

جبر

موضوعات در یک نگاه

عمده‌ی مطالب این درس یادآوری و مکمل مباحث کلاس دوم راهنمایی است. در این جا نیز ابتدا درس با موارد استفاده حروف در بیان یک قاعده‌ی کلی آغاز و یا جمع و تفیق جملات مشابه، پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری و استفاده از عبارت جبری در بیان روابط مساحت، محیط و حجم دنبال می‌شود. ضرب یک جمله در یک پرانتز، مطلب جدیدی برای سال سوم است. ساده کردن یک عبارت و ضرب پرانتز در پرانتز در ادامه مطرح می‌شود و در نهایت، درس با موضوع تبدیل به ضرب و فاکتورگیری به پایان می‌رسد.

اهداف

در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد.

- ۱- از کاربرد حروف درک خوبی داشته باشد و حروف را در بیان روابط کلی و قواعد به کار برد.
- ۲- هنگام ساده کردن یک عبارت، جمع و تفیق جملات مشابه را به کار برد.
- ۳- مقدار عددی یک عبارت جبری را محاسبه کند.
- ۴- از عبارت‌های جبری برای بیان روابط هندسی و ریاضی مثل مساحت و محیط استفاده کند.
- ۵- از ضرب جمله در جمله و پرانتز در پرانتز برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده کند.
- ۶- عبارت‌هایی را که عامل یا فاکتور مشترک دارند به ضرب دو عبارت تبدیل کند.

(راهنمایی: ابتدا عبارت را ساده کنید)

۳- مقدار عبارت زیر را به ازای $x = 2$ به دست آورید.

$$x^3 - 2x^2 - 2x^2$$

۴- عبارت زیر را به ضرب دو عبارت تبدیل کنید.

$$-4x^2y^3z + 2xy^2z^2$$

۵- با یک تساوی جبری نشان دهید که جمع دو عدد

خاصیت جابه‌جایی دارد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(x-1) - 3(2x-1) - 1 =$$

$$a(b-c) + b(c-a) + c(a-b) =$$

$$(a-1)^3 =$$

۲- مقدار عددی عبارت زیر را به دست آورید.

$$3(2x-y) - x + 2y - 4(1-3y+x) - 7$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

دروسها	صفحات	مفاهیم و محتوا	هدفها	فعالیت‌ها	پیش‌بینی امکانات	وازگان
۴۹ عبارت‌های جبری	۵۰	کاربرد حروف	حرروف را برای بیان قواعد، روابط و جمله‌ی کلی	— انجام‌ادن فعالیت برای استفاده از حروف در یان جمله‌ی عمومی یک دنباله	مقداری جوب کریت	جبر
۵۱	۵۲	جمع و تفریق جملات	— جملات دنباله‌های عددی و هندسی به کاربرد.	— انجام‌ادن کار در کلاس برای پادآوری نمادها و قراردادها و ساده‌کردن عبارت	کتاب ریاضی دوم	جمله
		— جملات مشابه را تشخیص دهد.	— نمادها و قراردادها و نام‌گذاری قسمت‌های یک عبارت	— انجام‌ادن کار در کلاس برای ساده‌کردن عبارت	نمادهای عددی و جملات مشابه	عبارت جبری
		— جبری را به کار برد.	— با جمع و تفریق جملات مشابه، عبارت را ساده کند.	— انجام‌ادن کار در کلاس برای تمرین جمع و تفریق جملات مشابه	نمودارهای عبارت	نمودار عبارت
	۵۳	پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری	مقدار یک عبارت — مقداری متن در مورد محاسبه‌ی مقدار یک عبارت	— مطالعه‌ی متن در مورد محاسبه‌ی مقدار یک عبارت	به ازاء برحسب،	تقریق جملات مشابه
		جبری فرمول نویسی	— انجام‌ادن کار در کلاس برای تمرین محاسبه‌ی مقدار یک عبارت	— انجام‌ادن کار در کلاس برای تمرین محاسبه‌ی مقدار یک عبارت	نمودار عبارت	نمودار عبارت
		شکل‌های هندسی	— از عبارت‌های جبری برای نوشتی فرمول‌ها استفاده کند.	— انجام‌ادن کار در کلاس، تمرین محاسبه‌ی مقدار مطالعه‌ی مجدد شون	نمودار عبارت	نمودار عبارت
			— یک عبارت و فرمول نویسی	— یک عبارت و فرمول نویسی	نمودار عبارت	نمودار عبارت
	۵۴	ساده‌کردن یک عبارت	ضرب جمله در جمله — دو جمله را در هم ضرب کند.	— مطالعه‌ی متن درباری جملات مشابه	ضریب چند جمله	ضریب چند جمله
			— عبارت جبری را ساده کند.	— انجام‌ادن کار در کلاس برای ساده کردن یک عبارت با جمع و تفرقی جملات مشابه	جمله‌ای، جمله	جمله‌ای، جمله
			— تعاریف چندجمله‌ای، جمله، ضرب و جملات مشابه را درک کند.	— تعاریف چندجمله‌ای، جمله، ضرب و جملات مشابه عبارت با جمع و تفرقی جملات مشابه	قسمت حرفي	قسمت حرفي
	۵۵	توزیع پذیری ضرب	ضرب جمله در بر اینتر — یک جمله را در بر اینتر ضرب کند.	— انجام‌ادن فعالیت برای درک ضرب جمله در بر اینتر	عامل مشترک	شكل‌های مریوط به
	۵۶	دو بر اینتر را در هم ضرب کند.	— مطالعه‌ی متن	— انجام‌ادن فعالیت برای درک ضرب جمله در بر اینتر	فاکتور	فاکتور
	۵۷	نسبت به جمع و تفریق	ضرب بر اینتر در بر اینتر — دو چند جمله‌ای که عامل مشترک دارند، به ضرب دو در بر اینتر	— انجام‌ادن کار در کلاس برای تمرین ضرب جمله در بر اینتر	فاکتور گیری	توزیع پذیری

دانستنی‌هایی برای معلم

را برساند. با وجود این، مدتی زمان لازم بود تا این نهاد عمومی شود. برای نمونه «رنه د کارت» ریاضی‌دان و فیلسفه‌فرانسوی (۱۵۹۶–۱۶۵۰) که نزدیک به یک سده بعد از «رکورد» می‌زیست، برای برابری از نشانه‌ی دیگری استفاده کرد (در کتاب معروف خود – «هندهسه») نمادهای ساده‌ای که برای جمع (+) یا تفرقه (–) به کار می‌بریم، برای نخستین بار در سال ۱۴۸۲ میلادی، در کتاب «حساب» اولبریخت واگنر و سپس در کتاب «رساله‌ی درباره‌ی حساب» یوهان دیدمان به کار بردۀ شد (این دو ریاضی‌دان آلمانی بودند و کتاب‌های آن‌ها، در لایپزیک چاپ شد).

خوارزمی، مجھول را «شیء» می‌نامید و همین واره، وقتی به زبان‌های لاتینی رفت (X) نامیده شد. ابتدا «فرانسواویت» (۱۶۰۳–۱۵۴۰)، برای مجھول و هم ضریب‌های عددی، از حرفا‌ی الفبای لاتینی استفاده کرد و «دکارت» هم که پس از او می‌زیست، همین روش را پذیرفت و حرفاً نخست الفبا، یعنی a، b، c، ... را برای مقدارهای معلوم و حرفا‌ی آخر الفبای برای مقدارهای مجھول به کار برد؛ سپس «لایپ نیتس» ریاضی‌دان آلمانی (۱۷۱۶–۱۶۴۶) و نیوتون ریاضی‌دان و فیزیک‌دان انگلیسی، در شکل‌گیری نمادها، نقش داشتند.

بنابراین، مفهوم‌هایی از «جبر» مانند «جمله»، «ضریب»، «چند جمله‌ای» در نوشتۀ‌های ریاضی‌دانان ایرانی وجود ندارد؛ با وجود این، خوارزمی گونه‌های مختلف معادله‌ی درجه دوم را با همان روش امروزی (اولی با بیان و روایت) حل می‌کرد. البته خوارزمی برای ضریب‌ها از عده‌های درست و مثبت استفاده می‌کرد و به ریشه‌ی یا ریشه‌های منفی کاری نداشت و در کتاب خوارزمی، برای حل معادله، به جز روش جبری، از روش‌های هندسی هم استفاده شده است. خیام، به جز معادله‌ی درجه‌ی دوم به گونه‌های مختلف معادله‌ی درجه‌ی سوم هم پرداخته ولی بیشتر به یاری هندسه، جواب را (البته جواب مثبت را) به دست آورده است.

در مصر و بابل کهن همچنین در دوران‌های جدیدتر در هند، با مقدمه‌های جبر آشنا بودند با توجه به داده‌های مسئله می‌توانستند معادله را تشکیل دهند و برخی از گونه‌های آن را حل کنند. البته آن‌ها هم از حرفا‌ی الفبا برای نشان‌دادن مجھول

جبر و معادله

واره‌ی «جبر» از نام کتاب محمد فرزند موسا مشهور به خوارزمی مجموسي، به نام «جبر و مقابله» گرفته شده است. در همه‌ی زبان‌ها این دانش را «جبر» می‌نامند. چیزی که هست چون خوارزمی کتاب خود را به عربی نوشته است، در زبان‌های انگلیسی، فرانسوی، روسی و غیر آن (حرف آل که حرف تعریف است) را از آغاز «جبر» نینداخته‌اند. در ایران تا قبل از ۷۰ سال پیش به نام «جبر و مقابله» با این دانش کار می‌کردند.

خوارزمی که در زمان مأمون خلیفه‌ی عباسی می‌زیست، نخستین کسی است که کتاب مستقلی درباره‌ی جبر نوشته. این ریاضی‌دان و اخترشناس ایرانی، کتاب خود را به این قصد نوشته که راه حل معادله‌های درجه‌ی اول و درجه‌ی دوم را که در عمل و برای محاسبه و تقسیم ارث لازم بود، نشان دهد.

در اساس «جبر مقدماتی» یا جبر دیرستانی، به معنای حل معادله‌هاست و همه‌ی بحث‌های جانبی دیگر آن به منظور آماده کردن زمینه‌های لازم، برای حل معادله است.

خود نام «جبر و مقابله» که خوارزمی بر کتاب خود نهاد، گواه بر همین مطلب است. او «جبر» را به معنای «جبران کردن» می‌گرفت، شبیه این شعر سعدی که در جبر خاطر مسکین، بار بگردانی. به زبان ریاضیات امروز، جبر به معنای انتقال جمله‌ی منفی از یک طرف برابری، به طرف دیگر است؛ «مقابله» (یعنی مقابل قراردادن) را هم به معنای حذف جمله‌های برابر در دو طرف معادله می‌گرفت.

البته، خوارزمی و ریاضی‌دانان بعد از او، که جبر را عمومی کرده، حساب می‌دانستند، مثل کرجی، خیام و جمشید کاشانی، از حرفا و نشانه، برای نوشتمن دستورها و فرمول‌ها استفاده نمی‌کردند و همه چیز را با زبان و گفتار، بدون هیچ نهادی، شرح می‌دادند نهادها خیلی بعد پیدا شد. برای نمونه، نهاد برابری (=)، در سده‌ی شانزدهم میلادی و به وسیله «روبرت رکورد» پژوهش انگلیسی که به ریاضیات هم علاقه داشت (۱۵۱۰–۱۵۵۸) دارد ریاضیات شد. در این باره، خود «رکورد» می‌نویسد: «هیچ چیز، مانند دو پاره خط راست موازی و کوتاه، نمی‌تواند مفهوم برابری

«حاصل ضرب دو دارایی یا دو وام برابر است با دارایی . نتیجه‌ی ضرب دارایی و وام عبارت است از وام. در تقسیم هم همین نتیجه به دست می‌آید. مربع دارایی یا وام، برابر است با دارایی. دارایی دارای دو ریشه‌ی دوم است. یکی دارایی و دیگری وام». ریاضی‌دانان ایتالیایی سده‌ی شانزدهم (پاجیولو، تارتالگلیا، فره) گرچه از قانون علامت‌ها در عمل استفاده می‌کردند ولی علامت منفی را تنها به عنوان نماد تفرقی به کار می‌بردند، نه به صورت عده‌های منفی.

