمودمنصف یک مثلث یک نقطه می‌باشد. - دلیل درستی روش رسم نیم‌ساز را با استفاده از تساوی مثلث‌ها توضیح دهد.	رسم نیم‌ساز یک زاویه	۱۸۵ ۱۸۶	رسم نیم‌ساز یک زاویه
-	- برگار - خط‌کش	- مطالعه‌ی متن و پاسخ دادن به سؤال‌ها - انجام کار در کلاس برای تمرین رسم عمود	- با استفاده از برگار از یک نقطه روی خط یا خارج آن عمودی برخط رسم کند. - روش‌های رسم عمود را با عمودمنصف مقایسه کند. - دلیل درستی روش رسم عمود را با استفاده از تساوی مثلث‌ها بررسی کند. - رسم عمود را در حل مسائل و تمرین‌ها به کار برد.	رسم عمود با برگار	۱۸۷ ۱۸۸	رسم کردن خط عمود بر یک خط با برگار
-	- برگار - خط‌کش	- انجام فعالیت برای درک روش رسم زاویه‌ای ساده با زاویه‌ی معلوم - انجام کار در کلاس برای تمرین روش رسم زاویه‌ی مساوی	- با استفاده از برگار زاویه‌ای مساوی زاویه‌ی معلوم رسم کند. - دلیل درستی روش رسم زاویه را با استفاده از تساوی مثلث‌ها توضیح دهد.	رسم زاویه‌ی ساده با زاویه معلوم	۱۸۸ ۱۸۹ ۱۹۰	رسم کردن زاویه‌ای مساوی با زاویه‌ی معلوم