

نسبت و تناسب

موضوعات در یک نگاه

در این درس، ابتدا ضمن یادآوری مفهوم نسبت، کمیت‌های (مقادیر) متناسب و جدول تناسب معرفی می‌شود. سپس چگونگی حل مسائل تناسب در قالب طرح و حل یک مسئله توضیح داده می‌شود. تسهیم به نسبت به عنوان یکی از حالت‌های کمیت‌های متناسب در قالب حل مسائل مختلف مطرح شده چگونگی حل این نوع مسئله‌ها آموزش داده می‌شود.

اهداف

- در فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- نسبت دو مقدار را با کسر یا در جدول نسبت نشان دهد.
- از تساوی نسبت‌ها، جدول تناسب را تشکیل دهد.
- تفاوت مقادیر متناسب و غیرمتناسب را در مسائل مختلف تشخیص دهد.
- مسئله‌های تناسب و درصد را با کشیدن جدول و نوشتن عملیات پاسخ دهد.
- مسئله‌های تسهیم به نسبت (یا مسئله‌هایی که رابطه‌ی بین نسبت‌ها را مشخص می‌کنند) را پاسخ دهد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

- ۴- نسبت پول احمد به علی ۲ به ۷ و نسبت پول احمد به حسین ۴ به ۱۳ است. نسبت پول حسین به علی چه قدر است؟
- ۵- دو مربع دلخواه رسم کنید. آیا نسبت ضلع‌ها با نسبت قطر‌ها برابر است؟ (اندازه‌گیری کنید)

- ۱- آیا محیط یک لوزی متناسب با اندازه‌ی ضلع آن تغییر می‌کند؟ مثال بزنید.
- ۲- ۲ کمیت متناسب و ۲ کمیت غیرمتناسب مثال بزنید.
- ۳- ۷۵٪ شکل زیر را رنگ کنید.



یادداشت معلم

شناختنامه‌ی مبحث نسبت و تناسب

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
نسبت مقدار متناسب تناسب	لیوان – پارچ – آب و شربت	انجام فعالیت برای درک مفهوم نسبت و تناسب انجام فعالیت برای درک دو مقدار نامتناسب	نسبت بین دو مقدار را به صورت‌های مختلف از جمله با کسر و نوشتن در جدول بیان کند. تساوی نسبت برای دو کیت متناسب را در جدول و با نوشتن کسرهای مساوی نشان دهد. کیت‌های متناسب و کیت‌های غیر متناسب را تشخیص دهد. متناسب نبودن کیت‌ها را با نوشتن نامساوی بین کسرهای مشخص کند.	نسبت تناسب مقدارهای متناسب و نامتناسب	۵۷ ۵۸	مقدارهای متناسب
–	–	– خواندن متن کتاب و پاسخ دادن به سوالات – انجام کار در کلاس برای تمرین استفاده از جدول تناسب برای حل مسائل – انجام فعالیت برای استفاده از مفاهیم نسبت و تناسب برای حل مسائل و متناسب بودن محیط و نامتناسب بودن مساحت‌ها	– با تشکیل جدول تناسب و نوشتن تساوی کسرهای برای نسبت‌ها، مسئله‌های تناسب را حل کند. – مفاهیم مختلف نسبت و تناسب را در حل مسائل ترکیبی با سایر موضوعات به کار برد. – از درس کسر و عملیات آن برای انجام محاسبات مسائل تناسب استفاده کند. – حل مسئله‌های مربوط به درصد	مسئله‌ی تناسب جدول تناسب کاربرد نسبیت و تناسب	۵۸ ۵۹ ۶۰ ۶۱ ۶۲	طرح یک مسئله
تسهیم به نسبت مجموع نسبت‌ها	–	انجام فعالیت برای کشف چگونگی اضافه شدن ردیف به جدول خواندن متن کتاب و پاسخ‌گویی به سوالات متن انجام کار در کلاس برای تمرین حل مسائل تسهیم به نسبت	– کشف کند که در چه صورت می‌توان یک ردیف به جدول تناسب اضافه کرد. – با اضافه کردن ردیف‌های مجزا به جدول تناسب مسائل را حل کند. – مسئله‌های تسهیم به نسبت را با اضافه کردن ردیف مجموع حل کند. – مسئله‌های درصد را نیز با تشکیل جدول حل کند.	تسهیم به نسبت نسبت‌های ترکیبی	۶۲ ۶۳ ۶۴ ۶۵ ۶۶	تسهیم به نسبت

دانستنی‌هایی برای معلم

– اگر اتومبیلی فاصله‌ی A تا B را با سرعت ثابت N_1 و فاصله‌ی B تا A را با سرعت ثابت N_2 پیماید، میانگین سرعت حرکت اتومبیل برابر می‌شود با:

$$\frac{2}{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}$$

مفهوم «درصد» بستگی نزدیکی با مفهوم «نسبت» دارد. به احتمال زیاد نخستین کسانی که از واژه‌ی «درصد» استفاده کرده‌اند، صراف‌ها، یعنی پدربزرگان بانک‌های امروزی بوده‌اند ولی در زمان ما، به‌جز بانک‌ها، مفهوم درصد در تمامی زندگی اقتصادی ریشه دوانده است. به‌جز این از مفهوم درصد، در تعیین رشد اقتصادی، رشد جمعیت و بر پایه‌ی آن برای طرح برنامه‌ی توسعه‌ی اقتصادی و کنترل جمعیت استفاده می‌کنند.

ولی مفهوم نسبت و تناسب عمری درازتر دارند. سرزمین‌های عیلام و بابل، هزاران سال پیش از میلاد، با شناخت مثلث‌های متشابه به مفهوم «ضلع‌های متناسب برای عددهای طبیعی» رسیده بودند.

فیثاغورس (نزدیک به 580 تا 500 پیش از میلاد)، دانشمند یونان باستان و هواداران او نظریه‌ی ریاضی نسبت‌ها را طرح کردند. هر سه گونه تناسب را شرح دادند.

مفهوم میانگین هم (میانگین حسابی، هندسی و توافقی) مربوط به فیثاغوریان است و به حالتی مربوط می‌شود که دو جمله‌ی میانی نسبت باهم برابر باشند.

در سده‌ی چهارم پیش از میلاد «اودوکس» (نزدیک به سال‌های 408 تا 385 پیش از میلاد)، دانشمند یونانی، بررسی منطقی را درباره‌ی ویژگی‌های تناسب (نه تنها با عددهای طبیعی، بلکه در ضمن با عددهای گویا انجام داد).

تنظیم دقیق نظریه‌ی تناسب‌ها، به‌وسیله‌ی اقلیدس، هندسه‌دان یونانی، در کتاب مشهور او به نام مقدمات (که شامل ۹۳ بخش بود) در سده‌ی سوم پیش از میلاد، انجام گرفت. او این نظریه را در بخش پنجم کتاب خود و در اساس بر پایه‌ی

نسبت دو عدد و مقدار میانگین با درصد

هرکسری که صورت و مخرج آن دو عدد طبیعی باشند، یک نسبت است: $\frac{a}{b}$ یعنی نسبت a به b دو نسبت برابر تشکیل یک تناسب می‌دهند.

تناسب حسابی $a - b = c - d$ ؛

تناسب هندسی $a : b = c : d$ ؛

تناسب توافقی $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$.

میانگین حسابی دو عدد برابر است با نصف مجموع

دو عدد:

$$\text{میانگین حسابی } a \text{ و } b = \frac{a+b}{2}$$

میانگین هندسی دو عدد برابر است با جذر حاصل ضرب

دو عدد:

$$\text{میانگین هندسی } a \text{ و } b = \sqrt{ab}$$

میانگین توافقی دو عدد a و b برابر است:

$$\text{میانگین توافقی } a \text{ و } b = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

به سادگی ثابت می‌شود: $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$

علامت برابری برای وقتی است که داشته باشیم $a = b$.