نخستین کسی که ریشه‌های مثبت معادله را در کنار ریشه‌های منفی آن، به حساب آورد، «کاردان» ریاضی‌دان ایتالیایی بود (۱۵۷۶ – ۱۵۰ میلادی). او ریشه‌های منفی را «ساختگی» نامید و آن‌ها را قابل توجه نمی‌دانست.

ریاضی‌دانان آلمانی، هم زمان با همکاران ایتالیایی خود در سده‌ی شانزدهم، استفاده از عده‌های منفی را آغاز کردند. برای نمونه، «میخانیل شیتفل» در کتاب «حساب آلمانی» خود با پیروی از قانون علامت‌ها، به فراوانی از عده‌های منفی استفاده می‌کند. شیتفل، به این مناسبت می‌نویسد :

«...عمل‌های جبری روی این عده‌ها، در واقع به نتیجه‌ای شگفت‌می‌رسد ... ما ناچاریم از عده‌های کمتر از صفر یا کمتر از «هیچ» استفاده کنیم».

در کنار هواداران عده‌های منفی، مخالفانی هم وجود داشتند و از جمله‌ی آن‌ها «فرانسوایت» ریاضی‌دان فرانسوی (۱۶۰۳ – ۱۵۴۰) بود که عده‌های منفی را به رسمیت نمی‌شناخت و در نوشتۀ‌های خود به کار نمی‌برد.

توجهی امروزی عده‌های منفی، به عنوان پاره‌خط‌های راست جهت دار، در سده‌ی هجدهم داده شد که بیش از همه در نوشتۀ‌های دو ریاضی‌دان دیده می‌شود : «ژیرار» ریاضی‌دان هلندی (۱۵۹۵ – ۱۶۲۴) و دکارت ریاضی‌دان فرانسوی. امروز از عده‌های منفی در رسم منحنی‌ها استفاده می‌شود. در ضمن، عده‌های مثبت و عده‌های منفی، به وسیله‌ی یک نقطه از محور (که نماینده‌ی صفر است) از هم جدا می‌شوند.

و داده‌ها آگاهی نداشتند و نمی‌توانستند، معادله را به صورت کلی خود تنظیم کنند. در دوران ریاضیات کاربردی، عنصرهای جبری، همچون x داشت حساب شمرده می‌شد. با وجود این، به ویژه با بلی‌ها به مرز بالایی از جبر رسیده بودند و می‌توانستند مسئله‌های عملی را که منجر به گونه‌هایی از معادله‌ی درجه‌ی دوم و در بعضی حالت‌ها، حتی درجه سوم شود، حل کنند.

ریاضی‌دانان ایرانی، به معادله‌های بالاتر از درجه سوم اعتقادی نداشتند؛ زیرا فضای طبیعی را سه بعدی می‌دانستند و چون در فضا بیش از سه بعد نداریم، برای a^4 و a^5 وغیره آن معنایی قائل نبودند.

مفهوم عده‌های منفی، به تقریب در سده‌ی اول پیش از میلاد، به وسیله‌ی هندی‌ها پدید آمد. بهاسکارا، عدد منفی، یعنی عددی را که کمتر از صفر بود، «وام» و مقدارهای مثبت را «دارایی» می‌نامید. عده‌های منفی، تنها وقتی پذیرفته شدند که سرچشمۀ‌ی واقعی آن‌ها پیدا شد. یکی از روش‌های تعبیر عده‌های مثبت و منفی را هندی‌ها یافتند که بسیار هم طبیعی بود. آن‌ها مقدارهای مثبت و منفی را، دارایی و وام نامیدند؛ برای نمونه، «براهم‌اگویست» (۵۹۸ – ۶۶۰ میلادی) در کتاب «بازی‌بینی دستگاه‌های برهما» که در سال ۶۲۸ میلادی نوشته است، می‌گوید : «مجموع دو دارایی یک دارایی، مجموع دو وام، یک وام است و مجموع دارایی و وام، تفاضل آن‌ها و اگر برابر باشند، صفر است. مجموع صفر و دارایی، دارایی و مجموع صفر و وام، وام است. مجموع دو صفر هم برابر صفر است». سپس می‌گوید : «وقتی کوچک‌تر را از بزرگ‌تر کم کنیم، از دارایی، دارایی به دست می‌آید و از وام، وام ولی اگر بزرگ را از کوچک کم کنیم، از دارایی، به وام و از وام به دارایی می‌رسیم. وقتی دارایی را از صفر کم کنیم، وام و وقتی وام را از صفر کم کنیم، دارایی بدست می‌آید».

یکی دیگر از ریاضی‌دانان و اخترشناسان هندی به نام «بهاسکارا» (تولد در ۱۱۱۴ میلادی – ؟)، بیشتر توجه خود را روی عده‌های منفی گذاشت. او به تقریب در ۱۱۵ میلادی، در کتابی به نام «تاج دستگاه‌ها» نوشت :

روش دقیق تری را برای این کار پیدا کنید (اطلاعات تبدیلات پولی براساس نرخ روز به دانشآموزان داده شود).

- کارت‌هایی با نوشه‌های زیر (یا نوشه‌های مشابه) تهیه کرده و به صورت تصادفی بین دانشآموزان توزیع کنید. از آن‌ها بخواهید دسته‌های a و b و c و d را از هم جدا کنند و حاصل جمع هر دسته را مشخص نمایند.

$$2c / 3d / -3c / (3b) / (-2b) / (b) / (3a) / (-a)$$

$$c + d / a + b / c / d$$

شروع کنید:



همان‌طور که می‌دانید، این درس در سال گذشته به دانشآموزان آموزش داده شده و تا حد معادلات ساده نیز پیش رفته است. آن‌ها می‌بایست در سال گذشته آموخته باشند که بیان روابط و دستورالعمل‌ها به کمک عبارت جبری بسیار ساده‌تر از بیان واژگانی آن است؛ بنابراین، بدون توضیحات زیاد از دانشآموزان بخواهید به کمک الگویابی و تنظیم جدول، فعالیت آغازین درس را انجام دهنند. بهتر است این فعالیت به صورت گروهی انجام گیرد.

هدف فعالیت:



هدف اصلی این فعالیت، علاوه بر یادآوری نحوه‌ی استفاده از عبارت جبری، کاربرد آن در بیان قاعده و قانون کشف شده در این الگوست.

آموزش دهید:



با چند مثال و به کمک دانشآموزان، قوانین و قواعد جمع و تفریق جملات مشابه را یادآوری کنید. سپس، از آن‌ها بخواهید کار در کلاس صفحه‌ی ۴۹ را حل کنند.

هدف کارد در کلاس:



در سؤال اول کار در کلاس، هدف اصلی، یادآوری جمع و تفریق دو عبارت مشابه است. استفاده از ضرایب مثبت، منفی و کسری برای یادآوری کامل حالت‌های مختلف است. دانشآموزان با حل کردن این تمرین باید به یاد بیاورند که در یک جمله‌ی

جبر

عبارت های جبری

فعالیت

۱- نشکن‌های زیر توجه کنید.

نمودار جوب نوشته را در نشکن ۳ام با پاک، غیرت جبری نشان دهد.

نمایر کلاس دوم را همچنان با محابرات‌هایی مثل عبارت‌های زیر آشنا شوید.

$$T_2 + T_3 = (T + T)_2 = V_2 \quad A_2 - T_2 = (A - T)_2 = D_2$$

$$-T_2 + V_2 = (-T + V)_2 = H_2 \quad T_2 - A_2 = (T - A)_2 = -D_2$$

$$D_2 (A + B) = D_2 \times D_2$$

کار در کلاس

۱- نشکن‌های زیر را کلمل کنید.

$$T_2 + T_3 = (T + T)_2 = V_2 \quad A_2 + B_2 = (A + B)_2 = D_2$$

$$A_2 - A_2 = \underline{\underline{T_2}} \quad B_2 - B_2 = \underline{\underline{-D_2}}$$

$$-T_2 + A_2 = \underline{\underline{B_2}} \quad -D_2 + D_2 = \underline{\underline{0}}$$

$$-T_2 A_2 + A_2 = \underline{\underline{T_2}} \quad -A_2 - A_2 = \underline{\underline{-V_2}}$$

$$\frac{T}{V} = \frac{A}{B} \quad \frac{A}{B} = \frac{V}{T}$$

$$\frac{T}{A} - \frac{B}{A} = \underline{\underline{-\frac{T}{B}}} \quad \frac{A}{B} - \frac{V}{B} = \underline{\underline{\frac{A-V}{B}}}$$

عبارت‌های جبری

ایجاد انگیزه کنید:



- از دانشآموزان بخواهید فرض کنند که سفری به یک کشور دیگر کرده‌اند که واحد پول رایج آن جا با ایران متفاوت است (جدولی از تبدیل واحدهای پول را در ذهن خود داشته باشید تا به دانشآموزان کمک کنید). از آن‌ها بخواهید عبارتی جبری پیشنهاد کنند که به کمک آن بتوان معادل تومان یا ریال قیمت اجنبی را به سرعت و به کمک یک ماشین حساب به دست آورند. به آن‌ها پیشنهاد کنید که در ادامه‌ی سفر خود، از یک کشور به کشور دیگر بروند و پول‌های کشور اول را در کشور دوم خرج کنند و عبارت جبری تبدیل آن‌ها به هم را بیابند.

- در کشوری مثل عربستان، مغازه‌دارها هم پول رایج ایران را قبول می‌کنند و هم پول رایج کشور خودشان را ولی تبدیلات پولی آن‌ها با ما اختلاف دارد. به کمک عبارت جبری،

۱- با توجه به این که $-3x = -2x$ می‌توان نوشت:

$$7x + (-7x) = 7x + (-2)x = 7x$$

$$7x + (-5x) = 7x + (-2)x - 2x = -15x$$

کهون: حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$7x + (-7x) = \underline{\underline{0}}$$

$$(-2) \times (7x) = \underline{\underline{-14x}}$$

$$(-2) \times (-7x) = \underline{\underline{14x}}$$

در عبارت جبری $7x - 5x + 3x + 7x + 2x$ ، هر کدام از $7x$ ، $-5x$ ، $+3x$ و $+2x$ یک جمله است. تو جمله‌ای $7x$ و $+3x$ و $+2x$ متناسب نیستند و $-5x$ و $+2x$ متناسب نیستند. راهی ساده‌کردن یک عبارت جبری، جمله‌های متناسب را با هم سازد می‌کنیم:

$$\underline{\underline{7x}} - \underline{\underline{5x}} + \underline{\underline{3x}} + \underline{\underline{2x}} = 7x - 5x + 3x + 2x = 7x + 2x + 3x = 7x + 5x = 12x$$

کار در کلاس

۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید:

$$7x + 5x - 8 - 3x = \underline{\underline{9x - 8}}$$

$$7x - 7x + 5x - 3x = \underline{\underline{5x}}$$

$$\frac{x}{5} - \frac{x}{5} + \frac{x}{5} - \frac{x}{5} = \underline{\underline{0}}$$

۲- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید:

$$7x + 7x + 7x = \underline{\underline{21x}}$$

$$5x + 5x + 5x = \underline{\underline{15x}}$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}x = \underline{\underline{\frac{1}{5}x}}$$

$$5x + 7x + 7x = \underline{\underline{19x}}$$

$$5x + 5x + 7x = \underline{\underline{17x}}$$

$$5x + 5x + 5x = \underline{\underline{15x}}$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید:

$$7(7x + (-7x)) = \underline{\underline{0}}$$

$$\frac{7}{5}(5x - 15x) = \underline{\underline{-14x}}$$

$$5(2x - 7x) - 7(7x + 2x) = \underline{\underline{-70x}}$$

امتحان و درست

جبری، ضرب عددی می‌تواند هر نوع عددی باشد که در هنگام جمع و تفریق با جملات مشابه خود، طبق قوانین خوبیش عمل می‌کند.

تمرین دوم، یادآوری موضوعی است که به صورت تلویحی در سال دوم راهنمایی طرح شده بود اما مشخصاً به آن پرداخته نشده بود. دانش‌آموزان باید با توجه به مثال‌های گفته شده، الگوی موجود را کشف کنند و آن را در مورد خواسته شده به کار بندند.

آموزش دهید:

یک عبارت جبری با جملات مشابه و غیرمشابه روی تخته بنویسید و به کمک دانش‌آموزان درباره‌ی نحوه‌ی ساده‌کردن آن در کلاس بحث کنید. پس از کسب اطمینان از یادگیری دانش‌آموزان، از آن‌ها بخواهید کار در کلاس و تمرین صفحه‌ی ۵۰ و ۵۱ را حل کنند.

برای کسب اطمینان بیشتر می‌توانید مثال‌هایی مرکب از نکته‌ی تمرین ۲ کار در کلاس قبلی و ساده‌کردن عبارت‌های جبری را در کلاس طرح کنید.

هدف کار در کلاس:

در تمرین اول، هدف یادآوری و به کاربستان قوانین ساده‌کردن عبارت جبری است. این تمرین چندان دشوار نیست. در تمرین دوم، قاعده‌ی طرح شده در کار در کلاس قبلی با قوانین ساده سازی آمیخته شده است؛ بنابراین، به دقت بیشتری نیاز دارد.

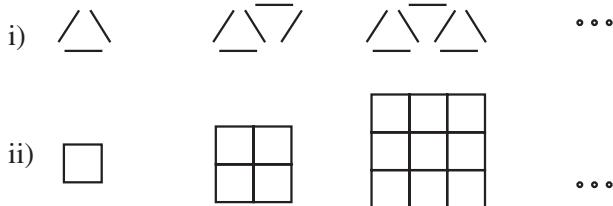
تمرین سوم این کار در کلاس بسیار با اهمیت است و به بحث و دقت نیاز دارد. برای مثال، در تمرین ۶(a-2b)-۲(2a+5b) در کل پرانتز بسیار دارای اهمیت درک تأثیر (-) ضرب (-۳) در مجموعه‌ی $(7x + 2x) + (7x + 5x)$ است؛ زیرا این موضوع در بسیاری از تمرین‌های دروس مختلف – مثل فیزیک – کاربرد ویژه دارد.

تمرین چهارم نیز بیان دیگری از اهداف تمرین سوم است.

توصیه‌های آموزشی:

– حصول اطمینان از یادگیری مباحث جمع و تفریق اعداد صحیح و گویا توسط دانش‌آموزان در این درس بسیار

سری‌های هندسی زیر بیان کنند (این فعالیت یکی از کاربردهای عبارت جبری را نشان می‌دهد)

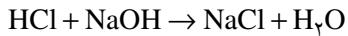


فعالیت خارج از کلاس:

- از دانشآموزان بخواهید کتاب‌های مختلف درسی، علمی و ... را که در اطراف آن‌ها وجود دارد، بررسی کرده و عبارت‌های جبری موجود در آن‌ها را یادداشت کنند. آن‌ها می‌توانند فرمول‌های مختلف را از اطرافیان خود پیرستند و در کلاس ارائه دهند. (هدف اصلی این فعالیت، نشان دادن تنوع موجود در استفاده از عبارت‌های جبری است).

از دانشآموزان بخواهید فرمول مربوط به تبدیل درجه‌ی سانتی‌گراد به فارنهایت را پیدا کنند.

از دانشآموزان بخواهید فرمول مربوط به چند واکنش شیمیایی را بیاند و بررسی کنند که آیا موادی برقرار است یا خیر؛ یعنی، تعداد عناظر ورودی با عناظر خروجی یکسان است. مثال:



تلقیق با سایر دروس:

- در دروسی مثل فیزیک، تمامی محاسبات به کمک فرمول‌هایی به دست آمده‌اند که از قوانین عبارت جبری پیروی می‌کنند. می‌توان به دانشآموزان نشان داد که بدون عبارت جبری، بیان قوانین فیزیک بسیار دشوار خواهد شد.

- برای دانشآموزان یک فرمول شیمیایی (مثال H_2O) را که نشان‌دهنده $\text{O} + 2\text{H}$ است، توضیح دهید.

۱. حاصل جمع‌ها و ضرب‌های زیر را حساب کنید.

$$\frac{(Tz + 2y + 1)}{z - (-Tz + 2y - 1)} = \frac{z + 2y + 1}{z}$$

$$\frac{(2x - Ty + 1)}{z - (-Tz + Ty + 1)} = \frac{2x - Ty + 1}{z}$$

تمرین

۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.
الف) $\frac{Tz - \frac{2}{3}z - \frac{1}{3}}{z - \frac{1}{3}z + \frac{2}{3}z - \frac{1}{3}}$
ب) $Tz - 15 + 2z + Tz =$
ج) $\frac{Tz + 2z - z + Tz - z}{z} =$
د) $5 \times Tz + 12z =$
ه) $Tz \times (-Tz) + 2z =$
ک) $(-T) \times Tz =$
ل) $\frac{(-z) \times (-2z) + 7 \times (-7z)}{z} =$
م) $T(z + 2z) + T(-Tz + 3z) =$
ن) $(-z)(Tz + (-Tz)) =$
و) $(-z)(Tz - Tz) =$
ز) $T(-2z + 7z) + Tz - 15z =$
س) $T(z + 2z) + T(2z - Tz) =$

۲. حاصل جمع‌ها و ضرب‌های زیر را حساب کنید.

$$\frac{(Tz - Tb + 2)}{z - (Tz + Tb - 1)} = \frac{(Tz + Tb - 2)}{z - (Tz + Tb - 2)}$$

$$\frac{z + Tb + 1}{z - Tb - 2} = \frac{-Tz - Tb + 4}{z - Tb - 2}$$

$$\frac{2(Tz - Tb + 1)}{z - (Tz + Tb - 1)} = \frac{T(Tz + Tb - 1)}{z - (Tz + Tb - 1)} = \frac{z + Tb - 1}{z - Tb - 1}$$

تمرين

۱- در یک رکاب، مسافتی که از پایی هندهی تا پایی هندهی تیزی که مسافت ۲۰۰ تومان می‌گردید. فرض کنید شخص مسافت را برای ۱۱ سکوت کرایه کرده است. هندهی اورایا یا یک هیلت جبری نشان دهد. اگر او مسافت را برای ۳ سکوت کرایه کند، چه مقدار باید پردازد؟
۲- $Tz - 15 + 2z + Tz - 15z =$
 $z + Tz + 2z + zTz + 2z - 15z =$

۳- در یک رکاب، مسافتی که از پایی هندهی تیزی که مسافت ۲۰۰ تومان می‌گردید. فرض کنید شخص مسافت را برای ۱۱ سکوت کرایه کرده است. هندهی اورایا یا یک هیلت جبری نشان دهد. اگر او مسافت را برای ۳ سکوت کرایه کند، چه مقدار باید پردازد؟
۴- $Tz - 15 + 2z + Tz - 15z =$
 $z + Tz + 2z + zTz + 2z - 15z =$

شماره‌ی بعد

تعداد مریع‌ها

تعداد چوب‌کبریت‌ها

اشتباهات رایج دانشآموزان:

دانشآموزان معمولاً تمرین‌های مشابه $(a + 2b) - 2a - (a + 2b)$ را که در آن‌ها علامت منفی پشت یک پرانتز است، اشتباه می‌کنند. در کلاس بر این موضوع تأکید کنید.

فعالیت موازی:

از دانشآموزان بخواهید به کمک الگویابی، عبارت جبری مناسبی برای یافتن تعداد پاره خط‌ها در شکل \ln هر کدام از

پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری



از دانش آموزان بخواهید فرمول های مختلفی را که به یاد دارند، در کلاس بیان کنند و برای هر کدام مثالی بزنند.



همان طور که می دانید، یکی از کاربردی ترین فعالیت ها در بحث عبارت جبری، پیدا کردن مقدار یک عبارت به ازای مقادیر مختلف متغیر آن است؛ بنابراین، این درس اهمیت فراوانی دارد. ضمن این که میزان اشتباہات دانش آموزان در محاسبات این درس سیار زیاد است.



با ذکر یک مثال و رسم نمودار چند عبارت جبری، مفهوم ازاگذاری را به دانش آموزان یادآوری کنید.



در این کار در کلاس، تمرین های ساده با اهداف اولیه طرح شده اند تا با حل کردن آنها این اطمینان حاصل شود که نکات اصلی در کلاس ثبت شده اند.

پس از بررسی جواب های کار در کلاس صفحه ۵۲، مثال هایی با چند متغیر و توان های ۲ و ۳ را در کلاس طرح کنید و به کمک دانش آموزان، مقدار عبارت جبری را به ازای مقادیر مختلف متغیر بیابید. سپس، از دانش آموزان بخواهید که کار در کلاس صفحه ۵۴ را به دقت انجام دهند.



در تمرین اول، هدف، ازاگذاری با چند متغیر است که در برخی حالات متغیرها توان های ۲ و ۳ دارند. یکی از اهداف مهم آموزش، نحوه تعيين علامت پس از محاسبه های هر جمله است. تمرین دوم با هدف نمایش یکی از کاربردهای عبارت های جبری چند متغیره به دانش آموزان مطرح شده است. در این دو تمرین، دانش آموزان برای اولین بار با ۲ متغیر در یک عبارت

عبارت $2x = 10$ را در نظر بگیر. اگر به جای x عدد ۴ را تا زیر بیند، مقدار $2x = 10$ بهست.
من آب، مقدار عددی $2x = 12$ به ازای $x = 6$ برقرار است با.
همان طور، مقدار عددی $x = 2$ به ازای $x - 2 = 0$ برقرار است با $(-x) + 2 = 2$.

کار در کلاس
۱- کلمل کنید

۲- مقدار عددی هر عبارت را به ازای مقدار یادداشت، حساب کنید.

$x = 2$
 $x + 2 = 4$
 $x - 2 = 0$
 $x + 2 = 2$

۳- مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را به ازای $x = -2$ حساب کنید.

$(-x) = -2$
 $-x + (-2) = -4$

۲۷

جبری روبرو می شوند. این تمرین زمینه ساز استفاده از فرمول ها و روابط در دروس مختلف از جمله مساحت و حجم در ریاضی است.



توصیه های آموزشی:

- از دانش آموزان بخواهید پس از محاسبه های جملات، برای تعیین علامت دو جمله دقت لازم را مبذول دارند.
- از دانش آموزان بخواهید پس از انجام دادن تمرین ۲ کار در کلاس، مثال های دیگری برای عبارت های جبری کاربردی با چند متغیر بیان کنند.



اشتباهات رایج دانش آموزان:

یکی از اساسی ترین اشتباہات دانش آموزان، در تعیین علامت جمله هایی چون $x^2 - x^2$, $x^3 - x^3$, ... به ازای $x = -1$ و دیگر اعداد است. بحث درباره نحوه تعیین علامت می تواند

- اگر این روز در شش ماهه‌ی دوم سال باشد،
باقی مانده‌ی عبارت زیر بر عدد ۷ نمایشگر روز هفته است :

$$(b-1) \times 2 + a + c - 2$$

از دانشآموzan بخواهید این مسئله را در مورد روز تولد خود بررسی کنند.

- مسائلی از قبیل تبدیل تاریخ میلادی به شمسی و عکس آن نیز قابل طرح است.

فعالیت موازی:

از دانشآموzan بخواهید مقدار عبارت $x^2 + 1 - y$ را برای مقادیر مختلف x پیدا کنند؛ مثلاً از ۵ تا ۵. سپس،

مقادیر به دست آمده را به صورت نقاطی $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ روی محور مختصات

(که در سال گذشته آموخته‌اند) علامت بزنند و آن‌ها را به هم وصل کنند.