اغلب از مفهوم میانگین یا مقدار متوسط در حالت‌هایی

مثل «معدل نمره‌ها»، «متوسط درجه‌ی حرارت»، «متوسط حقوق» و غیره صحبت می‌کنیم. میانگین‌ها در ریاضیات (به‌ویژه در نظریه‌ی احتمال و آمار)، فیزیک و سایر دانش‌ها کاربرد دارند. دو نمونه از کاربرد ساده‌ی میانگین توافقی می‌آوریم:

– اگر از نقطه‌ی برخورد قطرهای دوزنقه‌ای پاره‌خط راستی

موازی با دو قاعده رسم کنیم. طول پاره‌خط راست MN که به دو ساق ختم می‌شود، از این رابطه به دست می‌آید (a و b طول‌های دو قاعده است):

$$MN = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

چهار عدد a ، b ، c و d ، تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ را تعریف می‌کند، به شرطی که برای عددهای طبیعی ولی دلخواه m و n :
اگر $ma > nb$ آن وقت $mc > nd$ ؛ اگر $ma = nd$ ، آن وقت $mc = nd$ ؛ و سرانجام، اگر $ma < nb$ آن وقت $mc < nd$.

آموزش‌های اودوکس آورده است. نظریه‌ی امروزی نسبت‌ها، با نظریه‌ی «اقلیدس – اودوکس» خیلی کم اختلاف دارد. اقلیدس، تناسب هندسی را، این‌طور تعریف کرده است (مضمون سخن اقلیدس، زبان امروزی) :

موجود در پارچ چهار برابر آب لیوان است. لیوان را هم پر از آب کنید. ۲ قاشق چایخوری شربت غلیظ در آب لیوان حل کنید. از دانش‌آموزان بپرسید نسبت آب لیوان به شربت چیست. پاسخ $\frac{1}{4}$ یا ۱ به ۲ را روی تخته بنویسید. سپس ۸ قاشق چایخوری شربت غلیظ در پارچ بریزید و آن را در جای حل کنید. از دانش‌آموزان بپرسید نسبت آب پارچ به شربت چیست. پاسخ $\frac{4}{8}$ یا ۴ به ۸ را روی تخته بنویسید. از دانش‌آموزان بپرسید کدام شربت شیرین‌تر است. شربتی که در لیوان درست شده یا شربتی که در پارچ است؟

پاسخ‌های مختلف را بشنوید و اجازه دهید دانش‌آموزان درباره‌ی جواب‌های خود توضیح دهند و استدلال کنند. از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت شماره‌ی ۱ را در گروه بخوانند به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند و جدول تناسب را کامل کنند.

توصیه‌های آموزشی:

اجازه دهید دانش‌آموزانی که برای تشخیص شیرین‌تر بودن شربت می‌خواهند از شربت‌ها بچشند این کار را انجام دهند. در حین انجام فعالیت می‌توانید مقدار بیش‌تری شربت درست کنید و همراه هم میل نمایید.

هدف فعالیت:

یادآوری جدول تناسب و مفهوم مقدارهای متناسب هدف این فعالیت است.

ادامه دهید:

از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ پرسش‌های فعالیت ۱ را بخواند و جدول تناسب پر شده را روی تخته بکشد.

آموزش دهید:

توضیح دهید که هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که همواره نسبت آن‌ها ثابت بماند. می‌گوییم این دو مقدار متناسب هستند. توضیح خود را با مثال‌هایی از مقدارهای متناسب همراه کنید.

نسبت و تناسب

مقدارهای متناسب



فعالیت

در یک ظرف محلولی از ۱ استکان شربت و ۳ استکان آب داریم؛ یعنی نسبت شربت به آب در این ظرف ۱ به ۳ است. در ظرف دیگری محلولی از ۴ استکان شربت و ۱۲ استکان آب داریم. آیا نسبت محلول‌ها در دو ظرف متفاوت است؟ نسبت شربت به آب در دو ظرف را با یکدیگر مقایسه کنید. $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ جدول زیر را کامل کنید. هر نسبت را با یک کسر در زیر آن مشخص کنید.

نسبت شربت	۱	۲	۳	۴	۵
نسبت آب	۳	۱۲	۶	۴	۱۰
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{10}$

کسرهایی که در جدول نوشته‌اید را با یکدیگر مقایسه کنید.

جدول بالا نشان می‌دهد که تعداد استکان‌های آب متناسب با تعداد استکان‌های شربت، اضافه‌تر یا کمتر شده است و نسبت $\frac{1}{3}$ ثابت مانده است.

هرگاه دو مقدار طوری غیر کنند که همواره نسبت آن‌ها ثابت بماند، می‌گوییم این دو مقدار متناسبند.

در مثال بالا می‌گوییم که تعداد استکان‌های شربت و تعداد استکان‌های آب، با هم متناسبند. پس جدول بالا یک جدول تناسب است.

کسر و نسبت و تناسب

مقدارهای متناسب

ایجاد انگیزه کنید:

- ۱- با کتاب آشپزی وارد کلاس شوید؛ مواد لازم برای تهیه یک غذا را از روی آن بخوانید و به کمک بچه‌ها بررسی کنید که برای تهیه‌ی آن غذا برای همه‌ی دانش‌آموزان کلاس چه مقدار مواد اولیه لازم است.
- ۲- همراه داشتن وسایل لازم برای فعالیت (یک لیوان، یک پارچ که چهار برابر لیوان گنجایش داشته باشد. مقداری آب و شربت غلیظ) نیز می‌تواند در جلب توجه دانش‌آموزان به درس مؤثر باشد.

شروع کنید:

لیوان را پر از آب کنید و آن را در پارچ خالی کنید. چهار بار این عمل را انجام دهید تا دانش‌آموزان مشاهده کنند که آب

مثلاً: تعداد دانش‌آموزان یک کلاس با تعداد صندلی‌هایی که در کلاس لازم است متناسب و نسبت آن‌ها $\frac{1}{1}$ است. (اگر در کلاس از نیمکت استفاده می‌کنید ممکن است نسبت $\frac{2}{1}$ یا $\frac{3}{1}$ یا ... باشد) می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی ارائه کنند درباره‌ی متناسب بودن یا نبودن مثال‌هایی که دانش‌آموزان می‌آورند در کلاس بحث کنید و متن کتاب را بخوانید.

توصیه‌های آموزشی:



در انجام فعالیت کشف رابطه‌ی بین کسرها و نوشتن تساوی کسرها از اهمیت زیادی برخوردار است لذا از اغلب گروه‌ها یا دانش‌آموزان بخواهید پاسخ خود را بیان کنند و توضیح دهند.

هدف فعالیت:



تشخیص تفاوت کمیت‌های تناسب و کمیت‌های غیرمتناسب از یک‌دیگر و تفاوت قائل شدن بین جدول تناسب و جدول اطلاعات دو کمیت غیرمتناسب هدف اصلی این فعالیت است.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت ۲ را در گروه از روی کتاب بخوانند و به سوالات مطرح شده در آن پاسخ دهند.

مشاهده کنید:



در فرصتی که دانش‌آموزان، فعالیت ۲ را انجام می‌دهند، شما به عملکرد گروه‌ها توجه کنید. آیا نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد پاره‌خط‌ها را در هر قسمت درست نوشته‌اند؟ اگر چنین نیست آن‌ها را توجه دهید آیا به دنبال رابطه‌ای بین کسرهای می‌گردند یا به سرعت نتیجه می‌گیرند که رابطه‌ای وجود ندارد؟ آیا اگر رابطه‌ای بین کسرها یافته‌اند می‌توانند استدلال کنند که این رابطه تناسب نیست؟

توصیه‌های آموزشی:



در شکل تعداد پاره‌خط‌ها ۵ عدد است. در این شکل نیز تعداد پاره‌خط‌ها ۷ تا است. اگر این سؤال

برای دانش‌آموزان ابهام‌آور شد و بعضی از آن‌ها تعداد پاره‌خط‌ها را متفاوت بیان کردند (البته با توجیحات درست) پاسخ‌های آن را بپذیرید؛ زیرا در اصل مسئله تفاوتی نمی‌کند؛ برای مثال، اگر دانش‌آموزی پاره‌خط‌های آبی را در شکل تا اعلام کند (با این توضیح که ضلع پایین ذوزنقه ۳ پاره‌خط دارد) باز هم این جدول، دو کمیت غیرمتناسب را نشان می‌دهد و در نتیجه‌گیری اشکالی پیش نمی‌آید.

ادامه دهید:



از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ خود به سؤال ۱ را روی تخته بنویسد. درستی پاسخ را بررسی کنید. سپس سؤال ۲ را در کلاس مطرح کنید و همه‌ی نظرات را درست یا غلط بشنوید و با کمک دانش‌آموزان بررسی کنید. دانش‌آموزان را طوری هدایت کنید که پاسخ سؤال ۳ را اگر هنوز درنیافته‌اند در این فرصت کشف کنند.

آموزش دهید:



توضیح دهید که هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت آن‌ها ثابت نماند، می‌گوییم این دو مقدار متناسب نیستند، مثل نسبت سن یک انسان به تعداد دندان‌هایش.

بپرسید:



دانش‌آموزان در این قسمت باید بتوانند در مورد متناسب بودن یا نبودن دو کمیت با داشتن جدول اطلاعات خود را اظهار کنند. مثلاً در

کندند. مثلاً در

a	۳	۶
b	۵	۸

 یا a و b متناسب هستند؟ در

چطور؟

a	۶	۱۲
b	۵	۱۰

تلفیق با سایر دروس:



مفهوم کمیت‌های سرانه در یک جامعه مثل درآمد سرانه و ارتباط آن با تناسب، رابطه‌ی موقعیت یک عدد در جامعه با میزان

آن نوشته شده است. به جای علامت سؤال چه اعدادی باید نوشته شود؟

۱	۳	?
۴	?	۲۰
	۱/۵	۲/۵

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید فهرستی از مقادیر تناسب که در زندگی روزمره وجود دارد تهیه کنند. تعداد دیگری از آن‌ها فهرستی از مقادیر غیر تناسب تهیه کنند. با مقایسه‌ی دو فهرست تهیه شده توسط دانش‌آموزان نتیجه‌گیری کنید که در زندگی روزمره بیشتر با مقادیر تناسب سروکار داریم یا غیر تناسب.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در هنگام حل مسائل تناسب آن‌چه اهمیت دارد تشکیل جدول تناسب به‌طور صحیح است. لذا استفاده از ماشین حساب برای انجام محاسبات و عملیات مسئله و پیدا کردن جزء مجهول بلامانع است. در این صورت، فرصت خواهد داشت مسائلی واقعی طرح کنید؛ مسائلی که اعداد داده شده در آن لزوماً اعداد درست یا قابل قسمت به یک‌دیگر نیستند.

طرح یک مسئله

ایجاد انگیزه کنید:

در صورتی که فعالیت خارج از کلاس درس قبل را انجام داده‌اید از فهرست کمیت‌های تناسب مثال‌هایی را یادآوری کنید. در غیر این صورت از تصاویری مثل طرح واگن‌های قطار که در صفحه‌ی ۶ دیده می‌شود استفاده کنید. دانش‌آموزان باید مقادیر تناسب در تصاویر را تشخیص دهند.

فعالیت

در شکل‌های زیر، تعداد مشنها و باره‌خطهای آن را بنویسید و جدول را کامل کنید.

تعداد مشنها	۱	۲	۳	۴
تعداد باره‌خطها	۴	۵		

نسبت تعداد مشنها به تعداد باره‌خطهای آن را به صورت کسر من زیر هر کدام بنویسید.

بین کسرها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ مساوی هستند.

آیا جدول بالا یک جدول تناسب است؟ **خیر**.

هرگاه دو مقدار طوری هم‌بسته باشند که نسبت آن‌ها ثابت باشد، می‌توانیم این دو مقدار را **هم‌تناسب** بنویسیم.

طرح یک مسئله

مستعد تعداد آبرشته‌ها به آچارها $\frac{2}{3}$ است. در وزن ۱۸ آبرشته چند آچار قرار دارد؟

برای حل کردن این مسئله، باید بنویسیم نسبت ۱۸ آبرشته به چه تعداد آچار، مساوی $\frac{2}{3}$ است؛ یعنی، چه کسری مساوی $\frac{2}{3}$ است که صورت آن ۱۸ باشد.

چون دو مقدار متناسب‌اند، ابتدا یک جدول تناسب تشکیل می‌دهیم.

تعداد آبرشته‌ها	۲	۱۸	۲۴	۳۰
تعداد آچارها	۳	۹	۱۲	۱۵

با توجه به جدول، می‌توانیم بنویسیم:

و از این تساوی کسرها، مقدار x با تعداد آچارها را به دست آوریم:

$$x = \frac{3 \times 18}{2} = 27$$

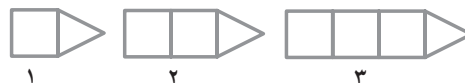
کسر نسبت و مقدار

تلاش او و تقسیم کردن امکانات در جامعه می‌توانند موضوعات مناسبی برای بحث در این قسمت کتاب باشند.

توسعه:

بررسی کمیت‌هایی که تناسب معکوس دارند، یعنی با زیاد شدن یکی دیگر به همین نسبت کم می‌شود و بحث در مورد مثال‌های آن. مثلاً با زیاد شدن تعداد کارگرهای ساختمانی زمانی که لازم است تا ساختمان ساخته شود به همان نسبت کم می‌شود.

۲- طی الگوهایی از کمیت‌های متناسب یا غیر متناسب برای تشخیص رابطه‌ها و ادامه دادن الگوها در مثال زیر، تعداد ضلع‌ها، مربع‌ها تناسب نیست.



۳- فضایی برای ترکیب مفهوم نسبت با سایر موضوعات ایجاد کنید. مانند نمونه‌ی زیر: در داخل شکل اندازه‌ی مساحت

شروع کنید:



درس را با یادآوری مقادیر تناسب، جدول تناسب و مقادیر غیر تناسب شروع کنید.

آموزش دهید:



وقتی دو کمیت باهم متناسب اند، جدول اطلاعات آنها یک جدول تناسب است. جدول تناسب دو ردیفی مجموعه‌ای از کسرهای مساوی است و می‌توان مقادیر مجهول در آن را با استفاده از راه‌هایی که برای مجهول‌یابی در کسرهای مساوی وجود دارد به دست آورد.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید صورت مسئله را از روی کتاب بخوانند و در گروه خود بررسی کنند. سپس پاسخ داده شده در کتاب را باهم مورد مطالعه قرار دهند و به دو سؤال مطرح شده پاسخ دهند. آن‌گاه، مراحل رسیدن به پاسخ را، مانند پاسخ کتاب به سؤال قبلی، به صورت مشروح و در کلاس مطرح کنند.

بپرسید!



در این مرحله، دانش‌آموزان باید بتوانند یک جدول تناسب 2×2 با یک مجهول تشکیل دهند و مقدار مجهول را به دست آورند، مثلاً می‌توانید سؤال زیر را مطرح کنید: برای بسته‌بندی هر دوازده مدادرنگی 20° گرم مقوا لازم است. کارخانه‌ای در یک دقیقه 30° بسته مدادرنگی دوازده‌رنگی را بسته‌بندی می‌کند. این کارخانه در یک دقیقه چند گرم مقوا استفاده می‌کند؟

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید به صورت فردی کار در کلاس را حل کنند؛ سپس با هم گروهی‌های خود پاسخ‌های خود را بررسی کنند. در این کار در کلاس‌ها دانش‌آموزان باید به متناسب بودن یا نبودن کمیت‌های هر سؤال توجه کنند، سپس آن را حل کنند. دانش‌آموزان ممکن است از راه‌های مختلفی جدول‌های مربوط به سؤالات ۳ و ۴ را پر کنند. از آن‌ها بخواهید این راه‌ها را در کلاس بیان کنند. این مطلب به دانش‌آموزان

می‌بینیم که مخرج کسر باید ۲۷ باشد. پس جواب، ۲۷ آچار است. اکنون جدول تناسب صفحه‌ی قبل را ادامه داده، پاسخ برش‌های زیر را بنویسید.