تلفیق با سایر دروس:

از اگذاری در عبارت‌های جبری شبیه گذاشتن ریشه‌ی فعل در صیغه‌ها و باب‌های مختلف افعال در درس عربی است؛ مثلاً اگر x . س. ب را به باب مفاعله ببریم، محاسبه به دست می‌آید. به کمک دانشآموzan، مثال‌های دیگر را بررسی کنید.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

- دانشآموzan می‌توانند با استفاده از نرم‌افزار اکسل (Excel) در یک ستون، مقدار متغیر و در ستون دیگر، مقدار عبارت‌های جبری موردنظر را به دست آورند. عبارت‌هایی را در کلاس تعیین کنید و از دانشآموzan بخواهید به کمک این نرم‌افزار، مقدارهای دقیق با عدددهای ورودی‌های اعشاری را به دست آورند.

در صفحه‌های گذشته بازی‌عنوانی عبارت‌های جبری و محلبه با آن‌ها آشنا شدیم. آن‌ها به مطابق بخشی دیگر میرود اما:

- عبارت $2x + 3y + 5$ نیز یک عبارت جبری است و مقدار عددی آن به ازای $x = 2$ و $y = 3$ مساوی ۲۳ است.
- همین طور $x^2 + 3y + 5$ یک عبارت جبری است و مقدار عددی آن به ازای $x = 2$ مساوی با ۹ است.

کار در کلاس

۱- مقدار عددی هر عبارت جبری را به ازای مقادیرهای داده شده را بجای x و y حساب کنید.

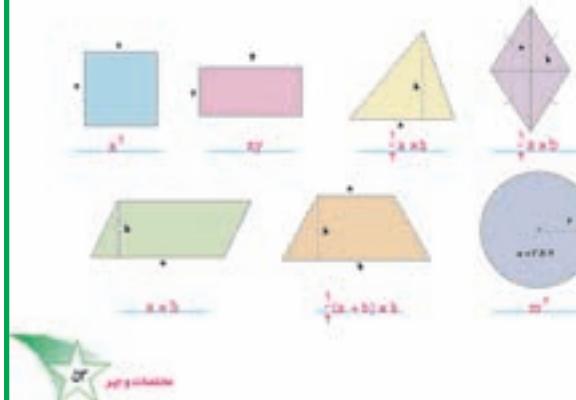
$$x = 2 \quad , \quad y = 1 \quad ; \quad xy + y = 1$$

$$x = 3 \quad , \quad y = -1 \quad ; \quad -xy + 4y = 12 - 4 = 8$$

$$x = 7 \quad , \quad y = 2 \quad ; \quad -x^2 + 4y = -49 + 8 = -41$$

$$x = -2 \quad , \quad y = 0 \quad ; \quad x^2 + xy = 4$$

۲- ساعت هر یک از شکل‌های زیر را با یک عبارت جبری بدل کنید.



مفید باشد.

توسعه:

طرح مسائلی که مشابه مسائل زیر مسیر مناسبی برای توسعه‌ی استفاده از عبارت جبری است.

اگر بدانیم روز اول فروردین چند شنبه است، می‌خواهیم بدانیم روز a از ماه b چند شنبه خواهد بود. راه حل : هر روز هفت‌های را از ۰ تا ۶ شماره‌گذاری می‌کنیم و c می‌نامیم. عبارت جبری مناسب برای این مسئله در دو حالت به دست می‌آید :

- اگر این روز در شش ماهه‌ی اول سال باشد :

باقی‌مانده‌ی عبارت زیر بر عدد ۷ نمایش‌گر روز هفته است :

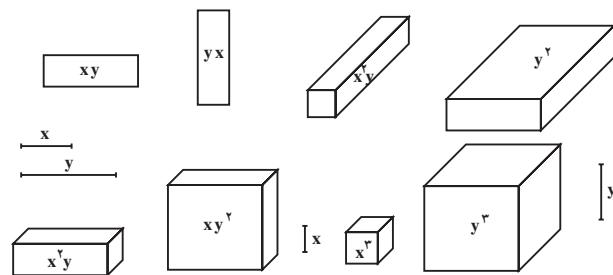
$$(b-1) \times 3 + a + c - 1$$

ساده کردن یک عبارت جبری

ایجاد انگیزه کنید:



در شروع کلاس، پوسترهاي به شکل هاي زير به تخته نصب کنيد و يا مشابه آنها را روی تخته بکشيد.



سپس، از دانش آموزان بخواهيد با فرض $x = 3$ است، مقدار دو عبارت $5x - 2x + 5x$ و $7x + 5x - 2x$ را بدست آورند و با هم مقایسه کنند.

شروع کنید:



از دانش آموزان بخواهيد کلمات و مفاهيمی را که از سال گذشته درباره عبارت جبری در ذهن دارند، برای کلاس توضیح دهند. سپس، متن بالای صفحه ۵۴ را بخوانيد. کلمات قسمت عددی، قسمت حرفی، جملات مشابه را در کلاس به بحث بگذاريid و سپس، از دانش آموزان بخواهيد کار در کلاس را به دقت حل کنند.

هدف کار در کلاس:



– هدف اصلی اين کار در کلاس، يادآوري قوانین سال گذشته است. جملات مشابه و نحوه ساده کردن آنها و حاصل ضرب يك عدد در يك عبارت جبری مباحث طرح شده در سؤال ۱ و ۲ است.

– در تمرین ۳، حاصل ضرب و عبارت جبری بررسی می شود. به دانش آموزان توصیه کنید که به مثال های بيان شده توجه زیادی داشته باشند و الگوی موجود در آنها را کشف کنند.

اشبهات رایج دانش آموزان:



- اصولاً دانش آموزان در عبارت های دارای بیش از یک متغیر مثل xy , y^2x و ... در تشخیص جملات مشابه دچار اشبهای می شوند. به این نکته در کلاس توجه کنید.
- از نظر برخی از دانش آموزان، a^2 و a^3 ... مشابه اند درباره ای این موضوع بحث کنید.

توصیه های آموزشی:



- ساده کردن عبارت های مثل $x+x$, xx , xxx و x^2+x^2 و $(3x^2)$ را در کلاس تمرین کنید.
- درباره ای مساوی بودن $\frac{5}{2}x$ و $\frac{5}{2}$ در کلاس بحث و بررسی کنید.

ساده کردن یک عبارت جبری

عبارت جبری $+7 - 5xy - 3xy + 7$ یک جمله جملاتی است. اين جمله های به جمله داره که عبارت ساده آن: $y - 5xy + 7$. عبارت $y - 5xy + 7$ یک جمله جملاتی است. y قسمت حرفی اين نک جمله و $-5xy + 7$ ضرب هستدي آن است.

برای ساده کردن یک عبارت جبری، جمله های مشابه را با هم جمع من کنم. مثلاً دو نک جملاتی $3xy$ و $-xy$ مشابه هستند. $3xy + (-xy) = 2xy$ و $2xy + 7 = 2xy + 7$.

$$3xy - y + 7 + 2xy + 2y = 5xy + 7 + 2y$$

کار در کلاس

$$\begin{aligned} & 1. \text{ عبارت های جبری را ساده کنید:} \\ & 7xy + x^2 + 2xy = \underline{\underline{x^2 + 9xy}} \\ & 7x - 3xy + 7xy = \underline{\underline{7x}} \\ & 3(-2x) = \underline{\underline{-6x}} \\ & (-\sqrt{5})(-\sqrt{5}) = \underline{\underline{5}} \\ & \text{که را در هم ضرب می کنند:} \\ & (7x)(-2y) = -14xy \\ & \text{حال حاصل ضرب های زیر را بحث کنید:} \\ & (7x)(-2y) = -14xy \\ & (-8)(-8) = \underline{\underline{64}} \end{aligned}$$



وجود دارد که ۴ خاصیت جمع در کلاس اول راهنمایی بررسی شده است : جابه‌جایی، جمع با صفر، جمع یا قرینه و قرینه‌ی مجموع و از دیگر خواص جمع و ضرب که در دبستان با ذکر مثال به دانشآموزان گفته شده، توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع و تفریق است. با یادآوری این مباحث، از دانشآموزان بخواهید فعالیت صفحه‌ی ۵۵ کتاب را با حوصله بخوانند و به سؤال‌ها پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

هدف اصلی این فعالیت، ایجاد تصویری عینی از خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع و تفریق است.

آموزش دهید:

پس از بررسی جواب فعالیت قبل، این خاصیت را با ذکر مثال در کلاس توضیح دهید. بیان تشابه این خاصیت با خاصیت‌های موجود در محاسبه‌ی اعداد می‌تواند به فهم بهتر آن کمک کند. سعی کنید مثال‌های طرح شده همه‌ی حالت‌ها را دربر گیرد. به دانشآموزان یادآوری کنید که در گذشته، یک حالت خاص از این خاصیت را دیده و از آن استفاده کرده‌اند. عبارت‌هایی مثل $(2a - b)$ در حقیقت بدین صورت بوده‌اند :

$$a + (-1)(2a + b)$$

پس از حصول اطمینان، از دانشآموزان بخواهید کار در کلاس صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

در سؤال اول این کار در کلاس تقریباً تمامی حالاتی که می‌توان از این خاصیت استفاده کرد، طرح شده‌اند. مخصوصاً در حالت آخر که شاید به ظاهر برای دانشآموزان حتی عجیب به نظر آید. تمرین دوم در جنبشی عکس خاصیت توزیع پذیری است که در اصطلاح فاکتورگیری گفته می‌شود. این تمرین از این جهت بسیار حائز اهمیت است. پیدا کردن جمله‌ی مشترک موجود، چه در اعداد چه در قسمت حرفی جملات، از اهداف اصلی این تمرین به شمار می‌رود. شاید میزان استفاده از عکس این خاصیت بیشتر از خود آن باشد؛ بنابراین، کسب این مهارت ضروری به نظر می‌رسد.

توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع و تفریق



فعالیت
به شکل‌های زیر توجه کنید: مساحت هر مستطیل را با انتساب یک عبارت جبری، در زیر آن نشان دهید.



با توجه به این که مستطیل سمت جای به در مستطیل سمت راست تفسیر شده است، برای بودن مساحت‌ها را با یک تضادی جبری نشان دهید.

برای ضرب یک عدد در مجموع دو جمله، می‌توان آن عدد را بر جمله ضرب و عامل را جمع کرد (علیله) :

$$\frac{3}{4}(b+c) = \frac{3}{4}b + \frac{3}{4}c$$

$$3(b-c) = 3b - 3c$$

به طور کلی

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$a(b-c) = ab - ac$$

آن سلوک‌ها توزیع ضرب را نسبت به جمع و تفریق، عبارت‌های زیر را نشان دهند.

$$(7x)(7y - 7z) = -7xz + 49xy$$

$$(7x)(-7y + 7z) = -98xz + 49x^2$$

کار در کلاس

۱- با استفاده از توزیع ضرب را نسبت به جمع و تفریق، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$(7x)(7y - 7z) = \underline{\underline{\underline{7xy - 7yz}}}$$

$$7y(7x - 7y) = \underline{\underline{\underline{7xy - 49y^2}}}$$

توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع و تفریق

ایجاد انگیزه کنید:

فعالیت اولیه‌ی این درس باعث ایجاد انگیزه در بین دانشآموزان خواهد شد ولی قبل از شروع کار می‌توانید از دانشآموزان بخواهید مقدار دو عبارت زیر را به کمک ماشین حساب یا با محاسبه به دست آورند و با هم مقایسه کنند.

$$11 \times 17 + 11 \times 73 \text{ و } (73 + 17) \times 11$$

از آن‌ها بخواهید که در میان این اعداد الگویی بیابند و مثال مشابهی را در کلاس مطرح کنند.

- در دوره‌ی دبستان، این خاصیت برای دانشآموزان بیان شده بود. همراه داشتن کتاب چهارم دبستان و سیله‌ای برای ایجاد انگیزه مناسب است.

شروع کنید:

همان‌طور که می‌دانید، خواص مختلفی در محاسبات اعداد

ادامه دهید:

ادامه دهید:

پس از بررسی جواب‌های کار در کلاس، از دانشآموزان بخواهید به کمک یافته‌های خود، پاسخ سوالات فعالیت بعدی را پیدا کنند و قانون موردنظر آن را کشف نمایند. سپس، یافته‌های خود را با اعضای گروه بررسی کرده و نظر نهایی گروه را اعلام کنند.

هدف فعالیت:

این فعالیت در سه سؤال طرح شده است و سه هدف پیوسته را دنبال می‌کند. در تمرین اول، هدف، بسط خاصیت توزیع پذیری است؛ به عبارت دیگر، یافتن حاصل ضرب دو پرانتز هدف اصلی تمرین است. در تمرین دوم، هدف، درک تفاوت حاصل به توان رساندن یک پرانتز و تک تک اجزای آن است و در تمرین سوم یافتن نحوه‌ی محاسبه‌ی توان دوم یک پرانتز موردنظر است.

توصیه‌های آموزشی:

از دانشآموزان بخواهید در طول محاسبات، خواص مورد استفاده را بیان کنند. این کار باعث می‌شود که برای هر محاسبه‌ی خود دلیلی ارائه دهند که خود باعث جلوگیری از عمل‌های بدون دلیل خواهد شد. جایه‌جایی، ساده‌کردن، توزیع پذیری، عکس توزیع پذیری، شرکت‌پذیری، ترتیب انجام عملیات و ... دلایلی است که دانشآموزان بیان می‌کنند.

– پس از انجام گرفتن فعالیت اول، از دانشآموزان بخواهید شکلی را برای تساوی زیر پیشنهاد کنند.

$a(d - c) = ad - ac$

– اهمیت استفاده‌ی صحیح از عکس خاصیت توزیع پذیری بسیار زیاد است و چون این مباحث طرح پایه‌ی این فعالیت خواهند بود، پیشنهاد می‌شود که انتخاب فاکتور مشترک و درست نوشتن پرانتز از همان ابتدا مورد توجه قرار گیرد.

– در فعالیت دوم، توصیه می‌شود دانشآموزان برای به دست آوردن $(a+b)(c+d)$ شکلی را به کمک شکل اولیه پیشنهاد کنند.

– تفاوت $(a+b)^2$ و $a^2 + b^2$ برای دانشآموزان کمی

عجب به نظر می‌رسد. درباره‌ی این موضوع در کلاس بحث کنید.

- بیان مفهوم اتحاد و صورت اتحادهای دیگر موردنظر کتاب نیست، بنابراین، در متن درس این موضوع پیشنهاد نمی‌شود ولی به عنوان یک موضوع توسعه‌ای، در صورت تمایل قابل طرح است.
- در تمرین‌های پایانی به حالات مختلف مورد نیاز توجه شده است. دقت در بررسی آن‌ها را به دانشآموزان توصیه کنید.
- در تمرین ۶، ممکن است برخی از دانشآموزان الگوی اتحاد مزدوج $((a-b)(a+b))$ را کشف کنند که بیان آن در کلاس جالب توجه خواهد بود. تمرین ۷ نیز یک مسئله‌ی الگویابی است.
- به دانشآموزان یادآوری کنید که در برخی موارد بهتر است برای به دست آوردن مقدار عددی یک عبارت، ابتدا آن را ساده کنند ولی در برخی موارد این گونه نیست و نمی‌توان یک قانون کلی بیان کرد.

$$x = 0 : (x - 4)(x - 1)$$

مثال:

پس از بررسی جواب‌های کار در کلاس، از دانشآموزان بخواهید به کمک یافته‌های خود، پاسخ سوالات فعالیت بعدی را پیدا کنند و قانون موردنظر آن را کشف نمایند. سپس، یافته‌های خود را با اعضای گروه بررسی کرده و نظر نهایی گروه را اعلام کنند.

هدف فعالیت:

این فعالیت در سه سؤال طرح شده است و سه هدف پیوسته را دنبال می‌کند. در تمرین اول، هدف، بسط خاصیت توزیع پذیری است؛ به عبارت دیگر، یافتن حاصل ضرب دو پرانتز هدف اصلی تمرین است. در تمرین دوم، هدف، درک تفاوت حاصل به توان رساندن یک پرانتز و تک تک اجزای آن است و در تمرین سوم یافتن نحوه‌ی محاسبه‌ی توان دوم یک پرانتز موردنظر است.

توصیه‌های آموزشی:

از دانشآموزان بخواهید در طول محاسبات، خواص مورد استفاده را بیان کنند. این کار باعث می‌شود که برای هر محاسبه‌ی خود دلیلی ارائه دهند که خود باعث جلوگیری از عمل‌های بدون دلیل خواهد شد. جایه‌جایی، ساده‌کردن، توزیع پذیری، عکس توزیع پذیری، شرکت‌پذیری، ترتیب انجام عملیات و ... دلایلی است که دانشآموزان بیان می‌کنند.

– پس از انجام گرفتن فعالیت اول، از دانشآموزان بخواهید شکلی را برای تساوی زیر پیشنهاد کنند.

$$a(d - c) = ad - ac$$

– اهمیت استفاده‌ی صحیح از عکس خاصیت توزیع پذیری بسیار زیاد است و چون این مباحث طرح پایه‌ی این فعالیت خواهند بود، پیشنهاد می‌شود که انتخاب فاکتور مشترک و درست نوشتن پرانتز از همان ابتدا مورد توجه قرار گیرد.

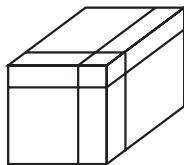
– در فعالیت دوم، توصیه می‌شود دانشآموزان برای به دست آوردن $(a+b)(c+d)$ شکلی را به کمک شکل اولیه پیشنهاد کنند.

– تفاوت $(a+b)^2$ و $a^2 + b^2$ برای دانشآموزان کمی

دست آورید و جدول را کامل کنید.

عبارت	حاصل به ازای $a=1$	حاصل به ازای $a=0$	حاصل به ازای $a=2$	حاصل به ازای $b=1$
$(a-b)^2$				
$a^2 - b^2$				
$a^2 - 2ab + b^2$				

از این فعالیت و مقایسهٔ جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



از دانش‌آموزان بخواهید یک مکعب توپر را به صورت شکل زیر برس بدھند و به کمک آن، مقدار $(a+b)^3$ را بیان کنند.

این موضوع می‌تواند به عنوان یک فعالیت خارج از کلاس نیز پیشنهاد شود.

– بیان تمرین‌های حل شده‌ی همراه با اشتباه مثل $(5x)^2$ ، $\frac{7x-4}{2} + \frac{3x-1}{4} - 2$ و ... می‌تواند مسیر خوبی برای آموزش و توسعه باشد.

– بحث دربارهٔ فاکتورگیری و اتحادها در صورت آمادگی کلاس می‌تواند یک مسیر توسعه باشد.



از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از روزنامه یا منابع دیگر یا مراجعه به بانک، چگونگی محاسبه‌ی سود علی الحساب ماهانه‌ی حساب بلند مدت یکی از بانک‌های کشور را به صورت عبارت جبری بنویسند و به ازای مقادیر مختلف سپرده‌گذاری، این سود را محاسبه کنند.

۱- مقایسه عددی عبارت‌های جبری را به ازای مقادیر داده شده حساب کنید.

$$x=1, y=1 \quad ; \quad xy = x^2 + y^2 \quad x=-1, y=1 \quad ; \quad xy = -x^2 - y^2$$

۲- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$xy + 2ax + 2ay + 1 = abx + xy + 1 \quad xy + 2a^2 + 2y^2 + 1 = ab + 2a^2 + 2y^2$$

$$2ab + xy + ab - x + y = abx + xy + 1 = ab + xy - x + y$$

$$4abc + 7ab^2 + 7a^2c - yabc - a^2 \quad y + xy + 2ax + 2ay - xy + x + y + 1 =$$

$$+ 7abc + 7a^2c + 7a^2b$$

۳- حاصل ضرب‌های زیر را حساب کنید.

$$-x(-1x) = -1x^2 \quad A(-1x) = -1Ax$$

۴- ضرب‌های زیر را انجام دهد.

$$xy(-1x + yb) = -x^2y + xy^2 \quad a(xy + y) = a^2xy + ay$$

$$-Ax(-1x + b) = -1x^2 - Ax^2 \quad (xy + b)x = Tax + bx$$

۵- هر عبارت را به صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید.

$$ab + ac = a(b + c) \quad ab - ac = a(b - c)$$

$$ab + 7abc = a(b + 7c) \quad 7ab + 7a^2c = a(7b + 7c)$$

۶- حاصل هر ضرب را به است آورید و عبارت حاصل را ساده کنید.

$$(x + b)(x + c) = x^2 + xc + bx + bc \quad (x + T)(x + V) = x^2 + Tx + T$$
 $(x + T)(x + b) = x^2 - Tx + bx - Tb \quad (x + F)(x - F) = x^2 - FF$
 $(x + T)^2 = x^2 + 2x + T \quad (x - b)^2 = x^2 - 2xb + b^2$
 $(x + T)(x - T) = x^2 - T^2 \quad (x + b)(x - b) = x^2 - b^2$

۷- به جمله‌ای اندکی زیر توجه کنید.

در این دستگاهی عددی، عدد ششم و هفتم به ترتیب چه معنایی هستند؟ $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{3}$

عدد هفتم را با یک، عبارت جبری نشان دهد.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

یکی از رایج‌ترین اشتباهات دانش‌آموزان در این درس، ساده کردن عبارت‌هایی مثل $(a+b)^2$ است. آن‌ها معمولاً حاصل $a^2 + b^2$ می‌نویسند. برای جلوگیری از این اشتباه، به تعریف توان اشاره کنید.

$$A^2 = A \times A$$

بهتر است دانش‌آموزان به جای $A + B$ عبارت $(a+b)^2$ را بنویسند تا متوجه شوند چرا قبل از به توان رساندن باید دو پرانتز را درهم ضرب کنند. فعالیت زیر نیز در فهم این مطلب کمی کند.



حاصل عبارت‌های زیر را به ازای عده‌های داده شده به

معادله

موضوعات در یک نگاه

درس معادله نیز در امتداد این درس از کلاس دوم راهنمایی است؛ با این تفاوت که روش حل معادلات کسری در سال سوم اضافه شده است. ابدا با یادآوری نمودارهای حل معادله، روش حل معادلات یک مجهولی درجه اول مرور و سپس چگونگی حل معادلات کسری درجه اول آموزش داده می‌شود. در پایان نیز راهبرد تشکیل معادله برای حل مسئله مجدداً مطرح و تمرین می‌شود.

اهداف

در فرایند آموزش این درس، انتظار می‌رود هر داش آموز به هدف‌های زیر برسد.

- با استفاده از نمودار حل معادله، روش حل معادلات یک مجهولی درجه اول را نتیجه‌گیری کند.
- معادلات یک مجهولی درجه اول را حل کند.
- معادلات کسری یک مجهولی درجه اول را حل کند.
- با راهبرد تشکیل معادله، مسئله‌ها را حل کند.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\frac{x-1}{3} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{6}$$

$$3(2x-1) - 3x - 7 = 2x - 5$$

$\frac{x-1}{3} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{6}$
۳- طول یک مستطیل از ۳ برابر عرض آن ۲ واحد بیشتر است. اگر محیط این مستطیل ۲۲ سانتی‌متر باشد، مساحت آن را پیدا کنید.

(راهنمایی: $3x + 2 = \text{طول} \rightarrow x = \text{عرض}$)

۲- آیا $x = 3$ پاسخ معادله‌ی زیر است؟ چرا؟

یادداشت معلم

شناختن اهداف مبحث معادله

وازگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	درس‌ها
وazgian	نمودار حل معادله معادله جواب معادله	نمودار حل معادله نمودار حل معادله	<ul style="list-style-type: none"> - مطالعه‌ی متن و تکمیل آن - انجام دادن کار در کلاس برای تمرین تابع گرفته - با استفاده از نمودار حل معادله، تیجه‌ی زیر را درک کند. - با استفاده از نمودار حل معادله، تیجه‌ی زیر را درک شده. - با استفاده از نمودار حل معادله، تیجه‌ی زیر را درک کند. - $x + a = b \rightarrow x = b - a$ - $ax = b \rightarrow x = \frac{b}{a}$ 	<p>۵۸ ۵۹</p> <p>نمودار حل معادله نمودار حل معادله</p>
	عدد معالم ضریب مجهول	نمودار حل معادله نمودار حل معادله	<ul style="list-style-type: none"> - مطالعه‌ی متن و تکمیل آن - انجام دادن کار در کلاس برای تمرین حل معادله - انجام دادن فعالیت برای درک روش حل معادلات - انجام دادن فعالیت برای درک روش حل معادله کسری آن را کسری - مطالعه‌ی متن - انجام دادن کار در کلاس برای تمرین حل معادلات کسری 	<p>۶۰ ۶۱ ۶۲</p> <p>حل معادله درجه یک حل معادله به کمک نمودار را درک کند. معادله به صورت $c = ax + b$ را حل کند. روش حل معادلات کسری را درک کند. روش حل معادله کسری آن را درک کند.</p>
	راهبرد تشکیل معادله	-	<ul style="list-style-type: none"> - با استفاده از راهبرد تشکیل معادله، مسئله را حل کند. - مطالعه‌ی متن و تکمیل آن - انجام دادن کار در کلاس برای تمرین تشکیل معادله 	<p>۶۳ ۶۴</p> <p>راهبرد تشکیل معادله حل مسئله تشکیل معادله</p>

پادآوری



ایجاد انگیزه کنید:

– از دانش آموزان بخواهید درباره‌ی این جمله توضیح

دھند : «معادلهی زیر را حل کنید»

— از دانش آموزان بخواهید ارتباط بین شکل بالای

صفحه‌ی ۵۸ و درس معادله را بیان کنند.

برای دانشآموزان دستگاهی را معرفی کنید که عدد دو، ورودی را پنج برابر می‌کند. از آن‌ها بخواهید دستگاهی را به انتهای آن اضافه کنند که خروجی مجموع آن، همان عدد ورودی باشد. عمل دستگاه اول را تغییر دهید؛ سپس، از دانشآموزان

بخواهید طراحی دستگاه دوم خود را تصویح کنند.



شروع کنید:

این دو صفحه از کتاب کاملاً یادآوری درس معادله‌ی سال دوم راهنمایی است؛ بنابراین، بدون توضیح از دانش آموزان بخواهید به سوال‌های صفحه‌ی ۵۸ پاسخ دهند و پس از بحث در مورد آن‌ها، کار در کلاس ص ۵۹ را حل کنند.



هدف کار در کلاس:

هدف این کار در کلاس، تمرین دو روش اصلی، برای حل

$ax = b$ و $x + a = b$: معادله است



آموزش دهد:

هدف اصلی این قسمت، حل دو نوع معادله‌ی ساده است :
 $x + a = b$ و $ax = b$. با مثال‌های مختلف، روش حل این دو معادله را در کلاس بررسی کنید. برگزاری مسابقه‌ی گروهی می‌تواند راهی رسیدن به هدف باشد.



توصه‌های آموزشی:

- نوشتن مراحل حل معادله، روش مناسبی برای جلوگیری از اشتباهات رایج است. اگر دانش آموزی این دو نوع معادله‌ی ساده را به خوبی درک کند، مسلماً در حل معادلات پیچیده‌تر پسیار موفق خواهد بود.



– هدف از رسم نمودار، ایجاد یک درک ذهنی و شهودی است. از این ابزار پرای رسیدن به این هدف استفاده کنید.

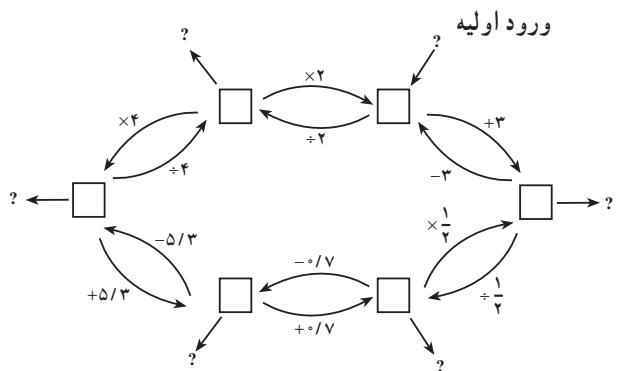
- مثال‌های غیرعادی مثل $\frac{1}{5}x = \frac{1}{3}$ - $x + 7 = 2$ یا

$\frac{1}{5}x = 7$ کنید.

– در حل معادله از همان ابتدا مرحله‌ی بازگشت به عقب را جدی بگیرید. اصولاً در حل معادله، دانش‌آموز باید خود درستی یا نادرستی پاسخ خویش را به دقت بررسی کند.



عدد ۵ را وارد دستگاه می کنیم؛ از هر مریع چه عددی خارج می شود، آیا بعد از چند دور چرخش، باز هم همین اعداد خارج می شوند؟ اگر ۵ را از مریع دیگری وارد کنیم، آیا جواب ها تغییر می کنند؟



استفاده از ابزار و تکنولوژی:

به کمک نرم افزار اکسل می‌توان پیشنهاد سوم ایجاد انگیزه را در کلاس توسط دانش‌آموزان اجرا کرد و درباره‌ی اعداد مختلف بررسی کرد؛ مثلاً در این برنامه سه ستون را در نظر بگیرید. در ستون اول، عدد را وارد کنید. ستون دوم را طوری طراحی کنید که مثلاً اعداد ستون اول را $\frac{2}{5}$ برابر کند و سپس، ستون سوم را به گونه‌ای طراحی کنید که عدد بدست آمده همان عدد ستون اول باشد.

کار در کلاس

۱. کمل کرد

$$\begin{array}{l} \text{۱. } 1+2=3 \\ \text{۲. } 3-2=1 \\ \text{۳. } 5+6=11 \end{array}$$

۲. مدل‌های زیر را حل کرد

$$\begin{array}{l} \text{۱. } x+2=5 \\ \text{۲. } x-3=11 \\ \text{۳. } x+\frac{2}{3}=-\frac{5}{3} \end{array}$$

۳. کمل کرد

$$\begin{array}{l} \text{۱. } 2x=17 \\ \text{۲. } x=\frac{17+4}{2} \\ \text{۳. } x=\frac{21}{2} \end{array}$$

۴. مدل‌های زیر را حل کرد

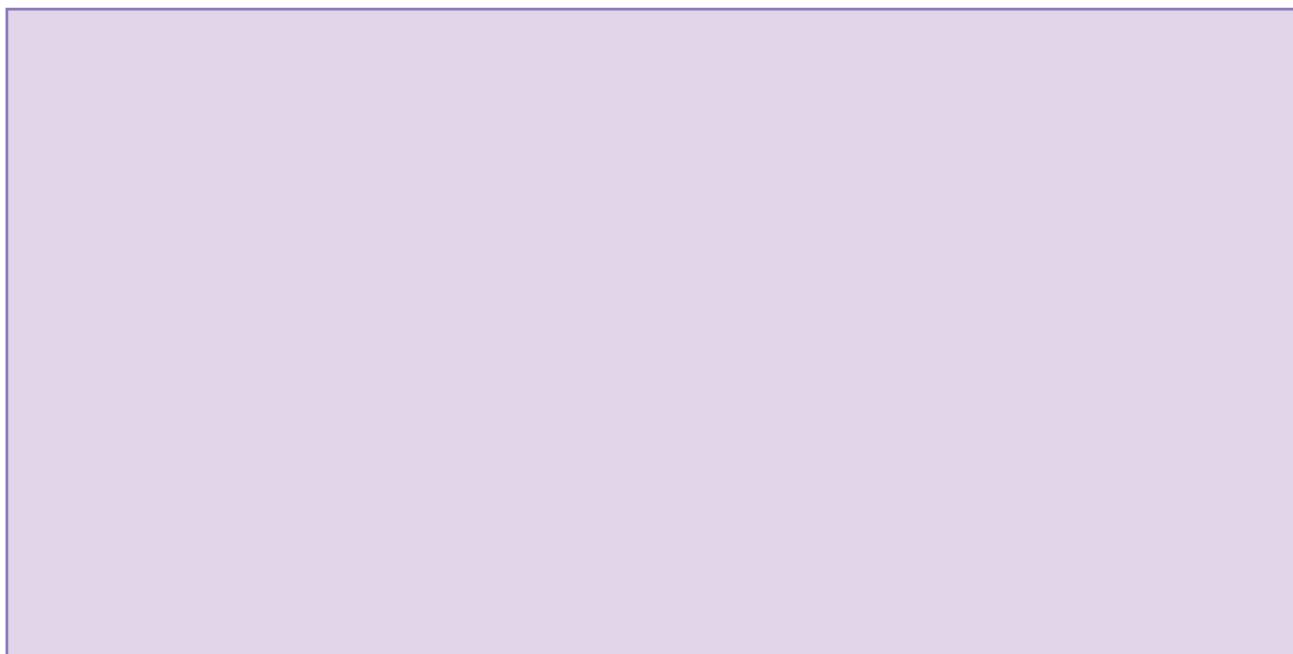
$$\begin{array}{l} \text{۱. } 2x=-10 \\ \text{۲. } x=1 \\ \text{۳. } x=\frac{1}{2} \end{array}$$

۵. کمل کرد

$$\begin{array}{l} \text{۱. } -7x=1 \\ \text{۲. } x=-\frac{1}{7} \\ \text{۳. } x=\frac{1}{7} \end{array}$$

دانش‌آموز

یادداشت معلم



روش حل معادله

ایجاد انگیزه کنید:



در ابتدای کلاس، مسئله‌ی زیر را برای دانشآموزان طرح کنید و از آن‌ها بخواهید (به صورت گروهی یا فردی) عدد مورد نظر را پیدا کنند.

– اگر گفتید چه عددی را در نظر گرفته‌ام؟

عدد مورد نظر را با ۵ جمع کردم، ۲ تا از حاصل آن کم کردم، حاصل را در ۲ ضرب کردم، ۱۵ تا از آن برداشتیم، حاصل را به ۲ تقسیم کردم؛ عدد ۴ به دست آمد.

شروع کنید:



هدف اصلی این درس، حل کردن معادلات پیچیده‌تر است. اگر دانشآموز مراحل ساده‌سازی یک معادله را به خوبی درکند و علت تغییرات به وجود آمده – مثلًاً تغییر علامت و ... – را بفهمد، حل کردن هر نوع معادله‌ای برای او ساده خواهد بود اما اگر فقط به فکر حفظ کردن آن‌ها باشد، باید به تعداد صورت‌های مختلف معادله، راه حل حفظ کند که عملی نخواهد بود؛ بنابراین، با توجه به این نکته، آموزش این قسمت را آغاز کنید.

آموزش دهید:



با توجه به مباحث گذشته، پیش‌بینی می‌شود حل معادله $c = ax + b$ برای دانشآموزان دشوار نباشد بلکه تبدیل حالت‌های دیگر به این حالت برای آن‌ها کمی دشوار پیش‌بینی می‌شود. از این فرصت استفاده کنید و در حین حل معادلات $c = ax + b$ ، درباره‌ی علت تغییر علامت در زمان جایه جایی عددها در دو طرف تساوی بحث کنید. این موضوع از دو طریق قابل بحث است:

۱- به کمک نمودار و حرکت معکوس روی آن (این روش مناسب است اما برای مثال‌هایی چون $2x + 3 = 3x + 4$ قابل توصیف نیست).

۲- به کمک اضافه و کم کردن یک مقدار مساوی در دو طرف یک تساوی؛
به دانشآموزان توضیح دهید اگر در یک تساوی به دو

روش حل معادله

اینک مقدنه‌ی $2x + 3 = 2x - 6$ را در نظر می‌گیرم. می‌خواهم این مقدنه را حل کنم؛ پس
بنده به ازای چه مقادیر x ، مقادیر عددی $2x + 3$ و $2x - 6$ منته‌ی $2x + 3 = 2x - 6$ را نمودار می‌نمایم.

من کم کم ناچار $2x + 3$ به دست آمد. پس، $2x + 3$ را بر ۵ تقسیم می‌کنم تا
مقادیر x به دست آمد. مراحل حل مقدنه را کلید کنم.

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 2x - 6 \\ 2x + 3 - 2x &= 2x - 6 - 2x \\ 3 &= -6 \end{aligned}$$

به عنوان مثال دیگر، مقدنه‌ی $2x - 7 = 2x + 2$ را در نظر بگیرم.
همان طور که می‌بینید، از ای جمل کردن آن به صورت زیر عمل می‌کنم

$$\begin{aligned} 2x - 7 &= 2x + 2 \\ 2x - 7 - 2x &= 2x + 2 - 2x \\ -7 &= 2 \end{aligned}$$

جهتله‌ی -7 را از طرف چپ مقدنه به طرف راست می‌برم و علامت آن را عوض می‌کنم.
مقادیر معلوم – یعنی $10 = 2x + 2$ را بر ضرب مجهول x تقسیم کنم.

$$\begin{aligned} 10 &= 2x + 2 \\ 10 - 2 &= 2x \\ 8 &= 2x \end{aligned}$$

جهتله‌ی 8 را از طرف چپ مقدنه به طرف راست ببرید و علامت آن را عوض کنم.
برای جستجوی آن، مقادیر معلوم را بر ضرب مجهول تقسیم کنم.

کار دو گلکس

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{8}{2x} \\ 2x &= 8 \\ 2x : 2 &= 8 : 2 \\ x &= 4 \end{aligned}$$



طرف آن یک مقدار برابر اضافه و یا کم شود، تساوی از بین نخواهد رفت (مثلاً $7 = 2x + 4 = 7 + 4$) و بر عکس. برای مثال یک معادله را به این صورت حل می‌کنیم (البته مراحل اضافی فقط برای توضیح دادن است و نوشت آن‌ها لازم نیست؛ راه حل شبیه گذشته خواهد بود).

$$3x - 4 = 9$$

$$3x - 4 + 4 = 9 + 4$$

$$3x = 13$$

$$x = \frac{13}{3}$$

معادلات دیگر را هم با این روش می‌توان توضیح داد:

$$2x + 4 = 3x - 6$$

$$2x + 4 - 4 = 3x - 6 - 4$$

$$2x - 3x = 3x - 3x - 6 - 4$$

$$-x = -10$$

$$x = 10$$

عدد، می‌توان ظاهر معادله را بسیار ساده کرد. تجربه‌ی این روش برای دانش‌آموزان بسیار مفید خواهد بود.

آموزش دهید:

فعالیت را جمع‌بندی کرده و با ذکر چند مثال، این تفکیک را در کلاس تمرین کنید. سپس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس صفحه‌ی ۶۲ را در دفتر خود به دقت حل کنند.

هدف کار در کلاس:

هدف این کار در کلاس، تمرین حل معادلات کسری یک مجھولی و درجه‌ی اول است.

توصیه‌های آموزشی:

– از دانش‌آموزان بخواهید مرحله‌ی بازگشت به عقب را فراموش نکنند و خود درباره‌ی درستی جواب به دست آمده قضاوت کنند.

– یکی از روش‌های حل معادلات، حدس و آزمایش است. اگر دانش‌آموزان به استفاده از این راهبرد علاقه داشته باشد، در صورت اطمینان از یادگیری روش‌های پیشین، استفاده از این روش با تنظیم جدول و حدس و آزمایش قابل قبول خواهد بود.

– نوشتن زیر هم مراحل حل معادله، بسیار اهمیت دارد. دانش‌آموزان خود را عادت دهید که منظم، زیر هم و کامل بنویسند.

– کلماتی مثل ضرب مجھولی، معلوم و ... در کلاس به توضیح نیاز دارند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

– دانش‌آموزان معمولاً در هنگام ضرب معادله در یک عدد، فراموش می‌کنند آن عدد را در عده‌های ثابت ضرب کنند. این موضوع در کلاس به مهارت نیاز دارد.

– دانش‌آموزان در جایه‌جایی ax از یک طرف تساوی به طرف دیگر متغیر علامت را فراموش می‌کنند. این موضوع را در کلاس به بحث بگذارید.

توسعه:

– از دانش‌آموزان بخواهید شیوه‌های ابتکاری خود را

۱- مطالعه‌ی زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 7x + 7 &= 14 \\ 7x + 7 - 7 &= 14 - 7 \\ 7x &= 7 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8x - 8 &= 16 \\ 8x - 8 + 8 &= 16 + 8 \\ 8x &= 24 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

۲- مطالعه‌ی زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} &= \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \\ x &= \frac{2}{3} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

این $\frac{1}{3}$ را به طرف دیگر نسلوی بینید.
عدد معلوم را در ضمیمه مجهول تقسیم کنید.
باشد تکرار نکر، مقسوم $\frac{1}{3}$ را به دست آورید.
آن می‌دانید که دو طرف یک نسلوی را می‌توان در عده‌ی غیر ضرر ضرب کرد. هر یک عدد مثبت استطیاب کنید: آن را در طرف نسلوی زیر ضرب کنید. ضرب کنید ناتایخ گیرها ازین بروز. مطالعه‌ی ۴ دست
آندره حل کنید.

۳- مطالعه‌ی زیر را در معرفت کنید: آن را در طرف نسلوی زیر ضرب کنید. ضرب کنید ناتایخ گیرها ازین بروز. مطالعه‌ی ۴ دست
آندره حل کنید.

۴- مطالعه‌ی زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ 1x &= 1 \\ 1x &= 1 \end{aligned}$$

رای حل گزین معلماتی ملک معلماتی
روزهای سه توایی طرفین نسلوی را در مخرج
متنازع کسرها ضرب کنید آن را در اینجا مطرح
متنازع $= 2$ است.

پس از این بحث، از دانش‌آموزان بخواهید متن صفحه‌ی ۶۰ را مطالعه کنند و به سوال‌های آن پاسخ دهند. سپس، کار در کلاس صفحه‌ی ۶۰ و ۶۱ را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

هدف اصلی کار در کلاس، ضمن حصول اطمینان از یادگیری حل معادله، تأکید بر درستی نحوه نوشتن جواب است.

ادامه دهید:

پس از بررسی جواب‌ها و یافتن علت اشتباهات دانش‌آموزان، از آن‌ها بخواهید فعالیت صفحه‌ی ۶۱ را به دقت بخوانند و دو راه حل طرح شده در این فعالیت را با هم مقایسه کنند و بگویند که کدام راه حل مناسب‌تر است.

هدف فعالیت:

هدف اصلی فعالیت، آموزش استفاده از قوانین جبری برای حل معادله است. در این مثال، با ضرب دو طرف تساوی در یک

گاردرکلنس

معلم‌های نیر را حل کنید

$$\frac{4}{3}x - \frac{5}{3} = -\frac{7}{4} - \frac{11}{4}$$

$$-\frac{4}{3}x + 5 = \frac{1}{3} + \frac{11}{3}$$

$$7x + \frac{7}{3} = \frac{7}{3} - \frac{7}{3}$$

راهبرد تشکیل معادله

همانطور که در کلاس شروع اخذی آموختند، گفته برای حل گردن یک مسئله، با توجه به راهبرد تشکیل معادله می‌توانم معلم‌های نیر سیم و با حل کردن آن، بلطف مسئله را بحث آورم. به مثال نیر توجه کنید

پذیرش آموزی با این اشاره معلم‌های نیر می‌گفتند. توکلی همچو ۷۰٪ کوشن را این پذیرش آموزی داشت. این پذیرش آموزی، طرز مطرح فنی معلم‌های نیر را بدانست

با توجه به این مسئله، می‌توانید راهبرد نیر را بخوبی:

لولی پذیرش آموزی - تئیت کتابخانه - این اشاره همچنان ۷۰٪

بس اشاره هستگی داشت آموز را ۳۰٪ کوشن در نظر بگیرید، و معلم‌های مربوط به آن را بخوبی:

$$7x = 7x + 7$$

$$x = 1$$

گاردرکلنس

با توجه به راهبرد تشکیل معادله، هر یک از معلم‌های نیر را حل کنید.

۱- پذیرش آموزی در کلاس های مدرسی، ۲۰٪ داشت آموز را. هر سه نفر از داشت آموز این نیروی یک نیزگفتند می‌شنبندند و یک هر یک معلم‌های نیزگفتند. چند نیزگفتند در این کلاس هستند؟

$$7x = 7x - 1$$

$$x = 1$$

تمام نیزگفتند ۲۰٪

از آنجا که در کتاب سوم صفحات آموزش راهبرد حل مسئله حذف شده است، ۴ مرحله‌ی مدل پولیا نیاز به یادآوری دارد. این درس فرصت خوبی برای یادآوری این ۴ مرحله شامل ۱- فهمیدن مسئله، ۲- انتخاب راهبرد، ۳- حل مسئله و ۴- بازگشت به عقب است.

آموزش دهید:

طی گفت‌وگویی با دانش‌آموزان، مراحل تشکیل یک معادله را در کلاس مطرح کنید. اولین قدم، یافتن مجهول یا مجهول‌هاست که باید به کمک یک متغیر توصیف شود. گاهی ممکن است ظاهر مسئله چند مجهول داشته باشد که البته به هم وابسته‌اند. پس از تعیین متغیر و مجهول، جمله‌های مسئله را باید به زبان ریاضی بیان کنیم و پس از تشکیل و حل معادله، درباره‌ی درستی یا نادرستی، معقول یا نامعقول بودن، واقعی بودن یا نبودن آن فکر و بررسی کنیم.

پس از این بحث، از دانش‌آموزان بخواهید کاردرکلاس

برای حل معادلات با ظاهر متفاوت اعلام کنند؛ معادلاتی چون

$$50000x + 100000 = 1600000$$

$$ii) \frac{x-1}{2x-1} = \frac{3x-2}{4x-2}$$

$$iii) \frac{3x}{7} + \frac{2x-1}{14} - 3 = 2x-1$$

$$iv) \frac{8x-4}{4} - 2x = 7 / (x+2)^2 + (y+3)^4 = 0 /$$

$$(x-2)(x-6)(x+4) = 0 / x^2 + 3 = 7 /$$

$$x^2 - 3 = 13 / 1 - \frac{1}{x-1} = 0$$

درباره‌ی انواع معادلات با تعداد متغیرهای بیشتر، بحث کنید؛ مثلاً دو معادله، دو مجهول - یک معادله دو مجهول - یک معادله چند مجهول - که برای حل کردن آن‌ها به فرض کردن مقدار متغیرهای اضافی نیازمندیم.

فعالیت خارج از کلاس:



از دانش‌آموزان بخواهید تحقیق کنند: درجه‌ی معادله یعنی چه؟ / آیا همه‌ی معادلات جواب دارند؟ تعداد جواب معادلات چه قدر است؟ و ...

فعالیت موازی:



معادله‌ی متفاوتی مثل $\frac{2x-7}{3x-1} + \frac{2x+4}{x-3} = \frac{3x-1}{4}$ را به

دانش‌آموزان معرفی کنید و از آن‌ها بخواهید مشخص کنند که آیا عدددهای ۱، ۲، ۱ و ۲، ۲-۲، ۰ می‌توانند ریشه‌های این معادله باشند (از ماشین حساب نیز می‌توان استفاده کرد).

راهبرد تشکیل معادله

ایجاد انگیزه کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید برای معادله‌ی $7x + 2 = 44$ یک مسئله طرح کنند و بهترین مسئله را در کلاس انتخاب کنند.

شروع کنید:



دانش‌آموزان در سال گذشته با این راهبرد آشنا شده‌اند اما

۴- با توجه به راهنمای که بین فردانهای ستون در ناوجوه دارد، جای خالی را کمل کنید. راهنمای بین بوسون و اتوسینج دهد.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & b \\ \hline a & c \\ \hline d & e \\ \hline -f & -g \\ \hline h & i \\ \hline \end{array}$$

$$b = ?$$

میرکریس و زیاض



او از گلوا (۱۸۱۱-۱۸۲۲)

در سال ۱۸۱۱ میلادی در یکی از تغییرهای کنفر پاریس، کوکن متفوچ شد که لورا او از اولین است نمایند. پسرش مردی فاصل و آزادی طواو بود. او از ۱۲ سالگی جز مادرش معلم خانست. در ۲۱ سالگی به مدرسه رفت و توان انتساب خانم مدارس آن زمان فراست. راوش تحمل شکننده بود. او خارج از مدرسه با شکنکار و جذب به مطلعهای آنها پنهانی آن زمان، متن کتاب اصول هنریه از آنها و آنها جزئی لایق از برداشت گلوا در شکنکار سلکن به تحقیق در حل مطالعات جبری برداخت. کارهای که او انجام داد، امروزه به عنوان تئوری گلوا یکی از مهم و پیشرفت‌داری از جبر را تشکل می‌دهد. گلوا در سال ۱۸۹۹ در اتحاد ویژه‌ی مانشیری اهلی پلیس پنهانه شد و به آن جا راه پافت. گلوا در نیمه‌ی کل های سپاهیان انجام داد که به نظر لویی شدند. غالباً و این اولین آزاد و قریط طواو بود و خصوصیات استعداده، فرمولهای را از پسرش به ارتیزید بود. گلوا در طول عمر کوتاه خود، همواره به سبب انگل آزادی خواهانی در گیری داشت و مورد آزار مغلوقانش قرار می‌گرفت. سرانجام نزد ۲۱ سالگی در یک درگیری کشته شد.



توسعه:

- بیان مسئله‌ی زیر و مسائل مشابه آن مسیر خوبی برای توسعه است.
- جای خارج قسمت و مقسوم علیه یک تقسیم را عوض می‌کنیم:

- الف) اگر مقسوم ثابت باشد، آیا باقی مانده تغییر می‌کند؟
- ب) اگر باقی مانده ثابت باشد، آیا مقسوم تغییر می‌کند؟

تکمیل با سایر دروس:

در درس علوم، فرمولهایی برای محاسبه‌ی کمیت‌های مختلف بیان می‌شود: $Q = mc\Delta t$. در ظاهر این معادله‌ها مجهول وجود دارد که معمولاً در مسائل ۳ مورد آنها به عنوان اطلاعات بیان می‌شود. این فرمول را می‌توان به شکل‌های مختلف نوشت:

$$Q = mc\Delta t, \quad m = \frac{Q}{c\Delta t}, \quad c = \frac{Q}{m\Delta t}, \quad \dots$$

از دانش‌آموzan بخواهید فرمول‌های دیگر موجود در درس علوم را به شکل‌های مختلف در کلاس بیان کنند.

۵- از ۵ پرایر عددی، ۳ ناکم کردیم: عدد ۷۷ به دست آمد. آن عدد جستا
عدد موردنظر = ۲
۶- شخصی برای ۵ دفتر و یک مدادکل ۲۰ تومانی، ۲۰ تومان برداشت
نمی‌شود. هر دفتر چقدر است؟

۷- محمود اگر روزی ۲ سلفت یک کتاب رسان بخواهد. آن را ۴ روزه نشتم
من کند. اگر با روزی ۳ سلفت مطلقاً آن را چند روزه من خواهد؟
نخست روز = ۳ $\times 3 = 9$ $9 \div 4 = 2$



هر یک از مطالعه‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{lll} 8x - 1 = 4 & 15 - 4 = 11 & 7x + 3 = 8 \\ \frac{8x}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} & 15 - 4 = 11 & \frac{7x}{7} + \frac{3}{7} = \frac{8}{7} \\ x = \frac{4}{8} & 11 = 11 & x = \frac{8}{7} \\ x = \frac{1}{2} & & x = 1\frac{1}{7} \\ 1. 9x - 1 = 7 - 9x & 2. 4x - 14 = 14 & 3. 8x - 7 = 2x \\ 9x - 1 = 7 - 9x & 4x - 14 = 14 & 8x - 7 = 2x \\ 9x + 9x = 7 + 1 & 4x = 14 + 14 & 8x - 2x = 7 \\ 18x = 8 & 4x = 28 & 6x = 7 \\ x = \frac{8}{18} & x = \frac{28}{4} & x = \frac{7}{6} \\ x = \frac{4}{9} & x = 7 & x = 1\frac{1}{6} \\ 4. 7x - \frac{7}{9} = 7 & 5. 9x - 1 = 11 & 6. \frac{7}{3} + 7 = 7x \\ 7x = 7 + \frac{7}{9} & 9x - 1 = 11 & \frac{7}{3} + 7 = 7x \\ 7x = 7\frac{7}{9} & 9x = 11 + 1 & 7x = \frac{7}{3} + 7 \\ 7x = \frac{70}{9} & 9x = 12 & x = 1 + \frac{7}{3} \\ x = \frac{10}{9} & x = \frac{12}{9} & x = 1\frac{4}{3} \end{array}$$



۱- سمعیت بارهای ۱۹۴-۵ سلفت مز است. شمع این باره چقدر است؟
۲- عرض مستطیل ۵ سلفت متر و محیط آن ۲۲ سلفت متر است. طول مستطیل
چقدر است؟

۳- هشت پرایر عددی به اضافه ۲ مسلوی ۲۶ است آن عدد جستا؟



صفحات ۶۲ و ۶۳ را حل کنند.

هدف کار در کلاس:



در این کار در کلاس، به کاربردن راهبرد تشکیل معادله در حل مسئله‌ها تمرین می‌شود.

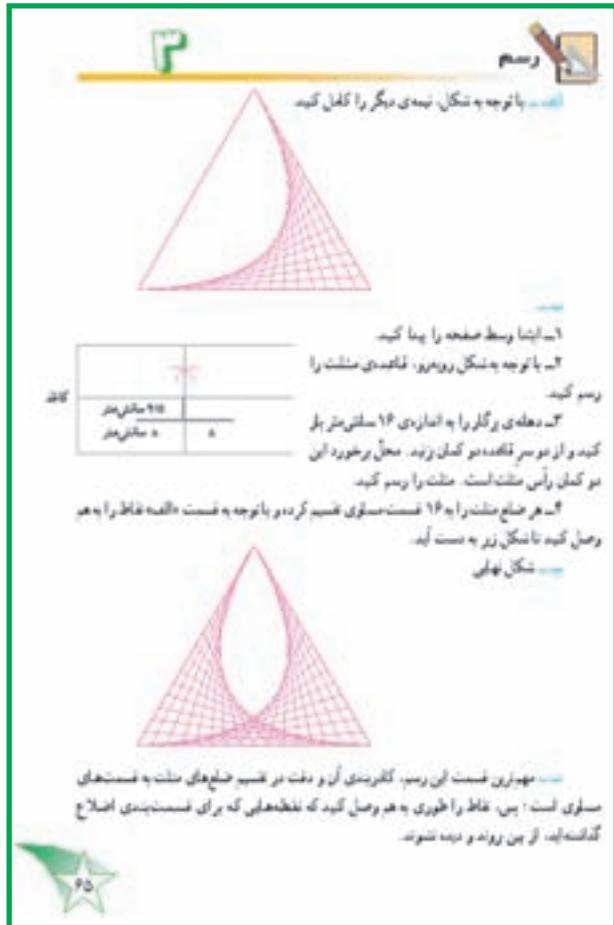
توصیه‌های آموزشی:



- در بخش حل مسئله از دانش‌آموzan بخواهید راهبردهای انتخابی خود را بیان کنند و راه حل مسئله را به طور کامل بنویسند.

- تعیین متغیر و بیان مجھول‌های مسئله به کمک متغیر یکی از اصلی‌ترین مراحل حل مسئله است. در کلاس درباره‌ی این موضوع بحث کنید و در هنگام حل مسئله، این مرحله را حتماً بررسی کنید.

- درستی پاسخ مسائل با یک بررسی عمومی قابل تصور است. برای مثال، تعداد افراد در یک مسئله نمی‌تواند $17/5$ باشد بنابراین، به دانش‌آموzan بادآوری کنید که پس از یافتن جواب، درباره‌ی منطقی بودن آن کمی تأمل کنند.



نکات مهم رسم

- به داشن آموzan یادآوری کنید که تقسیم‌بندی ۱۶ تایی پاره‌خط‌ها بسیار اهمیت دارد و دقت در این تقسیم‌بندی باعث زیبایی رسم خواهد شد.
- محل برخورد دو کمان در کشیدن کادر باید روی خط کوچک باشد؛ چون این خط حکم عمود منصف را برای مثلث خواهد داشت.
- یک نواخت بودن خطوط و تمیزی برگه در زیبایی رسم نقش اساسی دارد.
- توجه داشته باشید که علامت گذاری‌های تقسیم‌بندی نباید پس از پایان کار رسم دیده شوند.

توسعه:

این رسم در حقیقت یک شیوه است که به کمک آن می‌توان رسم‌های فراوانی کشید. برای مثال، کادر مثلثی رسم می‌تواند مربع، پلاغی ... شود یا زاویه‌ی بین خطوط تغییر کند. شما می‌توانید با ایجاد انگیزه‌ی مناسب در داشن آموzan، نمایشگاهی از خلاقیت آن‌ها بروی کنید.

۳

رسم

این رسم برخلاف ظاهر پیچیده‌اش بسیار ساده است و احتمالاً برای دانش‌آموزان جذاب خواهد بود. به کمک شیوه‌ی موجود در این رسم، می‌توان رسم‌های فراوانی را طراحی کرد. از این شیوه در درس‌های سال‌های گذشته استفاده شده است اما خطوط اصلی همیشه عمود بوده‌اند. این رسم از این نظر متفاوت است.

شروع کنید:

بدون توضیح، از داشن آموzan بخواهید الگوی رسم را کشف کنند و نمونه‌ی دوم آن را کامل کنند، برای راهنمایی، می‌توانند به آن‌ها بگویید که امتداد خطوط را دنبال کنند و دریابند کدام نقاط به هم وصل شده‌اند. سپس، از آن‌ها بخواهید به کمک اطلاعات داده شده، نحوه‌ی کشیدن کادر رسم را در برگه‌ی A4 برای کلاس توضیح دهند و سعی کنند راه حل دیگری نیز برای کشیدن کادر به کلاس ارائه دهند.

طریقه‌ی کشیدن رسم

یکی از مهم‌ترین قسمت‌های رسم، چگونگی کشیدن کادر آن است. در درس‌های گذشته، کادر بیشتر رسم‌ها مستطیلی شکل بوده اماً کادر این رسم مثلثی شکل است و طبق دستورالعمل داده شده مشابه رسم یک مثلث در حالت سه ضلع است. از وسط اضلاع صفحه دو خط عمود برهم رسم می‌کیم. سپس، از محل برخورد خط کوچک‌تر $\frac{4}{5}$ سانتی‌متر پایین می‌آیم و عمود بر آن، از هر طرف ۸ سانتی‌متر یک پاره‌خط رسم می‌کنیم. دو کمان 16 سانتی‌متری از دو سر این پاره‌خط رسم می‌کنیم. محل برخورد، رأس سوم سوم مثلث است. توجه داشته باشید که این محل برخورد، حتماً روی خط کوچک اولیه خواهد بود (چرا؟).

هر ضلع را به ۱۶ قسمت یک سانتی‌متری تقسیم‌بندی می‌کنیم و اولین نقطه را به آخرین نقطه‌ی ضلع مجاور متصل می‌کنیم. نقطه‌ی بعدی را به یکی مانده به آخر وصل می‌کنیم و کار را به همین ترتیب تا پایان نقاط ادامه می‌دهیم. پس از آن، همین فعالیت را برای دو ضلع دیگر انجام می‌دهیم و خطوط اضافه‌ی رسم را پاک می‌کنیم.