برای ۲۹ آچار، چند آچار وجود دارد؟ **۴۶ آچار.**

برای ۳۳ آچار، چند آچار وجود دارد؟ **۴۱ آچار.**

کار در کلاس

۱- هر مونکول گاوکریک از یک انو کزن و ۲ انو اکسزن تشکیل شده است. نسبت تعداد انوهای کزن به تعداد انوهای اکسزن چند است؟ $\frac{CO_2}{O_2}$

برای ۱۹ انو کزن، چند انو اکسزن وجود دارد؟ **۲۸ انو.**

برای ۲۹ انو اکسزن، چند انو کزن وجود دارد؟ **۹ انو.**

۲- رنگس می‌خواهد تعدادی دفتر بخرد. در فروشگاه معلوم می‌شود قیمت هر ۵ دفتر ۹۰۰ تومان است.

نسبت تعداد دفترها به قیمت آن‌ها چند است؟ $\frac{5}{900}$

رنگس برای خرید ۱۵ دفتر، چند تومان باید بپردازد؟ **۱۷۰۰ تومان.**

۳- یک نقاش برای تهیه رنگ سبز، هر ۵ کیلوگرم رنگ آبی را با ۳ کیلوگرم رنگ زرد مخلوط می‌کند. آیا نسبت مقدار رنگ آبی به مقدار رنگ زرد ثابت است؟

جدول تناسب زیر را تکمیل کنید.

	۵	۱۵	۲۰	۶۰
	۳	۱۵	۶	۴

۴- محمد می‌خواهد با استفاده از چوبکبریت تعدادی مربع یک‌رنگ بسازد. او برای یک مربع به ۴ چوبکبریت، و برای دو مربع به ۷ کبریت و... نیاز دارد.

جدول مقابل را تکمیل کنید.

تعداد مربع‌ها	۱	۲	۳	۴
تعداد چوبکبریت‌ها	۴	۷		

کتابخانه و آموزش

کمک می‌کند تا در برخورد با مسائل مختلف از خلاقیتشان برای یافتن ساده‌ترین راه‌حل‌ها استفاده کنند.

هدف کار در کلاس:



سؤال‌های ۱ تا ۳ به مقادیر متناسب سؤال ۴ به مقادیر غیر متناسب مربوط می‌شود. در نوشتن پاسخ سؤال‌هایی مثل سؤال اول، بهتر است دانش‌آموزان فقط از یک جدول تناسب، برای پاسخ دادن به قسمت‌های مختلف مسئله، استفاده کنند.

ادامه دهید:



از گروه‌ها بخواهید فعالیت را انجام دهند و تساوی‌ها را کامل نمایند و درباره‌ی نتیجه‌ی فعالیت با یک‌دیگر بحث و هم‌فکری نمایند.

هدف فعالیت:



به کار بردن مفاهیم نسبت و تناسب در سایر موضوعات

مسئله‌ی دوم را با کشیدن یک جدول حل می‌کنند.

(لیتر) آب دریاچه	۸۰۰	?	۴۸
(کیلوگرم) نمک	۱۵	۱۲	?

مسئله‌ی چهارم نشان می‌دهد محیط با ضلع متناسب است و مسئله‌ی پنجم نشان می‌دهد مساحت با ضلع متناسب نیست. مسئله‌های ۷ و ۸ هم نمونه‌هایی از دو کمیت غیرمتناسب را نشان می‌دهند.

فعالیت موازی:

دو مربع دلخواه رسم کنید. ضلع‌های این دو مربع را اندازه بگیرید. نسبت‌های زیر را تکمیل کنید. $\text{نسبت مساحت} = \text{نسبت محیط}$ همین کار را با دو مربع دیگر انجام دهید. از انجام این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

مجهول‌یابی دقیق جدول‌های تناسب 2×2 در حالت‌هایی که مقادیر به صورت عدد اعشاری هستند با استفاده از ماشین حساب.

توسعه:

تمرین‌هایی مانند نمونه دانش‌آموزان را برای درک بهتر مفهوم تناسب و کاربردهای آن آماده می‌کند. ۱- در بعضی از مستطیل‌ها مساحت آن‌ها نوشته شده است شما مساحت مستطیل‌های دیگر را بیابید.

S=۱	S=۳	?
S=۴	?	S=۲۰
?	S=۱/۵	S=۲/۵

ریاضی و هم‌چنین درک چگونگی تغییر اجزای شکل‌های هندسی هدف این فعالیت است. به عبارت دیگر نحوه‌ی بررسی تغییرات اجزای یک شکل و پاسخ دادن به این سؤال که آیا متناسب تغییر می‌کند یا غیر متناسب.

مشاهده کنید:

در حین انجام فعالیت، به گروه‌های مختلف توجه کنید، آیا مستطیل را درست رسم کرده‌اند؟ آیا محیط و مساحت را درست به دست آورده‌اند؟ آیا نسبت‌ها را درست به دست آورده‌اند؟ در هر قسمت سعی کنید با راهنمایی گروه‌هایی که پاسخ نادرست داده‌اند آن‌ها را به مسیر درست، هدایت کنید.

دقت کنید که آیا نتایج به دست آمده در گروه‌ها منطقی است و آیا می‌توانند استدلال منطقی برای نتایج درست را ارائه کنند. ممکن است دانش‌آموزان توانایی بیان مسیر فکری را که برای رسیدن به نتیجه طی کرده‌اند نداشته باشند. این یکی از فعالیت‌هایی است که دانش‌آموزان باید کسب کنند. آن‌ها را یاری کنید تا در این فرصت‌ها به تمرین این مهارت بپردازند.

توصیه‌های آموزشی:

در انجام فعالیت برای پیدا کردن اندازه طول و عرض مستطیل جدید می‌توانید از تناسب‌های زیر استفاده کنید.

$$8 = \text{طول مستطیل دوم} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{4}{3}$$

$$4 = \text{عرض مستطیل دوم} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

یعنی باید یک مستطیل 8×4 رسم شود.

پرسید!

نسبت ضلع یک مربع به ضلع مربع دوم $\frac{1}{4}$ است. نسبت محیط و مساحت این دو مربع را بیابید، سپس از دانش‌آموزان بخواهید مسئله‌ها را به‌عنوان تکلیف در منزل حل کنند. هدف سؤال‌های ۷ و ۸ برقرار کردن ارتباط بین مفاهیم این فصل و فصل گذشته است.



وای تهیه‌ی این نوع کیک، با هر ۳ کیلوگرم آرد ۵ عدد تخم مرغ مصرف می‌شود. با ۴۵ کیلوگرم آرد چند عدد تخم مرغ مصرف می‌شود؟ **۷۵ عدد**

۳ در هر ۸۰۰ لیتر آب دریاچه‌ای ۱۵ کیلوگرم نمک وجود دارد. در چند لیتر آب این دریاچه ۱۲ کیلوگرم نمک وجود دارد؟ **۴۹۰ لیتر** در ۲۸ لیتر آب این دریاچه چند کیلوگرم نمک وجود دارد؟ **۰/۹۲ کیلوگرم**

۳- وای بختن نوش کلوچه، آرد و شکر به نسبت ۷ و ۲ مخلوط می‌شود. ۴۵۰ گرم شکر را با چه مقدار آرد باید مخلوط کرد؟ **۱۵۷۵ گرم**

۴- در جدول زیر، محیط مربع را با طول ضلع‌های متفاوت مشخص کنید. جدول را کمال کنید.

طول ضلع (به متر)	۳	۱	۵	۲۰	۲/۵	۱/۵
محیط (به متر)	۱۲	۳۶	۲۰	۸۰	۱۰	۶

آیا نسبت محیط مربع به اندازه‌ی ضلع آن ثابت است؟ **نه**


۵- در جدول زیر، مساحت مربع با طول ضلع‌های متفاوت نشان داده شده است. جدول را کمال کنید.

طول ضلع (به متر)	۳	۵	۴	۱/۵	۱۱
مساحت (به متر مربع)	۹	۲۵	۳۶	۱/۲۵	۱۲۱

آیا نسبت مساحت مربع به اندازه‌ی ضلع آن ثابت است؟ **خیر**

۶- نمک طعام از سدیم و کلر است و تقریباً هر ۷۰ گرم کلر با ۴۵ گرم سدیم ترکیب می‌شود. همین کد ۲۸ گرم کلر با چند گرم سدیم ترکیب می‌شود؟ **۱۸ گرم**

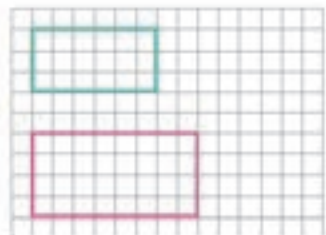
کسب نسیب و اعطای ۶۱



در این تصویر چه چیزی با هم متناسب هستند؟ **شکل‌های مختلف و همه دارد. ستاد، تعداد مربع‌ها به تعداد واگن‌ها.**

فعالیت

مستطیلی رسم کنید که نسبت طول آن به طول مستطیل زیر و عرض آن به عرض مستطیل زیر، وارث $\frac{3}{2}$ باشد.



محیط و مساحت هر دو مستطیل را بدست آورید و سپس تساوی‌ها را کمال کنید.

$$\frac{\text{مساحت مستطیل دوم}}{\text{مساحت مستطیل اول}} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} = \frac{3 \times 2}{2 \times 3} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\frac{\text{محیط مستطیل دوم}}{\text{محیط مستطیل اول}} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3} = \frac{3+2}{2+3}$$

از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟ **نسبت محیط‌ها تساوی نسبت اضلاع است**

وای نسبت مساحت‌ها تساوی نسبت اضلاع نیست

حل مسئله

۱- در یک کلوچه شیرینی وای تهیه‌ی نوش کیک، هر ۳ کیلوگرم آرد را با ۴ کیلوگرم شکر مخلوط می‌کند. اگر شیرینی بخواهد با ۴۵ کیلوگرم آرد کیک تهیه کند، به چند کیلوگرم شکر نیاز دارد؟ **۳۰ کیلوگرم**

کسب نسیب و اعطای ۶۰

تلفیق با سایر دروس:



مانند مسئله ۴ و ۵ و ۷ و ۸ می‌توانید مفاهیم مختلف ریاضی را باهم تلفیق کنید و شبیه مسئله‌های ۱ و ۲ و ۳ و مسئله ۶ مفاهیم نسبت و تناسب را با مفاهیم سایر دروس و زندگی روزمره تلفیق کنید.

یادداشت معلم

Blank area for teacher notes.

پرسش‌های مطرح شده در آن پاسخ دهند سپس اعضای هر گروه درباره‌ی پاسخ‌ها با یک‌دیگر بحث کنند و در صورت لزوم پاسخ‌های خود را اصلاح نمایند. از یکی از گروه‌ها بخواهید پاسخ جمعی خود را برای سؤال ۱ و ۲ بیان کنند. درباره‌ی درستی یا نادرستی پاسخ آن‌ها از دیگر گروه‌ها نظرخواهی کنید، اجازه دهید همه‌ی گروه‌ها نظرات خود را بگویند.

سپس در صورت لزوم فرصتی به دانش‌آموزان بدهید تا پاسخ سؤالات دیگر را دوباره بررسی کنند. از یکی دیگر از گروه‌ها بخواهید پاسخ خود را برای سؤال ۲ و ۴ بیان کنند و پاسخ آن‌ها را در کلاس به بحث بگذارید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید که متن اولین مثال را به همراه توضیحات کتاب بخوانند. اجازه دهید هر گروه، نتیجه‌ای را که از فعالیت و مثال آن به دست آورده است با قلم خود بنویسد و این نتیجه را با مثال بعدی امتحان کند.

از گروه‌ها بخواهید مثال بعدی را بخوانند و با استفاده از نتیجه‌ای که به دست آورده‌اند آن را حل کنند. و در صورت لزوم نتیجه‌ای را که نوشته‌اند اصلاح و سپس نتایج نوشته شده را در کلاس بیان کنند. بین توضیحات مختلفی که دانش‌آموزان بیان می‌کنند ارتباط برقرار سازید.

توصیه‌های آموزشی:

یکی از نکاتی که مورد درس تناسب با به‌دقت نوشتن، نحوه‌ی نوشتن پاسخ مسئله‌ها و تشکیل جدول است. در این خصوص به موارد زیر توجه کنید:

- ۱- به دانش‌آموزان یاد دهید که یک مسئله‌ی چند قسمتی را در یک جدول حل کنند برای این کار آن‌ها باید ستون‌های جدول تناسب فرد را برای هر قسمت اضافه کنند؛ مانند مسئله‌ی ۲ صفحه‌ی ۶۱ که دو قسمت آن در یک جدول حل شده است.
- ۲- در مسائل تسهیم به نسبت یا مسئله‌های مشابه آن فقط در صورتی حق دارند که به ردیف‌های جدول ردیفی را اضافه کنند که کمیت اضافه شده با سایر کمیت‌ها متناسب باشد؛ برای

۷- عددهای اول بین ۱ تا ۵۰ را ملاحظه کنید. تعداد عددهای اول را در فاصله‌های ۱۰ تا ۱۹، ۲۰ تا ۲۹، ۳۰ تا ۳۹، ۴۰ تا ۴۹، ۵۰ تا ۵۹ را در جدول زیر بنویسید.

فاصله‌های عددها	۱۰ تا ۱۹	۲۰ تا ۲۹	۳۰ تا ۳۹	۴۰ تا ۴۹	۵۰ تا ۵۹
تعداد عددهای اول	۲	۲	۲	۲	۲

آیا تعداد عددهای اول در فاصله‌های مساوی ۱۰ تا ۱۹، ۲۰ تا ۲۹، ۳۰ تا ۳۹، ۴۰ تا ۴۹، ۵۰ تا ۵۹ یکسان است؟

۸- تعداد سطوح عددهای سه عدد ۳ و ۶ و ۹ را در جدول زیر بنویسید.

عدد	۳	۶	۹
تعداد سطوح عددها	۲	۲	۲

آیا نسبت هر عدد به تعداد سطوح عددهای آن ثابت است؟

تسهیم به نسبت

فعالیت

نسبت تعداد بیچه‌ها به مهرها ۳ به ۴ است. جدول زیر را تکمیل کنید.

در هر حالت، تعداد مجموع بیچه‌ها و مهرها را به دست آورده و زیر هر کدام بنویسید.

تعداد بیچه‌ها	۳	۶			۲۱
تعداد مهرها	۴		۱۲		۲۰
مجموع مهرها و بیچه‌ها	۷	۱۶	۲۱	۲۰	۲۱

آیا نسبت تعداد بیچه‌ها به تعداد مجموع بیچه‌ها و مهرها ثابت است؟ به تساوی کسرهای آن را نشان دهید.

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{16} = \frac{9}{21} = \frac{30}{76}$$

آیا نسبت تعداد مهرها به تعداد مجموع بیچه‌ها و مهرها ثابت است؟ به تساوی کسرهای آن را نشان دهید.

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{16} = \frac{12}{21} = \frac{40}{76}$$

از این فعالیت چه نتیجه می‌گیرید؟ وقتی دو کمیت با هم متناسبند، هر یک از آن‌ها با مجموع آن‌ها نیز متناسب است.

کتاب تسهیم و تناسب

تسهیم به نسبت

ایجاد انگیزه کنید:

موضوع تقسیم ارث و چگونگی محاسبه‌ی آن را با یک مثال ساده بیان کنید. برای مثال، اگر شخصی فقط یک پسر و یک دختر داشته باشد، ارث او به نسبت ۲ به ۱ بین پسر و دختر تقسیم می‌شود.

هدف فعالیت:

تشخیص این موضوع که ردیف مجموع نسبت‌ها را می‌توان به جدول تناسب اضافه کرد و این ردیف با نسبت‌ها متناسب است.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند و به

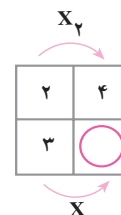
مثال در مسئله‌ی ۲ صفحه‌ی ۶۶ ردیف محیط را می‌توان اضافه کرد اما ردیف مساحت را نمی‌توان؛ زیرا مساحت با طول و عرض متناسب نیست.

طول	۴	
عرض	۳	
محیط	۱۴	
مساحت		

این ردیف را نمی‌توان اضافه کرد ←

۳- ردیف اضافه شده در جدول همیشه جمع دو نسبت یا چند نسبت نیست. در همان مثال بالا ردیف محیط جمع طول و عرض نیست.

۴- برای پیدا کردن مجهول یک جدول می‌توان از چند برابری استفاده کرد؛ یعنی در جدول مقابل چون ۴ دو برابر ۲ است پس باید ۳ را نیز ۲ برابر کنیم.



در صورتی که چند برابرها قابل تشخیص نبود می‌توانیم جدول را به یک تساوی کسری تبدیل کرده، جزء چهارم را همان‌طور که در درس گفته شد پیدا کنیم.

۲	۳
۷	x

$$\frac{2}{7} = \frac{3}{x} \rightarrow x = \frac{3 \times 7}{2} = 10.5$$

به این ترتیب اگر دانش‌آموزی جواب را فقط به کمک جدول بنویسد کافی نیست و نیازی به نوشتن تساوی‌های کمتری نیست.



نحوه‌ی نوشتن و پاسخ دادن به مسائل تسهیم به نسبت را

آیسی‌توان به جدول تناسب صفحه‌ی قبل یک ردیف دیگر به نام جمع اضافه کرد یا نه؟

احمد ۲۸ عدد بیج و چند مهره دارد. نسبت بیج‌ها به مهره‌های او $\frac{3}{4}$ است. می‌خواهیم بیستم احمد چند بیج و چند مهره دارد.

از نسبت $\frac{3}{4}$ می‌فهمیم که بیج‌ها و مهره‌ها به نسبت ۳ و ۴ هستند؛ یعنی در برابر هر ۳ بیج ۴ مهره وجود دارد. با از هر ۷ بیج و مهره، ۳ عدد آن‌ها بیج است. پس نسبت بیج‌ها به کل بیج‌ها و مهره‌ها $\frac{3}{7}$ است.

تعداد بیج‌ها	۳
تعداد مهره‌ها	۴

$$\frac{\text{تعداد بیج‌ها}}{\text{تعداد مهره‌ها}} = \frac{3}{4}$$

تعداد بیج‌ها	۳
تعداد بیج‌ها + تعداد مهره‌ها	۳ + ۴ = ۷

اینک با استفاده از جدول تناسب زیر می‌توانیم تعداد بیج‌ها را حساب کنیم.

تعداد بیج‌ها	۳	۱
تعداد بیج‌ها + تعداد مهره‌ها	۷	۲۸

$$\frac{3 \times 28}{7} = 12$$

تعداد بیج‌ها = ۱۲

$$12 + 16 = 28$$

تعداد مهره‌ها = ۲۸

اکنون به یک مثال دیگر توجه کنید.

در یک کارگاه ریخته‌گری آتازی از مس، قلع و نیکل تولید می‌شود. این آتاز مخلوطی از مس، قلع و نیکل به نسبت ۲ و ۳ است؛ یعنی هر ۲ کیلوگرم مس را با ۳ کیلوگرم قلع و ۳ کیلوگرم نیکل مخلوط می‌کنند تا ۹ کیلوگرم آتاز بدست آید. بنابراین، برای تهیه‌ی ۹۰ کیلوگرم آتاز باید ۳۰ کیلوگرم مس را با ۳۰ کیلوگرم قلع و ۳۰ کیلوگرم نیکل مخلوط کنند. پس نسبت وزن

برای دانش‌آموزان توضیح دهید و درس را جمع‌بندی کنید.

هدف کار در کلاس:



در این کار در کلاس تعدادی مسئله مطرح کنید تا با حل آن، نحوه‌ی حل مسائل تسهیم به نسبت تمرین و مرور شود. درضمن آن نحوه‌ی نوشتن پاسخ به دانش‌آموزان آموزش داده شده است. در سؤال‌های ۱ و ۲ و ۴ نحوه‌ی نوشتن مشخص شده است.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید به حل کار در کلاس بپردازند، سپس در گروه خود درستی یا نادرستی پاسخ‌هایشان را بررسی کنند، دقت کنید که در حل این تمرین‌ها استفاده از جدول تناسب یا کسرهای مساوی تفاوتی نمی‌کند. حل مسائل این قسمت را به عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان واگذار کنید.

از دانش‌آموزان بخواهید راهبردهایی که در حل مسئله‌ها

۴- برای خرید ۸۶۰۰۰ ریال کتاب کهنه چطور؟

x	۶۵	مقدار پرداختی
۸۶۰۰۰	۱۰۰	قیمت

$$x = \frac{۶۵ \times ۸۶۰۰۰}{۱۰۰} = ۵۵۹۰۰ \text{ ریال}$$

۵- برای خرید ۳۵۰۰۰ ریال کتاب نو و ۸۶۰۰۰ ریال

کتاب کهنه چند ریال باید پردازد؟

$$\text{ریال } ۲۸۰۰۰ + ۵۵۹۰۰ = ۸۳۹۰۰$$

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



با استفاده از دکمه‌ی % ماشین حساب به سؤالات زیر و

سؤالات مشابه به آن پاسخ دهند:

۷ درصد ۲۵ چند است؟

۳۲ چند درصد ۷۰ است؟

سپس صحت نتیجه را با عملیاتی که خود انجام می‌دهند

امتحان کنند. بچه‌ها می‌توانند بدون استفاده از دکمه‌ی درصد

(%) پاسخ‌های به‌دست آورده را با استفاده از ماشین حساب بررسی کنند.

تلفیق با سایر دروس:



بررسی درس‌های دیگر از این نظر که در آن‌ها مفهوم درصد

در کجا به کار رفته است.

طرح سؤال: مثلاً در درس قرآن، ۷۶/۳ سوره‌های قرآن

مکی و ۲۳/۷ آن‌ها مدنی هستند، چند سوره‌ی قرآن مکی است؟

در درس تاریخ چند درصد زمان بعد از انقلاب را درگیر

جنگ بوده‌ایم؟

فعالیت موازی:



گروهی از بچه‌ها را از بقیه جدا کنید؛ مثلاً ۵ نفر از

۱۷ نفر و جدول زیر را روی تخته رسم کنید و سؤالات

مربوط به فعالیت کتاب را در روی این جدول از دانش‌آموزان

بپرسید.

هر یک از سه فلز به وزن آلیاژ ثابت است. حالا بیایم برای تهیه ۶۳ کیلوگرم آلیاژ، به چند کیلوگرم از هر یک از سه فلز نیاز داریم. می‌دانیم که وزن آلیاژ در حقیقت مجموع وزن سه فلز است؛ بنابراین

سین	۴	
فلغ	۲	
نیکل	۲	
آلیاژ	۶	۶۳

$$\frac{\text{وزن سین}}{۶۳} = \frac{۴}{۶}$$

از این تناسب می‌توان وزن سین را به‌دست آورد.

$$\text{کیلوگرم } ۲۸ = \frac{۶۳ \times ۴}{۶} = \text{وزن سین}$$

کار دو کلاس

۱- با توجه به جدول تناسب بالا، وزن فلغ و نیکل را در ۶۳ کیلوگرم آلیاژ به‌دست آورید.

$$\frac{\text{وزن فلغ}}{۶۳} = \frac{۲}{۶} \Rightarrow \text{وزن فلغ} = \frac{۲ \times ۶۳}{۶} = ۲۱ \text{ کیلوگرم}$$

$$\frac{\text{وزن نیکل}}{۶۳} = \frac{۲}{۶} \Rightarrow \text{وزن نیکل} = \frac{۲ \times ۶۳}{۶} = ۲۱ \text{ کیلوگرم}$$

۲- یک نقاش برای تهیه رنگ سبز، هر ۵ کیلوگرم رنگ زرد را با ۳ کیلوگرم رنگ آبی مخلوط می‌کند؛ یعنی، رنگ آبی را با رنگ زرد به نسبت ۳ و ۵ مخلوط می‌کند. او برای تهیه ۳۴ کیلوگرم رنگ سبز به چند کیلوگرم از هر رنگ نیاز دارد؟ **۱۲ کیلوگرم رنگ آبی و ۲۰ کیلوگرم رنگ زرد.**

مسئله و امتحان

به کار برده‌اند را توضیح دهند. برای مثال، مسئله‌ی شماره‌ی ۴

ممکن است برای برخی از دانش‌آموزان مشکل باشد؛ راهبردی

که در حل این مسئله می‌توان از آن استفاده کرد راهبرد زیر مسئله

است. مسئله را به چند مرحله تقسیم می‌کنیم و به حل آن

می‌پردازیم:

۱- زهرا برای خرید ۱۰۰ ریال کتاب نو چند ریال باید

$$\text{ریال } ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰$$

پردازد؟

۲- برای خرید ۳۵۰۰۰ ریال کتاب نو چند ریال؟

x	۸۰	مقدار پرداختی
۳۵۰۰۰	۱۰۰	قیمت

$$x = \frac{۸۰ \times ۳۵۰۰۰}{۱۰۰} = ۲۸۰۰۰ \text{ ریال}$$

۳- برای خرید ۱۰۰ ریال کتاب کهنه چند ریال؟

$$\text{ریال } ۱۰۰ - ۳۵ = ۶۵$$

حل مسئله

۱- بهرام و محمود یک کارگاه نجاری دارند. بهرام ۴ روز در هفته و محمود ۵ روز در هفته در کارگاه کار می‌کنند و قرار گذاشته‌اند که درآمد کارگاه را به همین نسبت بین خود تقسیم کنند. در ماه گذشته کارگاه ۲۵۰۰۰۰ تومان درآمد داشته است. بهرام هر یک چند تومان می‌نماید؟ **بهرام ۲۰۰۰۰ و محمود ۵۰۰۰۰ تومان**

۲- طول و عرض زمینی به شکل مستطیل به نسبت ۳ و ۴ هستند. محیط این زمین ۲۸۰ متر است. مساحت آن چند متر مربع است؟ **طول ۸۰ متر، عرض ۶۰ متر، مساحت ۴۸۰۰ متر مربع**

۳- برای تهیهی تویز کالوا، بنم و نخ مصنوعی را به نسبت ۹ و ۱۱ مخلوط می‌کنند. در ۶ کیلوگرم از این تویز کالوا چند گرم بنم و چند گرم نخ مصنوعی به کار می‌رود؟ **۳۷۰۰ گرم بنم و ۲۷۰۰ گرم نخ مصنوعی**

۴- کتابفروشی اعلام کرده است که کتابهای نو را با ۲۰٪ و کتابهای کهنه را با ۲۵٪ تخفیف می‌فروشد. ازها می‌خواهد تعدادی کتاب نو به قیمت ۲۵۰۰۰ ریال و تعدادی کتاب کهنه به قیمت ۸۹۰۰۰ ریال بخرد. او باید چند ریال بپردازد؟ **۸۳۹۰۰ ریال**

۵- برای دفع تویز آفت بنده، سه تویز A، B و C را به نسبت ۲، ۴ و ۱ مخلوط می‌کنند. در سه مخلوط به دست آمده، چند درصد از هر تویز سه وجود دارد؟ برای سه پاشی مزرعه‌ای به ۹۶۰ گرم سه نیاز داریم. از هر تویز سه چند گرم باید تهیه کنیم؟

**سه A: ۳۷۵۰۰ - ۳۶۰۰ گرم
سه B: ۵۰۰۰ - ۹۸۰۰ گرم
سه C: ۹۲۵۰۰ - ۱۲۰۰ گرم**

۶- می‌دانیم که هر ۱۰۰۰ متر برای یک کیلو متر است. ۷۵۶۰ متر چند کیلو متر است؟ **۷۵۶۰ کیلو متر**

کس، نسبت و اعشار

۳- برای تهیهی تویز دارو، مواد الف، ب و پ را به نسبت‌های ۷، ۵ و ۳ مخلوط می‌کنند. برای تهیهی ۶۰ گرم از این دارو، به چند گرم از هر یک از مواد الف، ب و پ نیاز داریم؟

الف	۷	۷۰
ب	۵	۵۰
پ	۳	۳۰
داروی مخلوط	۱۵	۱۵۰

مجموع نسبتها (داروی مخلوط) = ۳+۵+۷=۱۵

وزن مادی الف = $\frac{۷}{۱۵} \times ۶۰ = ۲۸$ گرم

وزن مادی ب = $\frac{۵}{۱۵} \times ۶۰ = ۲۰$ گرم

وزن مادی پ = $\frac{۳}{۱۵} \times ۶۰ = ۱۲$ گرم

۴- چندهی رحمان برای تقویت نظراتش، باید کودهای تویز بناس، ارت و فسفات را به نسبت ۳، ۲ و ۲ مخلوط کند. اگر او در هر هکتار ۳۵ کیلوگرم کود مصرف کند، برای ۴ هکتار به چند کیلوگرم از هر تویز کود نیاز دارد؟ **بناس به ۲۰۰، ارت به ۲۰۰ و فسفات به ۲۰۰ کیلوگرم**

۵- در یک کارگاه بافتنی تویز از تویز نخ استفاده می‌شود که روی بسته‌های آن نوشته شده است: اکریلیک ۶۵٪، بنم ۳۵٪. در هر صد کیلوگرم از این نخ، چند کیلوگرم بنم و چند کیلوگرم اکریلیک وجود دارد؟ **۳۵ کیلوگرم بنم و ۶۵ کیلوگرم اکریلیک**

در یک تویز ۹۵۰ گرمی چند گرم بنم وجود دارد؟ **۳۵۰ گرم بنم**

کس، نسبت و اعشار

چراغ قرمز نمی‌مانند چند تا فقط یک بار می‌مانند، چند تا دوبار، چند تا بیش‌تر و محاسبه‌ی درصد هر گروه و بررسی نتیجه‌ی عمومی این کار.

توسعه:

- ۱- بحث درصد و علت نیاز به آن مثلاً در محاسبه‌ی رشد جمعیت کشور چند سال و مقایسه با استفاده از درصد در کشورهای مختلف.
- ۲- بررسی مسائلی که در آن‌ها درصدی بیش‌تر از ۱۰۰٪ یا کمتر از ۱٪ هست.
- ۳- انتزاعی کردن مفهوم سهم به نسبت، یعنی اگر تساوی

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

برقرار باشد، تساوی‌های زیر هم برقرار است:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{d+c} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$$

تعداد دست و پا	تعداد چشم	نفرات
۲۰	۱۰	تعداد در گروه
		تعداد در بقیه کلاس
		تعداد در کلاس

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از رادیو، تلویزیون و روزنامه اخباری را که در آن‌ها مفاهیم تناسب، سهم به نسبت یا درصد به کار رفته است جمع‌آوری کنند و با استفاده از این اخبار یک روزنامه‌ی دیواری تهیه نمایند.

تهیه‌ی یک «جدول داده‌ها» در یک تحقیق آماری و بررسی نتایج به کمک درصد می‌تواند برای دانش‌آموزان شغف‌انگیز باشد و آن‌ها را برای درک بهتر مفهوم نسبت یاری کند. مثلاً حضور در یک چهار راه کوچک و بررسی این که چند اتومبیل پشت

یادآوری

موضوعات در یک نگاه

در این درس ابتدا مفاهیم مربوط به عددهای اعشاری شامل نماد ممیز، ارزش مکانی، خواندن و نوشتن و به کار بردن نماد اعشاری در مسائل مختلف مطرح می شود سپس جمع و تفریق عددهای اعشاری، مقایسه، تبدیل کردن به نماد اعشاری و برعکس مرور می شود. پس از آموزش راهبرد الگویی درس ضرب عددهای اعشاری مطرح می شود.

اهداف

- در فرایند آموزش این درس انتظار می رود دانش آموزان به هدف های زیر برسند :
- ۱- عددهای اعشاری را بخوانند، بنویسند و در جدول ارزش مکانی نمایش داده، جزء صحیح و اعشاری آن را تشخیص دهند.
 - ۲- از نمادهای اعشاری در تبدیل واحدها استفاده کنند.
 - ۳- جمع و تفریق چند عدد اعشاری را انجام دهند و آن ها را باهم مقایسه کنند.
 - ۴- کسرها را به عدد اعشاری تبدیل کرده و برعکس.
 - ۵- حاصل ضرب چند عدد اعشاری را به دست آورند.
 - ۶- عملیات جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری داده شده را ذهنی محاسبه کنند.
 - ۷- مفاهیم فوق را در حل مسائل به کار برند.

نمونه سؤال برای ارزش یابی

- ۱- در عدد $۲۱۵/۳۰۶۱$ ارزش مکانی کوچک ترین و بزرگ ترین رقم به کار رفته چیست؟
 - ۲- در عدد $۲۰۵۰/۰۲۵$ قسمت اعشاری از چند رقم تشکیل شده است؟
 - ۳- حاصل عبارت ها را به دست آورید.
 $۰/۷۵ - \frac{۱}{۳} =$
- ۴- حاصل عبارت زیر را به دست آورید :
- $$\frac{۱۴۵}{۱۰۰۰} + \frac{۲۵۳}{۱۰۰} =$$
- ۵- با تبدیل به کسر حاصل عبارت را به دست آورید :
- $$(۰/۷۵)^۲ =$$
- $$۱/۲۵^۲ =$$

یادداشت معلم

و اژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	اهداف	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
جزء صحیح جزء اعشاری ممیز اعشار	وسایل اندازه‌گیری طول و جرم و گنجایش مجموعه‌ی کسره‌های اعشاری	انجام کار در کلاس به منظور به‌کار بردن دانسته‌ی‌های خود از اعداد اعشاری	عدد‌های اعشاری را بخوانند و به حروف بنویسند. جزء صحیح و اعشاری هر عدد را تشخیص دهند. عدد را در جدول ارزش مکانی نمایش دهند. نماد اعشاری را در تبدیل واحدها به‌کار برند. از بزرگی و کوچکی عددهای اعشاری تصور داشته باشند.	نماد اعشاری ارزش مکانی خواندن و نوشتن عددها	۶۷ ۶۸	مفاهیم اعداد اعشاری
نماد اعشاری نماد کسری	-	انجام کار در کلاس برای به‌کار بردن مفاهیم مختلف عددهای اعشاری	دو یا چند عدد اعشاری را در جدول ارزش مکانی یا بدون آن جمع و تفریق کنند. جمع و تفریق عددهای اعشاری را به‌صورت تقریبی انجام داده و عددهای ساده‌تر را به‌صورت ذهنی حساب کنند. عددهای اعشاری کسری را به هم تبدیل کنند. عددهای اعشاری را باهم مقایسه کنند.	جمع و تفریق عددهای اعشاری مقایسه تبدیل کردن اعشار به هم	۶۸ ۶۹	جمع و تفریق عددهای اعشاری
-	-	خواندن درس و پاسخ دادن به سؤال انجام کار در کلاس برای تمرین ضرب انجام فعالیت برای کشف نحوه‌ی ضرب در $۱۰^۰$ و تقسیم بر $۱۰^۰$	دو عدد اعشاری را با نوشتن نماد کسری ضرب کنند. دو یا چند عدد اعشاری را در هم ضرب کنند. الگوی ضرب در $۱۰^۰$ یا تقسیم بر $۱۰^۰$ را در عددهای اعشاری کشف کرده، به‌کار برند. ضرب عددهای اعشاری را ذهنی و تقریبی انجام دهند. مفاهیم مختلف عدد اعشاری را در مسائل به‌کار برند.	ضرب عددهای اعشاری	۷۲ ۷۳	ضرب عددهای اعشاری

دانستنی‌هایی برای معلم

عددهای دهدهی

$$۶(۷۷۷) = ۷ + ۷ \times ۶۰ + ۷ \times ۶۰^۲$$

تمدن بابل از بین رفت و دستاوردهای آن به فراموشی سپرده شد، ولی عددنویسی در مبنای ۶۰ آن‌ها باقی مانده و بسیاری از ریاضی‌دان‌های ایرانی هم از همین مبنای ۶۰ ، به ویژه برای عددهای کوچک‌تر از واحد، استفاده می‌کردند. آن‌ها وقتی می‌نوشتند:

۴۵ صدم ثانیه و ۳۰ ثانیه و ۵۰ دقیقه و ۱۵ درجه

به معنای این عدد می‌گرفتند:

$$۱۵ + \frac{۵۰}{۶۰} + \frac{۳۰}{۶۰^۲} + \frac{۴۵}{۶۰^۳}$$

و به این ترتیب مقادیرهای کوچک‌تر از واحد را در مبنای ۶۰ به کار می‌برد.

نخستین کسی که عددهای دهدهی را برای عددهای کوچک‌تر از واحد به کار برد، جمشید کاشانی (سده‌های ۱۴ و ۱۵ میلادی) بود که در کتاب مفتاح الحساب (رازگشای شمار) خود آورده است. ولی بازرگان و ریاضی‌دان هلندی، سیمون سترون (۱۵۴۸-۱۶۲۰) کسرهای دهدهی را به اروپاییان شناساند. سترون بیش از یک سده بعد از جمشید کاشانی می‌زیسته، ولی در تمام کتاب‌های تاریخ ریاضیات که در غرب منتشر می‌شود، بدون این که نامی از جمشید کاشانی ببرند، کشف عددهای دهدهی را به سیمون سترون منسوب می‌کنند. البته این را بگوییم که در چین، در سده‌ی سوم میلادی، متولدهای عددهای دهدهی آغاز شده بود، ولی در آن زمان پیشرفت کرد و آغاز کار بود.

کلدانی‌ها (قومی از اهالی بابل باستان) در هزاران سال پیش از میلاد با مشاهده‌ی حرکت ظاهری خورشید، گمان می‌کردند که در یک روز اعتدالی، خورشید در فاصله‌ی طلوع و غروب، یک نیم‌دایره از گنبد آسمان را می‌پیماید و طول این نیم‌دایره، درست ۱۸۰ برابر قطر ظاهری خورشید است. به همین مناسبت آن‌ها هر نیم‌دایره را به ۱۸۰ بخش و هر دایره‌ی کامل را به ۳۶۰ بخش برابر تقسیم می‌کردند، چیزی که تا امروز هم باقی مانده است و با وجود دستگاه متری که محیط دایره را به ۴۰۰ گراد و هر گراد را به ۱۰ سانتی‌گراد و هر سانتی‌گراد را به ۱۰ میلی‌گراد بخش کرده است، هنوز هم تقسیم دایره به ۳۶۰ درجه، هر درجه به ۶۰ دقیقه و غیره نیروی خود را حفظ کرده است. آن‌ها که زمان را با ساعت‌های آبی و آفتابی اندازه می‌گرفتند، شبانه‌روز را به ۱۲ بخش دو ساعته، ساعت به ۶۰ دقیقه و دقیقه را به ۶۰ ثانیه بخش کرده بودند تا به همان‌گونه که امروز هم در بین همه‌ی ملت‌ها معمول است.

آن‌ها به‌ویژه در محاسبه‌های مربوط به اخترشناسی از مبنای ۶۰ استفاده می‌کردند. ما امروز در عددشماری از مبنای ۱۰ استفاده می‌کنیم. وقتی می‌نویسم ۷۷۷، تنها از یک نما استفاده کرده‌ایم، ولی اگر از سمت راست در نظر بگیریم، هفت اول به معنای ۷، هفت دوم به معنای ۷۰ و هفت سوم به معنای ۷۰۰ است. اما کلدانی‌ها در مبنای ۶۰ خود، همین عدد را به این معنا می‌گرفتند: