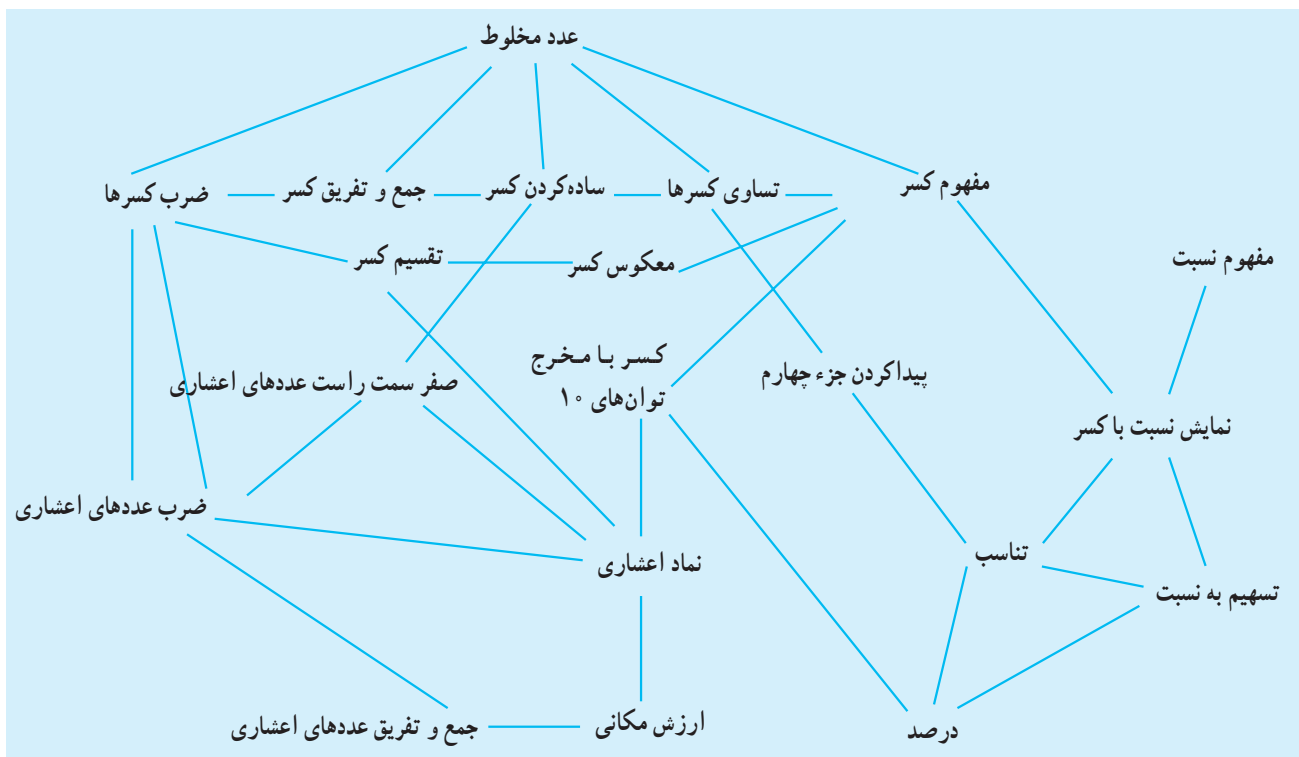




کسر، نسبت و اعشار

مکانی و عملیات جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری یادآوری شده به طوری که دانش آموزان در انجام عملیات مهارت لازم را کسب کنند. قسمت آخر این فصل، پس از تمرین دوره‌ای (۱) مطرح شده و در آن به عملیات تقسیم عددهای اعشاری می‌پردازد. تعداد مفاهیم مختلف این فصل به شکل زیر، با هم در ارتباط اند.

این فصل از ۴ عنوان اصلی تشکیل شده است. در قسمت اول، ضمن یادآوری مباحث کسر و با توجه به مفهوم ب.م.م و ک.م.م در درس‌هایی مثل ساده کردن کسر و عملیات جمع، تفریق، ضرب و تقسیم تکمیل و با بیانی جدید مطرح می‌شود. در قسمت دوم نیز مفاهیم نسبت، تناسب و درصد یادآوری و تکمیل می‌شود. در قسمت سوم مفاهیم عددهای اعشاری، ارزش



به کار برده می‌شود. مفهوم و محاسبه‌ی ک.م.م نیز در پیدا کردن مخرج مشترک در عملیات جمع، تفریق و تقسیم کاربرد پیدا می‌کنند. به این ترتیب می‌توان علاوه بر ارتباط‌های داخل این فصل، ارتباط دو فصل را نیز برای دانش آموزان آشکارتر کرد. می‌توانید با مثال‌هایی این ارتباط‌ها و یا ارتباط‌هایی مشابه را برقرار کنید تا دانش آموزان بتوانند مفاهیم ریاضی را به صورت یکپارچه و در ارتباط با هم بیاموزند.

هم‌چنین در این فصل، رسم ۲ و آموزش راهبردهای «حل مسئله‌ی ساده‌تر»، «الگویابی» وجود دارد. در این فصل، محور اصلی مفهوم کسر است، نسبت دو کمیت را می‌توان با یک کسر و تناسب آن‌ها را با تساوی دو کسر نمایش داد. همچنین کسرهایی که مخرج آن‌ها توان‌های ۱۰ هستند، با نماد اعشاری نشان داده می‌شوند. مفهوم و محاسبه‌ی ب.م.م که در فصل قبل تدریس شده است در ساده کردن کسرها

زمان بندی

ماه آبان

هفته‌ی **اول**: کسر متعارفی - عدد مخلوط - تساوی کسرها

هفته‌ی **دوم**: جمع و تفریق کسرها - ضرب کسرها

هفته‌ی **سوم**: آموزش راهبرد حل مسئله ساده‌تر - تقسیم

کسرها - رسم ۲

هفته‌ی **چهارم**: نسبت و تناسب (مقدارهای متناسب -

طرح یک مسئله)

ماه آذر

هفته‌ی **اول**: ادامه‌ی نسبت و تناسب (تسهیم به نسبت) -

یادآوری (مفاهیم اعداد اعشاری - جمع و تفریق)

هفته‌ی **دوم**: آموزش راهبرد الگویابی - ضرب عددهای

اعشاری

این زمان بندی پیشنهادی است. عواملی مثل توانایی

دانش آموزان، پیش دانسته‌های آن‌ها و علائق و سلاقی معلم می‌تواند

تا حدودی این زمان بندی را تغییر دهد. پس با توجه به شرایط

کلاس و مدرسه‌ی خود زمان بندی مناسب را تعیین کنید. به خاطر

داشته باشید شرایط فقط تا حدی می‌تواند زمان بندی پیشنهادی را تغییر دهند. به عبارت دیگر هر تغییری (سریع یا کند) را نمی‌توان به حساب شرایط گذاشت.

نمونه‌ی سؤال برای مشخص کردن ارتباط‌ها

۱- با تبدیل کسرها به نماد اعشاری کسره‌های زیر را مقایسه

کنید.

$$\frac{3}{4} \bigcirc \frac{5}{8}$$

۲- با تبدیل عددهای اعشاری به کسر حاصل تقسیم‌ها را

$$\frac{0.72}{0.9} =$$

به دست آورید.

$$\frac{1.2}{0.3} =$$

۳- نسبت تعداد دانش آموزان چپ دست یک کلاس به

تمام دانش آموزان مثل ۲ به ۲۵ است. این نسبت را با کسری

نشان دهید که مخرج توانی از عدد ۱۰ باشد. چند درصد

دانش آموزان این کلاس چپ دست هستند؟

یادداشت معلم

| واژگان | پیش‌بینی امکانات | فعالیت‌ها | هدف‌ها | مفاهیم و محتوا | صفحات | درس‌ها |
|------------------------------------|---|---|---|--|----------------------|--------------------|
| کسر متعارفی | – صفحات مقوایی که کسرهای مختلفی را نشان می‌دهند. | – انجام فعالیت برای درک کاربردهای کسر – انجام فعالیت برای بروز خلاقیت در نشان دادن کسر $\frac{1}{3}$ – انجام کار در کلاس برای تمرین نمایش کسر – بیان کسر به صورت مضاربی از $\frac{1}{2}$ و مقایسه دو کسر | – یک کسر را با شکل نشان دهد و از خود خلاقیت نشان دهد. – کسر مربوط به یک شکل را بیان کند. – هر کسر را به صورت تعدادی از کسر $\frac{1}{2}$ بیان کند. – دو کسر با مخرج مساوی را مقایسه کند. | – مفهوم کسر – نمایش کسر – مقایسه‌ی دو کسر | ۳۸ ۳۹ ۴۰ | مفهوم کسر‌ها |
| عدد مخلوط | – صفحات مقوایی کسر برای نشان‌دادن عدد مخلوط | – بحث گروهی در مورد عملیات تبدیل کسر و عدد مخلوط به یکدیگر – انجام کار در کلاس برای تمرین تبدیل‌ها | – عدد مخلوط را با شکل نشان داده برای شکل یک عدد مخلوط مناسب بنویسد. – کسر و عدد مخلوط را به هم تبدیل کند. | – تبدیل کسر به عدد مخلوط – تبدیل عدد مخلوط به کسر – نمایش عدد مخلوط یا کسر بزرگتر از واحد با شکل | ۴۰ ۴۱ | عدد مخلوط |
| تساوی کسر ساده‌کردن کسر مولد | – صفحات مقوایی برای نمایش تساوی کسر – میله‌های تقسیم‌شونده | – انجام فعالیت برای کشف استفاده از م.م.ب برای ساده‌کردن کسر – انجام کار در کلاس برای ساده‌کردن کسر با استفاده از م.م.ب – انجام کار در کلاس برای پیدا کردن جزء چهارم یک تساوی کسری | – با استفاده از یک کسر مولد تساوی کسرهای مساوی با آن را بنویسد. – از م.م.ب صورت و مخرج برای ساده‌کردن کسر استفاده کند. – جزء چهارم یک تساوی کسری را پیدا کند. – کسرهایی که از ضرب چند عدد شکل گرفته‌اند را ساده کند. | – تساوی کسر‌ها – ساده‌کردن کسر – پیدا کردن جزء چهارم یک تساوی کسری | ۴۱ ۴۲ ۴۳ ۴۴ | تساوی کسر‌ها |
| مخرج مشترک | – کارت‌های مقوایی برای نمایش جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط | – انجام کار در کلاس برای یادآوری جمع و تفریق کسر‌ها – انجام فعالیت برای کشف استفاده از م.م.ک به جای مخرج مشترک – انجام کار در کلاس برای تمرین استفاده از م.م.ک | – جمع و تفریق دو کسر را با استفاده از م.م.ک مخرج‌ها انجام دهد. – درک کند که چرا از م.م.ک برای پیدا کردن مخرج مشترک استفاده می‌شود. – جمع و تفریق عددهای مخلوط را در حالت‌های مختلف انجام دهد. | – جمع و تفریق کسر‌ها – مخرج مشترک – جمع و تفریق عددهای مخلوط | ۴۵ ۴۶ ۴۷ ۴۸ | جمع و تفریق کسر‌ها |

شناختنامه‌ی مبحث کسر متعارفی

| واژگان | پیش‌بینی امکانات | فعالیت‌ها | هدف‌ها | مفاهیم و محتوا | صفحات | درس‌ها |
|-----------|--|---|--|--|----------------------|-------------|
| معموس کسر | <ul style="list-style-type: none"> کارت‌های مقوایی برای نمایش ضرب کسرها در حالت‌های مختلف | <ul style="list-style-type: none"> انجام فعالیت برای درک حالت‌های مختلف جمع و تفریق دو عدد مخلوط انجام کار در کلاس برای تمرین جمع و تفریق دو عدد مخلوط | <ul style="list-style-type: none"> جمع و تفریق کسرها و با عدد مخلوط را به صورت تقریبی و با محاسبه‌ی ذهنی انجام دهد. | <ul style="list-style-type: none"> ضرب کسر و عدد مخلوط معموس کسر | ۴۸ ۴۹ | ضرب کسرها |
| | <ul style="list-style-type: none"> کارت‌های مقوایی برای نمایش ضرب کسرها در حالت‌های مختلف | <ul style="list-style-type: none"> انجام کار در کلاس برای محاسبه تقسیم کسرها انجام فعالیت برای درک رابطه‌ی تقسیم کسر و کسر انجام کار در کلاس برای عملیات ترکیبی انجام فعالیت برای استفاده از راهبرد زیر مسئله در محاسبه‌ی عملیات ترکیبی کسرها | <ul style="list-style-type: none"> تقسیم دو کسر یا عدد مخلوط را انجام دهد. دلیل راه حل و عملیات تقسیم دو کسر را توضیح دهد. رابطه‌ی بین \div و $-$ (خط کسری) را درک کند. عملیات ترکیبی کسرها را انجام دهد. مسائل مربوط به کسر را حل کند. | <ul style="list-style-type: none"> تقسیم کسر رابطه‌ی بین کسر و تقسیم حل عملیات ترکیبی | ۵۲ ۵۳ ۵۴ ۵۵ | تقسیم کسرها |

کسر متعارفی

موضوعات در یک نگاه

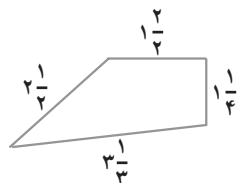
در درس کسر متعارفی ابتدا مفهوم، نماد کسر و مقایسه‌ی دو کسر با مخرج مساوی یادآوری می‌شود. سپس عدد مخلوط و نحوه‌ی تبدیل کسر به عدد مخلوط و برعکس آن تمرین می‌شود. با یادآوری تساوی کسرها، ساده‌کردن کسر به کمک ب.م.م. صورت و مخرج و پیدا کردن جزء چهارم یک تساوی کسری مطرح می‌شود و عملیات جمع و تفریق کسرها و عددهای مخلوط با استفاده از ک.م.م. مخرج‌ها آموزش داده شده، ضرب کسرها، معکوس کسر و تقسیم کسرها نیز یادآوری و تکمیل می‌شوند در پایان ضمن تمرین عملیات ترکیبی، مسائل مربوط به مبحث کسر ارائه می‌شوند.

اهداف

- در فرآیند آموزش این دروس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:
- ۱- مفهوم کسر را درک کرده و با نماد ریاضی آن را نشان دهد.
 - ۲- مفهوم عدد مخلوط را درک کرده و با نماد ریاضی آن را نمایش داده و کسر و عدد مخلوط را به هم تبدیل کند.
 - ۳- با استفاده از مفهوم تساوی کسرها و ب.م.م، کسرها را تا حد امکان ساده کند.
 - ۴- جزء چهارم یک تساوی کسری را پیدا کرده و کسرهایی را که از حاصل ضرب عددها شکل گرفته‌اند، ساده کند.
 - ۵- جمع و تفریق کسرها و عدد مخلوط را با مهارت انجام دهد.
 - ۶- ضرب دو کسر و یا دو عدد مخلوط را انجام دهد و از ساده‌کردن استفاده کند.
 - ۷- با استفاده از معکوس، حاصل تقسیم دو کسر یا دو عدد مخلوط را پیدا کند.
 - ۸- مفاهیم و عملیات مربوط به کسر را در حل مسائل به کار برد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

- می‌توان گفت؟
- ۵- محیط چهار ضلعی مقابل را پیدا کنید.



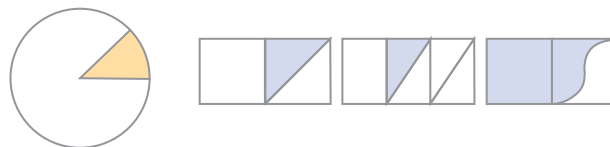
- ۶- در جای خالی کسر مناسب بنویسید.

$$\frac{7}{8} + \square = \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8} - \square = \frac{1}{4}$$

- ۷- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$5\frac{5}{5} + 9\frac{10}{10} - 2\frac{100}{100}$$

- ۱- کسر مربوط به هر شکل را بنویسید.



- ۲- در یک کیسه ۱۰ مهره‌ی سیاه، ۲ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی آبی قرار دارد. چه کسری از این مهره‌ها سیاه است؟
- ۳- عدد $\frac{127}{15}$ بین کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارد؟
- ۴- اگر کسر $\frac{3}{4}$ با کسر $\frac{a}{b}$ برابر باشد در مورد a و b چه

دانستنی‌هایی برای معلم

مجموعه‌ی عددهای گویا بر اساس نسبت دو عدد

را، برای نخستین بار، در اروپای غربی متداول کرد.
مصری‌ها برای $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ نماد خاصی داشتند ولی بقیه‌ی کسرها را به مجموعه‌ی کسرهایی تبدیل می‌کردند که همه‌ی آن‌ها صورتی برای واحد داشته باشد:

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{15}, \\ \frac{2}{7} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{28}, \\ \frac{2}{9} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{18}, \\ \frac{2}{11} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{66}, \\ \frac{2}{13} &= \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104},\end{aligned}$$

و غیره، برای کسره‌های بزرگ‌تر هم چنین می‌کردند:

$$\begin{aligned}\frac{5}{21} &= \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{42}, \\ \frac{7}{8} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8},\end{aligned}$$

چند نکته درباره‌ی کسرها

۱- اگر به صورت و مخرج یک کسر، عدد معینی اضافه کنیم، کسر به واحد نزدیک‌تر می‌شود؛ یعنی وقتی کسر کوچک‌تر از واحد است، بزرگ‌تر و وقتی کسر بزرگ‌تر از واحد است، کوچک‌تر می‌شود؛ $\frac{2}{3}$ از واحد کوچک‌تر است، اگر به صورت و مخرج آن ۲ واحد اضافه کنیم، به کسر $\frac{4}{5}$ می‌رسیم که از $\frac{2}{3}$ بزرگ‌تر است:

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

ولی کسر $\frac{3}{4}$ که از واحد بزرگ‌تر است، با اضافه کردن ۲ واحد به صورت و مخرج، کسر به اندازه‌ی $\frac{1}{4}$ کوچک‌تر می‌شود؛

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$$

۲- اگر صورت‌های دو کسر با هم و مخرج‌های آن‌ها را با هم جمع کنیم، کسری به دست می‌آید که بین دو کسر اصلی است

مفهوم کسر، پس از آن که تصور کم و بیش مشخصی درباره‌ی عددهای طبیعی پیدا شد، به وجود آمد. مفهوم کسر هم همچون مفهوم عددهای طبیعی، به تدریج و در دوره‌ی زمانی دراز شناخته شد. مفهوم «نصف» یا «نیم»، خیلی زودتر از مفهوم‌های «یک سوم» و «یک چهارم» پیدا شد. این دو مفهوم یک سوم و یک چهارم پیش از سایر کسرها وارد زبان و محاسبه شد. به تقریب در همه‌ی زبان‌ها، رابطه‌ای بین واژه‌ی نصف یا نیم با واژه‌ی «دو» نیست و این، به معنای آن است در آغاز «نیم» برای بخشی از واحد به کار می‌رفت نه برای $\frac{1}{3}$ آن. اصطلاح‌های «بیشتر از نصف»، «کمتر از نصف»، «نیم روز» یا ضرب‌المثل «نصف عمر شدم» که در زبان فارسی به کار می‌رود، نشانه‌ای بر این مطلب است. تصور درباره‌ی عددهای طبیعی ضمن شمارش چیزها و تصور درباره‌ی کسرها، ضمن اندازه‌گیری (محاسبه‌ی طول، وزن و غیره) به وجود آمد.

مصری‌ها و هندی‌های دوران کهن، به فراوانی از کسرها استفاده می‌کردند. براهما گوپتا که در سده‌ی هشتم میلادی می‌زیست و نسبت او به «منع - برهن‌ها» - دانشمندان ایرانی که در دوران پارت‌ها از سیستان به هند رفتند می‌رسد، عمل با کسره‌های متعارفی را (با اندکی تفاوت با امروز) توضیح داده است. شکل امروزی نوشتن کسر متعلق به هندی‌هاست، تنها پاره خط بین صورت و مخرج (خط کسری) را نمی‌نوشتند و از جمله $\frac{2}{5}$ را به صورت $\frac{2}{5}$ یادداشت می‌کردند.

نوشتن کسره‌های متعارفی و عمل با آن‌ها را برای نخستین بار محمد فرزند موسا مشهور به خوارزمی کتاب «حساب» خود به کار برد که بعد از او، همه‌ی ریاضی‌دانان ایرانی از او پیروی کردند.

لئونارد فیبوناچی اهل پیزا که در سده‌ی سیزدهم میلادی می‌زیست و به خاطر سفرهای خود در شرق، با دانش کشورهای خاور زمین آشنا شده بود، کسره‌های متعارفی و روش عمل با آن‌ها

یک عدد گویاست. مجموعه‌ی عددهای طبیعی زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی عددهای حسابی [عددهای طبیعی به اضافه صفر را عددهای حسابی گویند] و عددهای حسابی زیر مجموعه‌ای از عددهای گویاست. هر عدد به صورت $\frac{a}{b}$ ، $(a, b \in \mathbb{Z})$ به شرطی که b برابر صفر نباشد، یک عدد گویاست. بین هر دو عدد گویا، هر قدر که به هم نزدیک باشند، بی‌نهایت عدد وجود دارد.

مثال، دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را در نظر بگیرید. داریم $\frac{1}{3} < \frac{1}{4}$ اکنون کسری را در نظر می‌گیریم که صورت آن از مجموع صورت‌ها و مخرج آن از مجموع مخرج‌ها به دست آمده باشد. $\frac{1+1}{3+3} = \frac{2}{5}$. این کسر $\frac{2}{5}$ بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ است یعنی از $\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر و از $\frac{1}{4}$ کوچک‌تر است:

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{4}$$

۳- هر کسر که صورت و مخرج آن عددهای طبیعی باشند،

یادداشت معلم



مفهوم کسر

ایجاد انگیزه کنید:



درس را می‌توانید با مسائلی واقعی مانند نمونه‌های زیر شروع کنید.

۱- یک نارنگی را پوست بگیرید و تعداد پره‌های نارنگی درون آن را بشمارید. هر پره نارنگی چه کسری از تعداد پره‌های نارنگی است.

۲- معمولاً هر پیتزا را به چند قسمت تقسیم می‌کنند؟ هر قسمت چه کسری از پیتزاست؟

هدف فعالیت:



این فعالیت با هدف شروع درس مفهوم کسر با یک مسئله‌ی واقعی و کاربردی طراحی شده است.

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و به سؤال‌های آن پاسخ دهند.

آموزش دهید:



بعد از آن که مطمئن شدید تمام دانش‌آموزان در مورد فعالیت فکر کرده و به سؤال آن پاسخ داده‌اند از چند نفر یا یک گروه بخواهید پاسخ سؤال را بیان کنند. بعد از جمع‌بندی نظرات دانش‌آموزان مفهوم کسر و نماد آن را یادآوری کنید و چند مثال بزنید.

هدف فعالیت:



این فعالیت به منظور پرورش خلاقیت دانش‌آموزان و ایجاد یک تصویر ذهنی از مفهوم کسر طراحی شده است.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید به طور فردی متن فعالیت را بخوانند و آن را پاسخ دهند.

توصیه‌های آموزشی:



در مورد زکات که یکی از احکام شرعی مسلمانان است

کسر، نسبت و اعشار

کسر متعارفی

مفهوم کسر

فعالیت

زکات یکی از فروع دین است. هر فرد مسلمان در صورتی که زکات به او تحق گردد موظف است مقدار آن را محاسب و به مراجع و خدای خود برساند. برای مثال در صورتی که مقدار محصول گندم حاصل از کشت ۱۰۰۰ کیلوگرم آبیاری و حفظ با آب باران از حدی که به آن زکات تحق می‌گردد فراتر رود باید $\frac{1}{40}$ آن را جدا و به عنوان زکات آن محصول برداشت کرد. در صورتی که یک کشاورز ۲۵۰۰ کیلوگرم گندم در دشت کزده باشد زکات آن را حساب کنید. **۲۵۰ کیلوگرم**

اگر مجموع محصولی که زکات به آن تحق می‌گردد را به شکل زیر نشان دهید. زکات آنرا با هفتور زدن شکل مشخص کنید.

کسر، نسبت و اعشار

در حد نیاز توضیح دهید. بیان شما به گونه‌ای باشد که هم از کلاس ریاضی و فضای درس خارج نشوید و هم دانش‌آموز با شنیدن آن توضیحات درک درستی از حکم شرعی زکات به دست آورد.

بپرسید!



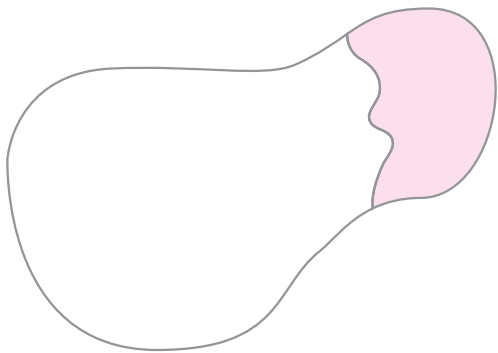
درباره‌ی تعداد حالت‌هایی که می‌توان کسر $\frac{1}{3}$ را نشان داد از دانش‌آموزان سؤال کنید و این موضوع را به بحث بگذارید.

توصیه‌های آموزشی:

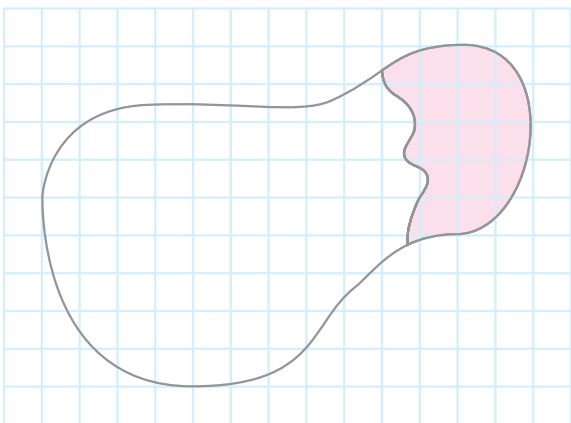


از دانش‌آموزان بخواهید ذهن خود را به نمونه‌ی ارائه شده محدود نکنند و از خود خلاقیت نشان دهند می‌توانید نمایشگاهی از مجموعه‌ی کارهای دانش‌آموزان ترتیب دهید.

یک کل رنگ شده است.



اما از آنجا که نمی‌توان قسمت‌های مساوی را روی آن مشخص کرد به طور دقیق نمی‌توان گفت که این شکل چه کسری را نشان می‌دهد اما به صورت تقریبی می‌توان گفت این شکل با چه کسری برابر است.
برای این که به تقریب بهتری برسیم می‌توانیم شکل را به صورت شطرنجی تبدیل کنیم.



با شمارش مربع‌های رنگ شده و رنگ نشده می‌توان کسری تقریبی را بیان کرد.
اگر بخواهیم دقت کار را بالاتر ببریم می‌توانیم مربع‌ها را کوچک‌تر کنیم.
در تمرین ۶ هدف، طرح یک مسئله از کاربردهای درس کسر است. واحد پول عمداً «زد» در نظر گرفته شده است تا دانش‌آموزان قراردادی بودن واحد پول را درک کنند و مسئله را بدون توجه به واحد پول درک و حل کنند.

توصیه‌های آموزشی:

سؤال ۴ کار در کلاس را با توجه به تمرین‌های ۲ و ۳

فعالیت

در شکل‌های زیر هدهی مستطیل‌ها با هم برابرند. $\frac{1}{2}$ هر مستطیل را مشخص کنید. هر مستطیل را به شکل‌های مختلف به دو قسمت مساوی تقسیم کنید. در زیر یک نمونه کشیده شده است.

کار در کلاس

۱- چه کسری از هر شکل رنگی است؟

۲- صورت مربوط به هر یک از شکل‌ها را کفل کنید.

۳- جملات زیر را کفل کنید.

کسری مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{2}{4}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{3}{6}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{4}{8}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{5}{10}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{6}{12}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{7}{14}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{8}{16}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{9}{18}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{10}{20}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{11}{22}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است $\frac{12}{24}$ مساوی $\frac{1}{2}$ است

هدف کار در کلاس:

در تمرین ۱ تعریف «جزء به کل» کسر یادآوری می‌شود.
در تمرین ۲ و ۳ تعریف کسر با استفاده از کسرهای $\frac{1}{n}$ بیان شده تا زمینه را برای آموزش مفهوم عدد مخلوط آماده کند.
تمرین ۴ به منظور یادآوری مقایسه‌ی کسرهای با مخرج مساوی ارائه شده است. در تمرین ۵ دانش‌آموزان باید ابتدا قسمت‌های مساوی را در شکل ایجاد کنند تا کسر $\frac{1}{8}$ مشخص شود. ممکن است دانش‌آموزی بگوید چون شکل به قسمت‌های مساوی تقسیم نشده کسری را نشان نمی‌دهد. برای او توضیح دهید که در هر حالت شکل، کسری را نشان می‌دهد، اگر بتوانیم قسمت‌های مساوی را ایجاد کنیم، مقدار دقیق کسر را بیان می‌کنیم در غیر این صورت کسر را می‌توان با یک عدد تقریبی مشخص کرد.
شکل بالا هم یک کسر را نشان می‌دهد. چون جزئی از

پاسخ دهید. $\frac{4}{7}$ کمتر از $\frac{6}{7}$ است؛ چون $\frac{4}{7}$ تا $\frac{1}{7}$ است و $\frac{6}{7}$ تا $\frac{1}{7}$. از دانش‌آموزان بخواهید در هنگام حل این تمرین، قاعده‌ی مقایسه‌ی دو کسر با مخرج مساوی را نتیجه بگیرند.



در تکمیل مفاهیم این قسمت می‌توانید موارد زیر را مطرح کنید.

۱- مقایسه‌ی دو کسر با صورت مساوی (کسری بزرگ‌تر است که مخرج کوچک‌تری داشته باشد).

در این جا از دانش‌آموزان بخواهید قاعده را با استفاده از شکل نشان دهند و برای آن استدلال کنند.

۲- توانایی استدلال دانش‌آموزان را در سؤال‌هایی مثل سؤال زیر بالا بپرسید.

- کدام یک از کسرها از نصف بیش‌تر است؟ چرا؟

$$\frac{4}{6}, \frac{4}{7}, \frac{9}{10}, \frac{7}{8}, \frac{2}{3}$$

- اگر به صورت و مخرج کسر یک واحد اضافه شود کسر بزرگ‌تر می‌شود یا کوچک‌تر؟ چرا؟



۱- در مستطیل‌های زیر کسر $\frac{1}{3}$ را نشان دهید.



۲- در شکل‌های زیر کسرهای $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{3}$ را نشان دهید.



۳- ابتدا $\frac{1}{3}$ شکل را رنگ کنید سپس $\frac{1}{3}$ باقی‌مانده را

رنگ کنید حالا چه کسری دارید؟ $\frac{1}{3}$ باقیمانده‌ی شکل را نیز رنگ کنید. اکنون چه کسری از شکل رنگی است؟ اگر این کار را به همین شکل ادامه دهیم چه کسرهایی ساخته می‌شود؟ این کسرها به چه عددی نزدیک می‌شوند؟



با طرح سؤال‌های زیر می‌توانید ارتباط ریاضی را با دروس دیگر دانش‌آموزان برقرار سازید:

۱- به نقشه‌ی کشور ایران نگاه کنید، کدام استان بزرگ‌تر

از بقیه است. این استان تقریباً چه کسری از کل کشور است؟

۲- چه کسری از بدن انسان را آب تشکیل می‌دهد؟ چه کسری از هوا اکسیژن است؟

۳- چه کسری از امامان نام مبارک «علی» را دارند؟



۱- یک صفحه از یک کتاب را به دلخواه باز کنید. ۳

خط آن را انتخاب کرده تمام حروف آن را بشمارید. چه کسری

از حروف، حرف «الف» است؟ چه کسری حرف «س»، چه کسری

حرف «ژ» و چه کسری حرف «ی» است؟ به صفحه کلید ماشین

تایپ یا رایانه توجه کنید. کدام حروف در مرکز و در دسترس

هستند؟ کدام حروف در گوشه بوده در دسترس نیستند؟

۲- یک روزنامه را بردارید و یا به خبرهایی که در صدا و

سیما پخش می‌شود توجه کنید. حداقل ۵ مورد بنویسید

که در آن‌ها کسر به کار رفته است. با توجه به ارتباط کسر و

نسبت (درصد) خبرهایی که در آن‌ها درصد نیز به کار رفته قبول

کنید و موضوع را برای بچه‌ها توضیح دهید دانش‌آموزان از

خبرهای انتخاب شده مسئله بسازند.



یک نمونه از ماشین حساب‌هایی که عملیات کسری را

نشان می‌دهند پیدا کنید علامت یا کلیدی که با آن کسر مشخص

می‌شود چیست؟

کسر $\frac{11}{4}$ را با شکل نشان دهید. به کمک شکل نماد عدد مخلوط آن را بنویسید و ارتباط بین آن‌ها را توضیح دهید.

توصیه‌های آموزشی:

بهتر است این عمل با استفاده از شکل‌های مقوایی و توسط خود دانش‌آموزان انجام شود. مجموعه‌ی کسرها از تولیدات صنایع آموزشی برای این کار مناسب است.

ادامه دهید:

متن درس را در کلاس با کمک دانش‌آموزان بخوانید و مثال‌های آن را توضیح دهید. سپس از دانش‌آموزان بخواهید مراحل تبدیل کسر به عدد مخلوط و برعکس را برای یکدیگر بیان کنند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

بعضی از دانش‌آموزان به مفهوم جمع بین قسمت صحیح و کسری توجه نمی‌کنند و این دو عدد را در هم ضرب می‌کنند به همین دلیل در این مورد برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

$$2, \frac{3}{4} \rightarrow 2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$$

هدف کار در کلاس:

تمرین‌های ۱ و ۲ صرفاً برای تثبیت روش تبدیل کسر و عدد مخلوط به یکدیگر است. در تمرین ۳ با یک سؤال کاربردی مفهوم عدد مخلوط مطرح شده است. در واقع مقدار خون مورد نیاز ۳ واحد کامل و $\frac{3}{4}$ واحد است. اما برای تأسیس آن باید ۴ بسته‌ی یک واحدی باز و مصرف شود.

توسعه:

تبدیل عددهایی مثل $10\frac{6}{5}$ به شکل درست عدد مخلوط، مقایسه‌ی عددهای مخلوط، تمرین محاسبه‌ی عددهای مخلوط به صورت تقریبی (برای مثال، $12\frac{5}{6}$ به عدد ۱۳ نزدیک است و $10\frac{1}{11}$ به عدد ۱۰) و تعیین فاصله‌ی عددهای طبیعی متوالی که

شکل زیر چه کسری را نشان می‌دهد؟ چرا؟ (تست‌های مساوی شکل می‌دهد)

در کنسروی هر شرکتی باید $\frac{1}{4}$ از سود خود را برای حمایت بریزد. اگر در این کنسور با واحد پول بزرگ یک شرکت ۱۰۰۰۰۰۰۰ ری سود کرده باشد، حمایت آن چند ری خواهد شد؟ ۱۰۰۰۰۰ ری

عدد مخلوط

شکل بالا نشان می‌دهد که $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ است.

$2\frac{3}{4}$ و $\frac{11}{4}$ (یعنی $2 + \frac{3}{4}$) را به صورت $2\frac{3}{4}$ می‌نویسند. $2\frac{3}{4}$ شکل مخلوط عدد $\frac{11}{4}$ است.

۲ جزء صحیح این عدد و $\frac{3}{4}$ جزء کسری آن است.

اگر بخواهیم $\frac{11}{4}$ را به شکل عددی مخلوط بنویسیم، باید ببینیم در ۲۳ چندتا ۵ تا وجود دارد.

کسری مساوی شکل

عدد مخلوط

ایجاد انگیزه کنید:

با توضیح و یادآوری مفهوم کسر، از طریق جزء به کل شروع کنید. $\frac{2}{3}$ ، یعنی ۲ قسمت از ۳ قسمت مساوی، به این ترتیب $\frac{5}{3}$ یعنی چه؟ این موضوع را در کلاس به بحث بگذارید و نظرات دانش‌آموزان را با دقت گوش کرده و عکس‌العمل‌های مناسب نشان دهید.

شروع کنید:

با توجه به این که مفاهیم و مهارت‌های این درس در کلاس پنجم دبستان تدریس و تمرین شده و در اول راهنمای جهت یادآوری است می‌توانید درس را با سؤال‌هایی از دانش‌آموزان شروع کنید.

عدد مخلوط داده شده بین آن‌ها قرار می‌گیرد و سؤال‌هایی از این دست می‌تواند در تکمیل مباحث این بخش طرح شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



۱- تبدیل کسرهایی مثل $\frac{3}{4} \times 125$ به عدد مخلوط را دانش‌آموزان با ماشین حساب انجام دهند.

۲- با استفاده از ماشین حساب عدد مخلوط‌هایی مثل $\frac{256}{7}$ را به کسر تبدیل کنند.

توجه داشته باشید که در تقسیم $256 \div 7$ خارج قسمت اعشاری است و باقی‌مانده مشخص نمی‌شود لذا دانش‌آموزان با استفاده از مفهوم عدد مخلوط باید کسر کوچک‌تر از واحد را تعیین کنند.

فعالیت خارج از کلاس:



از اخبار و اطلاعاتی که در روزنامه‌ها یا از طریق اخبار صدا و سیما جمع‌آوری شده بود کدام یک به عدد مخلوط مربوط می‌شد؟ سعی کنید در این مورد نیز مثال‌هایی پیدا کنید.

هرچنین می‌توان عدد $\frac{3}{4}$ را به شکل کسر نوشت.

مراحل عملیات بالا را برای دوست خود در گروه توضیح دهید.

کار در کلاس

۱- هر یک از کسرهای زیر را به شکل عدد مخلوط بنویسید.

$\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$ $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ $\frac{12}{4} = 3$

۲- هر یک از عددهای مخلوط زیر را به شکل کسر بنویسید.

$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$ $3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$ $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

۳- شخصی که در اثر تصادف زخمی شده است، به $\frac{11}{4}$ واحد خون نیاز دارد. بی‌چند واحد و چه کسری از واحد خون احتیاج دارد؟ برای تریق به اوجه بسته‌ی یک واحدی خون باید مصرف نمود؟ بسته و $\frac{3}{4}$ از یک بسته، یعنی ۲ بسته خون مصرف می‌نماید.

تساوی کسرها

با توجه به تساوی‌های بالا می‌توانیم بنویسیم:

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

به همین ترتیب می‌توانیم کسرهای مساوی با $\frac{2}{3}$ را به دست آوریم.

کسر، نسبت و اعشار

تساوی کسرها

ایجاد انگیزه کنید:



طرح مسئله‌ی زیر می‌تواند توجه دانش‌آموزان را جلب کند. مریم ۱۰۰۰ تومان پول دارد او می‌خواهد مقداری از آن را به دوستش قرض بدهد. از دوستش پرسید: می‌خواهی نصف پول را به تو بدهم یا پول‌هایم را ۴ قسمت مساوی کرده و ۲ قسمت آن را به تو بدهم؟ با توجه به این که دوستش می‌خواهد پول بیشتری قرض کند، کدام روش برایش بهتر است؟

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید به تصاویر مربوط به تساوی کسرها توجه کنند و در جای خالی کسر مناسب بنویسند.

توصیه‌های آموزشی:



بهتر است مراحل گفته شده در تصاویر کتاب با کسرهای

یک کسر را با استفاده از ب.م.م صورت و مخرج نتیجه گیری کنند.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را در کتاب درسی خود انجام دهند. از آن‌ها بخواهید در گروه خود درباره‌ی نتایج به دست آمده بحث کنند، تا بتوانند برای ساده کردن کسرها فرضیه‌ای بسازند و فرضیه‌ی خود را در چند کسر آزمون کنند تا از درستی آن اطمینان کسب کنند. در جمع‌بندی خود برای دانش‌آموزان توضیح دهید که صورت و مخرج هر دو به یک عدد تقسیم می‌شوند این عدد مقسوم‌علیه مشترک صورت و مخرج است. مقسوم‌علیه مشترک را با استفاده از بخش‌پذیری می‌توانند تشخیص دهند اما به جای ساده کردن‌های مکرر می‌توان صورت و مخرج را به ب.م.م آن‌ها ساده کرد. از آن‌جا که ب.م.م در واقع بزرگ‌ترین عامل یا مقسوم‌علیه مشترک است مطمئن هستیم که ساده‌تر از آن نمی‌شود.

توصیه‌های آموزشی:



در مثال‌های خود کسری مثل $\frac{819}{91}$ را انتخاب کنید تا دانش‌آموز دشواری تشخیص مقسوم‌علیه مشترک را درک و به فایده‌ی ساده کردن به کمک ب.م.م پی‌برد.

آموزش دهید:



متن کتاب را با کمک دانش‌آموزان بخوانید تا مطالب مربوط به این قسمت جمع‌بندی شود، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:



در تمرین اول، هدف تمرین ساده کردن کسر با استفاده از ب.م.م است. در تمرین دوم هدف پیدا کردن جزء چهارم با استفاده از مفهوم چند برابر شدن است؛ برای مثال، در تساوی $\frac{4}{5} = \frac{\square}{35}$ می‌گوییم عدد ۵، هفت برابر شده پس ۴ را نیز هفت برابر می‌کنیم؛ یعنی به جای \square باید ۲۸ نوشت. دانش‌آموزان با این روش در دوره‌ی ابتدایی آشنا شده‌اند.

فعالیت

در تساوی مقابل، روش ساده کردن کسر $\frac{24}{18}$ را می‌بینید.

عدد ۲ مقسوم‌علیه مشترک ۲۴ (صورت) و ۱۸ (مخرج) است.

حالا کسر $\frac{24}{18}$ را باز هم ساده کنید.

همان‌طور که می‌بینید کسر $\frac{24}{18}$ در دو مرحله ساده می‌شود.

با توجه به تساوی زیر، توضیح دهید که چگونه می‌توانیم کسر $\frac{24}{18}$ را در یک مرحله ساده کنیم.

تساوی مقابل را کفیل کنید.

با توجه به این فعالیت، چگونگی ساده کردن یک کسر را آنچه بگریه و توضیح دهید.

اگر صورت و مخرج یک کسر را در عددی به جز صفر ضرب کنیم، کسر مساوی با آن به دست می‌آید.

اگر مقسوم‌علیه مشترک صورت و مخرج کسری بزرگ‌تر از ۱ باشد، می‌توانیم با تقسیم کردن صورت و مخرج بر این مقسوم‌علیه، کسر را ساده کنیم. مثلاً برای ساده کردن کسر $\frac{24}{18}$ با توجه به این که $24 \div 6 = 4$ است، صورت و مخرج کسر را بر ۶ تقسیم می‌کنیم.

کار در کلاس

۱- کتاب م.م صورت و مخرج کسر را به دست آورید. سپس کسر را ساده کنید.

| | |
|--|---|
| $24 \div 6 = 4$ $24 \div 18 = 4$ $18 \div 6 = 3$ | $\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$ $\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$ $\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$ |
|--|---|

کسرها و اعداد

مقوایی به صورت عملی بررسی شود. در این خصوص مجموعه‌ی کسرها از تولیدات صنایع آموزشی قابل استفاده است. همچنین توجه دانش‌آموزان را به این نکته جلب کنید که بدانند در کسرهای مساوی صورت‌ها با هم و مخرج‌ها نیز با هم متفاوت‌اند ولی در عین حال معنای آن‌ها یکی است برای مثال، دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{6}$ از نظر ظاهری با هم متفاوت‌اند اما هر دو در واقع یک عدد هستند و روی محور یک نقطه را نمایش می‌دهند.

پرسید!



در مورد الگویی که در عددهای صورت و مخرج کسرهای مساوی وجود دارد از دانش‌آموزان سؤال کنید. آیا آن‌ها می‌توانند صورت‌ها و مخرج‌های کسرهای مساوی را به مفهوم «مضرب» ارتباط دهند؟

هدف فعالیت:



در این فعالیت دانش‌آموزان باید نحوه‌ی ساده کردن



آموزش دهید:

بعد از این که بررسی کار در کلاس به اتمام رسید متن کتاب را بخوانید و برای دانش آموزان توضیح دهید. در این جا دو نکته باید یادآوری شود. اول آن که برای پیدا کردن جزء چهارم می توانیم

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow 6 \times d = c \times b$$

از رابطه ی زیر استفاده کنیم؛ نکته ی دوم هم مربوط به نحوه ی ساده کردن کسر است که قبل از این در درس پیدا کردن ک.م.م آموزش داده شده است در این قسمت قراردادادن x به جای مربع برای سهولت کار نیز مطرح می شود.



توصیه های آموزشی:

در این قسمت، لازم نیست در مورد مفهوم متغیر و معادله توضیح دهید. همین مقدار که x را به جای \square قرار می دهیم کافی است.

در مورد ساده کردن کسرهایی مثل $\frac{42 \times 5}{3}$ از دانش آموزان سؤال کنید که: ضرب کردن ساده تر است یا ساده کردن و بعد ضرب کردن در این مورد در کلاس بحث کنید.



هدف کار در کلاس:

در تمرین اول تعمیم ساده کردن کسرهایی $\frac{a \times b}{c}$ مطرح شده و تعداد عامل ها در صورت و مخرج بیش تر شده اند در این جا به دانش آموز نحوه ی ساده کردن، خط کشیدن روی عددها و نوشتن عددهای جدید و ساده کردن یک عدد از صورت و یک عدد از مخرج به صورت هم زمان را یادآور شدید. تمرین دوم نیز به منظور تثبیت روش پیدا کردن جزء چهارم در تساوی دو کسر است.



ادامه دهید:

تمرین های مطرح شده در انتهای این درس، تکلیف دانش آموزان در منزل است. در این صفحه، فضا به اندازه ی کافی وجود دارد و دانش آموزان می توانند آن ها را در کتاب خود پاسخ دهند.

۲- تساوی های زیر را کفیل کنید.

$$\frac{7}{5} = \frac{28}{25} \quad \frac{28}{25} = \frac{7}{5} \quad 7 = \frac{28}{4} \quad \frac{28}{7} = 4$$

به جای \square چه عددی باید نوشت تا تساوی درست باشد!

برای یافتن مخرج کسر دوم، ۲۲ را بر ۲ تقسیم می کنیم و نتیجه را در ۵ ضرب می کنیم! یعنی $\square = \frac{22 \times 5}{2} = 55$ مخرج کسر دوم یعنی \square

پس از این، روش ساده کردن کسر $\frac{22 \times 5}{2}$ را آموخته اید: $12 \times 5 = 60$ و $\frac{36 \times 5}{12} = 15$

برای راحت تر نوشتن محاسبه، به جای \square می توانیم از x استفاده کنیم (یکی از حروف انگلیسی است که ایکس خوانده می شود). بنابراین:

$$\frac{7}{5} = \frac{22}{x} \rightarrow x = \frac{22 \times 5}{7} = 15.7$$

کار در کلاس

۱- کسرهایی زیر را ساده کنید.

$$\frac{20 \times 5}{36 \times 2} = \frac{10}{9} \quad \frac{7 \times 2}{2 \times 17} = \frac{7}{17} \quad \frac{20 \times 15}{17 \times 5} = \frac{4}{17} \quad \frac{16 \times 17}{32} = \frac{17}{2}$$

۲- در هر یک از تساوی های زیر، مقدار x را حساب کنید.

$$\frac{7}{5} = \frac{28}{x} \quad x = \frac{28 \times 5}{7} = 20$$

$$\frac{7}{5} = \frac{x}{21} \quad x = \frac{21 \times 7}{5} = 29.4$$

$$\frac{20}{5} = \frac{10}{11} \quad x = \frac{11 \times 20}{10} = 22$$

$$\frac{3}{20} = \frac{27}{15} \quad x = \frac{20 \times 27}{15} = 36$$

$$\frac{17}{20} = \frac{20}{x} \quad x = \frac{20 \times 20}{17} = 23.5$$

کتاب ریاضیات هفتم

در تمرین اول و مقایسه ی عددها، نحوه ی استدلال کلامی دانش آموزان را مورد توجه قرار دهید. از آن ها بخواهید با راهبردها و روش های مختلف عددها را با هم مقایسه کنند. برای کار خود استدلال کنند.

فعالیت موازی:



- به تعداد دانش آموزان کلاس خود، روی برجسب های کوچکی، یک عدد کسری بنویسید به طوری که همه ی کسرها دو به دو با هم مساوی باشند. سپس هر برجسب را روی پیشانی یک دانش آموز بچسبانید به طوری که هیچ کس متوجه کسر خود نشود. از دانش آموزان بخواهید بدون آن که با یکدیگر صحبت کنند کسر مساوی خود را پیدا کنند. راه حل این است که هر کس سعی کند دو کسر مساوی پیدا کند و آن ها را به هم معرفی کند به این ترتیب کسر مربوط به خود را نیز توسط دیگران خواهد یافت.
- با استفاده از میله های تا شونده یا نوارهای کسرهایی مساوی از تولیدات صنایع آموزشی می توانید تساوی کسرها را با

توسعه:

پیدا کردن چند کسر بین دو کسر و نتیجه گیری این مطلب که بین دو کسر بی شمار کسر وجود دارد و همچنین پیدا کردن کسرهای مساوی یا کسرهای بین دو کسر روی محور روش خوبی برای توسعه‌ی مطالب کتاب است. ساده کردن کسرها به صورت ذهنی، ساختن کسرهای مساوی یک کسر با مخرج توان‌های 10^n برای برقرار کردن ارتباط بین کسر، عدد اعشاری و درصد برقراری ارتباط بین تساوی کسرها و تبدیل واحدهای اندازه گیری نیز می‌تواند مطرح شود.

فعالیت خارج از کلاس:

از دانش‌آموزان بخواهید به کمک طلق شفاف و مقوا حالت‌های مختلف تساوی کسرها را نشان دهند. برای این کار می‌توانند طلق‌هایی شفاف که تقسیمات ۲ تایی، ۳ تایی ۴ تایی و ... را مشخص می‌کند روی مقوایی که هر کدام یک کسر را نشان می‌دهند قرار دهند و کسرهای مساوی آن را به دست آورند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

دانش‌آموزان می‌توانند تساوی دو کسر را با استفاده از ماشین حساب بررسی کنند. برای مثال حاصل کسر $\frac{2}{3}$ را با تقسیم کردن ۲ بر ۳ پیدا کنند. به همین ترتیب کسری مثل $\frac{34}{51}$ را نیز با ماشین حساب به عدد اعشاری تبدیل کنند. با مقایسه‌ی عددهای حاصل نتیجه بگیرند که دو کسر با هم مساوی‌اند.

تمرین

۱- $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$

۲- $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

۳- هر یک از کسرهای زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$ $\frac{15}{5} = 3$ $\frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$ $\frac{25}{5} = 5$

۴- هر یک از عددهای مخلوط زیر را به کسر تبدیل کنید.

$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ $3 = \frac{15}{5}$ $4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$ $5 = \frac{25}{5}$

۵- کسرهای زیر را ساده کنید.

$\frac{9 \times 75}{57 \times 10} = \frac{3}{2}$ $\frac{21 \times 33}{21 \times 27} = 1$ $\frac{45 \times 22}{17 \times 30} = \frac{11}{5}$

۶- هر یک از کسرهای زیر را با استفاده از بزرگترین مقسوم علیه مشترک صورت و مخرج آن ساده کنید.

$\frac{170}{177} = \frac{10}{11}$ $170 \div 17 = 10$ $177 \div 11 = 16$

$\frac{122}{80} = \frac{61}{40}$ $122 \div 2 = 61$ $80 \div 16 = 5$

$\frac{104}{18} = \frac{13}{9}$ $104 \div 8 = 13$ $18 \div 6 = 3$

۷- در هر یک از تساوی‌های زیر، مقدار X را به دست آورید.

$\frac{22}{5} = \frac{18}{X}$ $5 = 22$ $\frac{X}{11} = \frac{21}{28}$ $X = 18$

کسر، نسبت و اعشار

کمک دانش‌آموزان آموزش دهید.

۳- تعدادی دایره‌ی مقوایی را که کسری از آن‌ها رنگ شده است (کسرهای تصویری) در اختیار دانش‌آموزان قرار دهید. در این کسرها چندین دسته کسر مساوی وجود دارد. دانش‌آموزان باید دسته کسرهای مساوی را کشف و با هم گروه تشکیل دهند.

یادداشت معلم

جمع و تفریق کسرها

ایجاد انگیزه کنید: 

با دو مقوای بزرگ دایره شکل وارد کلاس شوید. یک طرف این دایره‌ها کسرهای $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{5}$ را نشان می‌دهند در طرف دیگر آن‌ها $\frac{5}{15}$ و $\frac{6}{15}$ مشخص شده است. قسمت‌های رنگ شده در دو طرف دقیقاً بر هم منطبق باشد تا مشخص شود $\frac{5}{15}$ با $\frac{1}{3}$ و $\frac{6}{15}$ با $\frac{2}{5}$ مساوی هستند. دایره‌ها را به دانش‌آموزان نشان دهید و از آن‌ها بخواهید حدس بزنند درس امروز در چه موردی است.

شروع کنید: 

به دانش‌آموزان یادآور شوید که درس جمع و تفریق کسرها را در دوره‌ی دبستان خوانده‌اند. در کلاس اول راهنمایی همان درس تکرار و تکمیل می‌شود. از دانش‌آموزان بخواهید در مورد شکل‌های بالای صفحه و نحوه‌ی جمع و تفریق کسرها با هم در گروه خود صحبت کنند. از یک گروه بخواهید با توجه به شکل‌ها جمع دو کسر با مخرج مساوی را توضیح دهد. گروه دیگر نیز تفریق دو کسر را بیان می‌کند.

آموزش دهید: 

با توجه به توضیحات دانش‌آموزان و بحث کلاسی انجام شده، مفهوم جمع و تفریق دو کسر با مخرج‌های مساوی را با استفاده از مفهوم چند برابری کسر توضیح دهید. $\frac{3}{6}$ ، یعنی ۳ تا $\frac{1}{6}$ و $\frac{2}{6}$ ، یعنی ۲ تا $\frac{1}{6}$ پس مجموع آن‌ها، یعنی ۵ تا $\frac{1}{6}$ یا کسر $\frac{5}{6}$.

ادامه دهید: 

چند مثال ساده را به صورت ذهنی با دانش‌آموزان کلاس تمرین کنید تا مطمئن شوید که مفهوم بالا را درک کرده‌اند در این مثال‌ها می‌توانید تعداد کسرها را بیشتر از دو عدد مطرح کنید.

مثال: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{5}{7} - \frac{4}{7}$

جمع و تفریق کسرها



$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

با توجه به شکل‌های بالا توضیح دهید که حاصل جمع با تفریق کسرها چگونه بدست می‌آید.



$$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

کار دو کلاس

۱- حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را حساب کنید.

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{8}{9} + \frac{11}{9} = \frac{19}{9}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{11}{8} - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\frac{7}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

۲- حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را پیدا کنید.

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{7}{12} - \frac{1}{6} = \frac{7}{12} - \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{1}{2} = \frac{7}{10} - \frac{5}{10} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{7}{7} - \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{7}{7} - \frac{1}{12} = \frac{12}{12} - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

۳- حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را بدست آورید.

$$\frac{7}{7} - \frac{1}{2} = \frac{8}{14} + \frac{3}{14} = \frac{11}{14}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{10} = \frac{15}{10} + \frac{1}{10} = \frac{16}{10}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{2} = \frac{10}{6} - \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{2}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{2}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$



موضوع حاصل دو کسر $\frac{5}{6} + \frac{1}{6}$ را بدست آورید. همان‌طور که می‌بینید،

مخرج دو کسر یکدیگر برابر نیستند؛ پس ابتدا باید مخرج‌ها را یکی کنید؛ یعنی عددی را

پرسید: 

از دانش‌آموزان سؤال کنید که اگر مخرج کسرها با هم برابر نباشد چه باید کرد.

هدایت کنید: 

دانش‌آموزان را هدایت کنید تا سؤال بالا را فقط در حالت‌هایی که مخرج‌ها به هم بخش‌پذیرند و یا مخرج‌ها نسبت به هم اول هستند بررسی کنند.

ادامه دهید: 

بعد از این که مطمئن شدید دانش‌آموزان در مورد سؤال‌های بالا به اندازه‌ی کافی بحث و گفت‌وگو کرده‌اند با انجام چند مثال، مبحث را جمع‌بندی کنید و از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

مساوی آن با مخرج ۱۲ نوشته‌اند؛ یعنی از تساوی زیر صورت

$$\frac{1}{4} = \frac{\square}{12} \quad \text{کسر پیدا شده است.}$$

به عبارت دیگر چون نمی‌توانیم دو کسر را با هم جمع یا تفریق کنیم، از کسرهای معادل آن‌ها استفاده می‌کنیم.

هدف فعالیت:

این فعالیت به منظور پیدا کردن رابطه‌ی بین مخرج مشترک و ک.م.م مخرج‌ها طراحی شده است. پس از پایان این فعالیت، دانش‌آموزان باید نتیجه بگیرند برای مخرج مشترک از ک.م.م مخرج‌ها استفاده می‌کنیم.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و آن را انجام دهند به آن‌ها تأکید کنید مهم‌ترین قسمت فعالیت نتیجه‌ی پایانی آن است به آن‌ها فرصت کافی دهید تا در مورد فعالیت فکر کنند و در صورت لزوم با اعضای گروه خود مشورت و بحث کنند.

آموزش دهید:

بعد از این که دانش‌آموزان پاسخ فعالیت را نوشتند از چند گروه یا چند نفر بخواهید نتیجه‌گیری خود را بیان کنند سپس برای دانش‌آموزان توضیح دهید که مخرج مشترک همان مضرب مشترک دو مخرج است. از آن‌جا که بی‌شمار مضرب مشترک وجود دارد پس می‌توانیم بی‌شمار مخرج مشترک بنویسیم. برای سهولت کار و انجام عملیات با عددهای کوچک‌تر بهتر است کوچک‌ترین مضرب مشترک یا همان ک.م.م را انتخاب کنیم.

پرسید!

تمرین تفریق پایین صفحه را برای دانش‌آموزان توضیح دهید. از آن‌ها سؤال کنید چه عددی را می‌توان به عنوان مخرج مشترک انتخاب کرد؟ کدام مخرج مشترک بهتر و ساده‌تر است؟ سپس از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را با توجه به محاسبه‌ی مخرج مشترک با استفاده از ک.م.م مخرج‌ها انجام دهند.

پیدا کنیم که به هر دو مخرج قابل قسمت باشد. تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

در عبارت‌های بالا هر یک از عددهای ۵، ۷، ۱۲ و ۸ را که از مضرب‌های مشترک دو عدد ۸ و ۷ هستند، می‌توانیم مخرج مشترک دو کسر قرار دهیم. این دو کسر چند مخرج مشترک دیگر می‌تواند داشته باشند؟ کمترین مخرج مشترک کدام است؟ توضیح دهید.

تساوی مقل را کامل کنید.

$$9 \frac{1}{12} = 18$$

در عبارت‌های بالا در کدام حالت عملیات سادگی انجام دادیم؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیریم؟ روشی از ک.م.م اعداد در مخرج استفاده می‌کنیم. به کسری می‌رسیم که سادترین از کسرهای قبل است.

حاصل تفریق زیر را نیز به همان روش بالا به دست می‌آوریم.

$$8 \frac{1}{12} - 2 \frac{1}{12} = 6 \frac{0}{12} = 6$$

کار در کلاس

حاصل جمع‌ها و تفریق‌های زیر را حساب کنید.

$$\frac{7}{10} + \frac{9}{10} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{18} + \frac{7}{18} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{18} + \frac{7}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

$$\frac{5}{18} + \frac{7}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

هدف کار در کلاس:

تمرین ۱ جمع و تفریق با مخرج‌های مساوی تمرین ۲ جمع و تفریق با مخرج‌های به هم بخش پذیر و تمرین ۳ جمع و تفریق با مخرج‌های نسبت به هم اول هستند. از دانش‌آموزان بخواهید عملیات و راه حل را به طور کامل بنویسند.

توصیه‌های آموزشی:

برای درک و فهم بهتر مفاهیم فوق از شکل‌هایی که با مقوا ساخته شده‌اند استفاده کنید. بهتر است دانش‌آموزان خود با این کسرها کار کنند تا مفاهیم را کشف کرده و تولید کنند. برای این کار، مجموعه‌ی کسرها از تولیدات صنایع آموزشی مفید است. همچنین در هنگام یکی کردن مخرج‌ها در تمرین‌های ۲ و ۳ به دانش‌آموزان یادآور شوید کاری که انجام می‌دهند در واقع استفاده از مفهوم تساوی کسرها است؛ برای مثال، $\frac{1}{4}$ کسری

هدف کار در کلاس:



هدف این کار در کلاس تمرین جهت تثبیت مفهوم آموزش

داده شده است.

مشاهده کنید:



از آنجا که انجام این کار در کلاس بسیار حائز اهمیت

است در هنگام حل کار در کلاس دانش آموزان را به خوبی مشاهده کنید تا از صحت نوشته‌های آن‌ها مطمئن شوید.

ادامه دهید:



شکل‌های عدد مخلوط و نحوه جمع کردن دو عدد

مخلوط را به دانش آموزان نشان دهید. از چند نفر بخواهید در مورد نحوه جمع دو عدد مخلوط توضیح دهند. توضیحات آن‌ها را بشنوید و زمینه را برای انجام فعالیت بعد آماده کنید.

آموزش دهید:



در این جا مجدداً یادآور شوید که $2\frac{3}{4}$ یعنی $2 + \frac{3}{4}$ و

$3\frac{2}{4}$ یعنی $3 + \frac{2}{4}$ و با استفاده از آن عبارت جمع را به صورت مفصل تر بنویسید.

$$2 + \frac{3}{4} + 3 + \frac{2}{4} = 5 + \frac{3+2}{4} = 5 + \frac{5}{4}$$

توضیح دهید که به این ترتیب جمع یا تفریق دو عدد مخلوط

در جمع و تفریق کسرها و جمع و تفریق عددهای طبیعی تبدیل می‌شود.

همچنین یادآور شوید که کسرهای بزرگ‌تر از واحد مثل

$\frac{5}{4}$ به عدد مخلوط تبدیل شده سپس عملیات جمع یا تفریق کامل می‌شود یعنی:

$$5 + \frac{5}{4} = 5 + 1\frac{1}{4} = 5 + 1 + \frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$$

بعد از یادآوری‌های فوق از دانش آموزان بخواهید فعالیت

را به صورت گروهی انجام دهند.

هدف فعالیت:



این فعالیت زمینه را فراهم می‌کند تا دانش آموزان حالت‌های

با توجه به شکل‌های زیر، روش جمع کردن دو عدد مخلوط را توضیح دهید.

فعالیت

با استفاده از عددهای طبیعی و کسرهای که در آن‌ها نوشته شده عددهای مخلوط مختلفی درست کنید. حالت‌های مختلفی که برای جمع و تفریق این عددهای مخلوط وجود دارد بنویسید و راه محاسبه‌ی آن‌ها را بررسی کنید.

مثال: $2\frac{3}{4} + 3\frac{2}{4} = 5\frac{5}{4} = 6\frac{1}{4}$

کار در کلاس

۱- حاصل جمع‌های زیر را حساب کنید.

$$1\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} = 3\frac{4}{4} = 4$$

$$2\frac{2}{4} + 1\frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}$$

$$3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4} = 5\frac{4}{4} = 6$$

۲- حاصل تفریق‌های زیر را حساب کنید.

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$$

منبع: سایت و کتاب

مختلف جمع و تفریق دو عدد مخلوط را بسازند و راه حل و عملیات آن را جستجو کنند. به این ترتیب خلاقیت و توانایی ریاضی آن‌ها نیز سنجیده می‌شود.

توصیه‌های آموزشی:



به آن‌ها فرصت کافی بدهید تا این مسئله را از جنبه‌های مختلف بررسی کنند. قرار نیست هر فرد یا گروه تمام حالت‌های ممکن را کشف کنند؛ بلکه با جمع بندی نظرات گروه‌ها یا افراد مختلف تمام حالت‌ها را روی تخته منعکس کنید.

ممکن است بعضی از حالت‌ها در حال حاضر برای

دانش آموزان قابل حل نباشد؛ برای مثال، $2\frac{1}{5} - 3\frac{1}{5}$ به آن‌ها یادآور شوید که در سال‌های بعد این نوع حالت‌ها را نیز می‌توانند حل کنند و روش آن را یاد می‌گیرند.

آموزش دهید:



حالت‌های مختلفی که ممکن است مطرح شود به شرح زیر

می باشد :

هدف کار در کلاس :



این کار در کلاس به منظور تثبیت یادگیری دانش آموز طرح شده است. از دانش آموزان بخواهید عددهای مخلوط را به کسر تبدیل نکنند. در اولین عملیات تمرین ۲، روش قرض دادن را به آن‌ها یادآور شوید.

ادامه دهید:



بعد از اطمینان از یادگیری دانش آموزان، از آن‌ها بخواهید تمرین‌ها و مسئله‌ها را در منزل حل کنند. برای حل مسئله‌ها راهبردهای رسم شکل و زیر مسئله را یادآور شوید. برای حل مسئله‌ی ۴ راهبرد رسم شکل مناسب است. این مسئله را با کشیدن شکل زیر می‌توان پاسخ داد. البته اگر دانش آموزان از کلاس پنجم درسی ضرب کسرها را به خاطر داشته باشند می‌توانند این مسئله را با راهبرد زیر مسئله نیز حل کنند. در بقیه‌ی مسائل نیز هم کشیدن شکل و هم راهبرد زیر مسئله می‌تواند استفاده شود. البته برای درک بهتر تمام مسائل این قسمت می‌توان شکل کشید.



فعالیت موازی:



۱- در صورتی که احساس می‌کنید دانش آموزان کلاس شما جمع و تفریق کسرها را به خوبی می‌دانند و نیازی به یادآوری نیست می‌توانید این بازی را انجام دهید.

این بازی دو نفره است. هر کدام از دو نفر تاس می‌اندازند. هر کس عدد تاس خود را در صورت کسر و عدد تاس دیگری را در مخرج کسر قرار می‌دهد. به همین ترتیب، تاس انداختن را ادامه می‌دهند و کسر می‌سازند. هر کس کسرها را جمع می‌کند. برنده کسی است که مجموع کسرهاش از ۱۵ بگذرد.

۲- می‌توانید در یک صفحه‌ی A4 تعدادی شکل تهیه کنید به طوری که دانش آموزان با رنگ کردن شکل‌ها بتوانند حاصل

جمع دو عدد مخلوط
جمع دو عدد مخلوط با تبدیل کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط

$$2\frac{2}{5} + 3\frac{4}{5}$$

جمع یک عدد طبیعی و یک عدد مخلوط

$$2 + 3\frac{4}{5}$$

$$3\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5}$$

تفریق دو عدد مخلوط
تفریق دو عدد مخلوط در حالتی که کسرها از هم تفریق نمی‌شوند

$$3\frac{1}{5} - 2\frac{4}{5}$$

تفریق یک عدد مخلوط از یک عدد طبیعی

$$3 - 2\frac{1}{5}$$

تفریق یک عدد طبیعی از یک عدد مخلوط

$$4\frac{1}{5} - 3$$

$$3 - \frac{2}{5}$$

تفریق یک کسر از یک عدد طبیعی
تفریق دو عدد مخلوط در حالتی که قسمت صحیح صفر می‌شود

$$2\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5}$$

سعی کنید حالت‌های مختلف را دسته‌بندی کنید؛ برای مثال، سه عبارت زیر در یک دسته قرار می‌گیرند؛ چون هر سه جمع دو عدد مخلوط را نشان می‌دهند. $2\frac{1}{5} + 3\frac{2}{5}$ و $3\frac{2}{5} + 2\frac{1}{5}$ در این صورت مفهوم حالت‌های مختلف برای دانش آموزان بهتر مشخص می‌شود.

هدایت کنید:



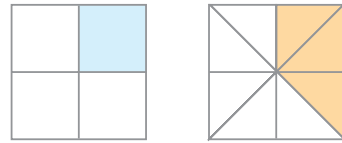
در انجام عملیات تفریق زیر دانش آموزان را هدایت کنید تا به جای تبدیل عددهای مخلوط به کسر از روش قرض دادن استفاده کنند.

$$3\frac{1}{5} - 2\frac{2}{5} = 1\frac{1}{5} - \frac{2}{5} = \frac{6}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس را به صورت فردی پاسخ دهند.

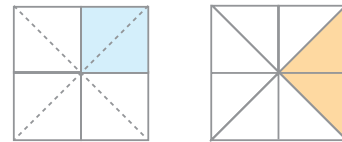
جمع یا تفریق دو کسر را در حالت‌های مختلف به دست آورند؛ برای مثال، در جمع زیر به شکل احتیاج داریم:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$$



دانش‌آموزان باید برای پیدا کردن حاصل جمع شکل اول را به ۸ قسمت تقسیم کنند تا کسر $\frac{2}{8}$ یا کسری با مخرج مساوی با کسر دیگر ایجاد شود. با این کار راه حل مشخص می‌شود.

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$



۳- برای پیدا کردن مخرج مشترک یا به عبارتی کوچک‌ترین مضرب مشترک می‌توان از روش مجموعه‌ها به شکل زیر نیز استفاده کرد. فرض کنید می‌خواهیم مخرج مشترک (ک.م.م) دو عدد ۶ و ۸ را پیدا کنیم. ابتدا عدد بزرگ‌تر یعنی ۸ را انتخاب کرده مضارب آن را (مجموعه‌ی مضرب‌ها) یکی‌یکی به دست می‌آوریم. هر بار مضرب را به عدد دیگر تقسیم می‌کنیم. هر وقت مضرب به دست آمده بر عدد دیگر بخش‌پذیر شد آن مضرب در واقع همان ک.م.م یا مخرج مشترک است.

$$8 \times 1 = 8$$

$$8 \div 6$$

$$8 \times 2 = 16$$

$$16 \div 6$$

$$8 \times 3 = 24$$

$$24 \div 6 = 4$$

یعنی ۲۴ مخرج مشترک یا ک.م.م مخرج‌هاست.



۱- پرورش و تقویت مهارت محاسبات عددی و عملیات ذهنی در این قسمت توصیه می‌شود. مثال‌های زیر برای عملیات ذهنی مناسب است.

$$2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} =$$

$$2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} + 3\frac{1}{6} + 1\frac{1}{6}$$

فراموش نکنید که روش‌ها و راهبردهای مختلف برای انجام محاسبات ذهنی مورد تأکید است. از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های خود را بیان کنند.

۲- پیدا کردن الگوهایی در محاسبات مثل عبارت زیر

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)$$

۳- تمرین مهارت تخمین و تقریب عددی نیز در این قسمت می‌تواند مباحث را کامل کند. از دانش‌آموزان بپرسید دو و خورده‌ای به علاوه‌ی یک و خورده‌ای چقدر می‌شود؟ حالت‌های مختلف را بررسی کنید. جواب ممکن است سه و خورده‌ای، چهار و یا چهار و خورده‌ای شود. حالت‌های مختلف را می‌توانید با رسم شکل بررسی کنید. همین کار را برای تفریق یا جمع و تفریق می‌توان انجام داد.

محاسبه‌ی یک عبارت (جمع و تفریق کسرها و عدد مخلوط)

به صورت تقریبی با بیان راهبردها و روش‌های مختلفی که دانش‌آموزان به کار می‌برند نیز مطرح شود.

۴- پیدا کردن مخرج مشترک کسرها در مواردی که تشخیص آن‌ها بدون محاسبه امکان‌پذیر باشد تمرین شود.

فعالیت خارج از کلاس:



از دانش‌آموزان بخواهید کارت‌هایی تهیه کنند که در یک طرف کسرهایی مثل $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{3}$ نوشته شده باشد و از طرف دیگر کسرهایی مساوی آن‌ها؛ یعنی $\frac{3}{12}$ و $\frac{8}{12}$ درج شده باشد، تا بتوان با آن‌ها عملیات جمع و تفریق را تمرین کرد. اگر هر کس از دانش‌آموزان تعداد مشخصی کارت درست کند در مجموع آرشینو مناسبی از کسرها خواهد داشت. می‌توانید با استفاده از این کارت‌ها درس‌ها را تمرین و مرور کنید و یا در زمان آموزش از آن‌ها استفاده کنید این کارت‌ها در درس‌های بعدی مثل تقسیم کسرها نیز کاربرد دارد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



کار با ماشین حساب‌هایی که عملیات کسر و عدد مخلوط را انجام می‌دهند به دانش‌آموزان آموزش دهید. در این خصوص چگونگی استفاده از کلیدهای پراتنر را نیز باید آموزش دهید.

آموزش دهید:



بعد از شنیدن توضیحات دانش‌آموزان درس را در سه بخش، جمع‌بندی کنید. (۱) ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر (۲) ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی (۳) ضرب دو کسر برای این کار، ابتدا عبارت ضرب را روی شکل توجیه کنید؛ برای مثال $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ یعنی $\frac{2}{3}$ از $\frac{4}{5}$ کل شکل به عبارت دیگر ابتدا $\frac{4}{5}$ شکل را رنگ کرده‌ایم سپس $\frac{2}{3}$ از این قسمت رنگ شده را هاشور زده‌ایم. سپس پاسخ ضرب را از روی شکل پیدا کنید. از شکل مشخص است که پاسخ $\frac{8}{15}$ است. از دانش‌آموزان بخواهید رابطه‌ای کشف کنند که بدون استفاده از شکل بتوان پاسخ ضرب را نوشت. نتیجه این است که باید صورت کسرها را در هم و مخرج آن‌ها را در هم ضرب کرد.

ادامه دهید:



متن کتاب را یکی از دانش‌آموزان بخواند و شما توضیح دهید که چگونه قبل از ضرب کردن می‌توانیم عبارت را ساده کنیم.

توصیه‌های آموزشی:



ساده کردن قبل از ضرب از نکات بسیار مهم و مورد تأکید در این درس است. هنگام حل کار در کلاس و تمرین‌ها به این موضوع دقت کنید که آیا دانش‌آموزان ابتدا ساده می‌کنند یا خیر.

هدف فعالیت:



هدف فعالیت تمرین پیدا کردن معکوس یک کسر و کشف این رابطه که حاصل ضرب هر عدد در معکوس برابر یک است.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را بخوانند و جدول را کامل کنند. به آن‌ها یادآور شوید که نتیجه‌گیری پایان فعالیت مهم‌ترین بخش آن است. پس از این که نتایجی که دانش‌آموزان نوشته بودند بیان شد، موضوع را جمع‌بندی کنید و از دانش‌آموزان

ضرب کسرها

ایجاد انگیزه کنید:



یک مستطیل روی تخته بکشید که $\frac{1}{3}$ آن هاشور خورده باشد. از یک دانش‌آموز بخواهید $\frac{2}{3}$ از باقی‌مانده‌ی مستطیل را نیز هاشور بزند. قبل از این که او این کار را انجام دهد از بقیه سؤال کنید چه کسری از کل شکل هاشور خواهد خورد؟

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید به شکل‌ها و تساوی‌های نوشته شده زیر هر کدام توجه کنند و بعد از بحث در گروه خود، چگونگی عمل ضرب و رابطه‌ی آن با شکل‌ها را توضیح دهند. به آن‌ها یادآوری کنید که این درس را در دوره‌ی دبستان دیده‌اند.

بخواید کار در کلاس را پاسخ دهند.

توصیه‌های آموزشی:

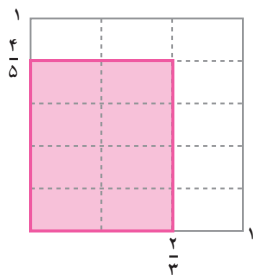
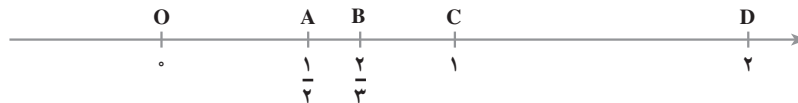
ضرب دو عدد مخلوط را به عنوان یک مسئله برای دانش‌آموزان مطرح کنید. اجازه دهید خودشان به این نتیجه برسند که باید ابتدا عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کرد.

هدف کار در کلاس:

تمرین اول تکنیک ضرب کسرها را یادآور می‌شود در تمرین دوم هدف بررسی حالت‌هایی از ضرب دو کسر است که منجر به عبارت $\frac{2 \times 5}{3 \times 7}$ می‌شود. این حالت‌ها عبارت‌اند از $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ و $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ و $\frac{5}{3} \times \frac{2}{7}$ و $2 \times \frac{5}{7}$ و $\frac{1}{3} \times \frac{10}{7}$ و $\frac{10}{3} \times \frac{1}{7}$

توسعه:

عملیات ذهنی و محاسبه‌ی تقریبی در این جا نیز می‌تواند مطرح شود. به سؤال زیر توجه کنید.
کسره‌های $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ روی محور مشخص شده‌اند حاصل ضرب این دو کسر در کدام قسمت محور قرار می‌گیرد؟



همچنین الگویابی در عبارت‌هایی مثل زیر:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{99}{100}$$

فعالیت موازی:

ضرب کسرها را با استفاده از مفهوم مساحت نیز می‌توان مطرح کرد. در شکل زیر هر ضلع مربع یک واحد است. روی هر ضلع کسره‌های $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ را مشخص می‌کنیم یعنی مساحت مستطیلی که طول و عرض آن $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ است. به همین ترتیب می‌توان حالت‌های مختلف ضرب را بررسی کرد.

فعالیت خارج از کلاس:

دانش‌آموزان حالت‌های مختلف ضرب کسر (۳ حالت) را روی مقوا بکشند و در کلاس نصب شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

نحوه‌ی ضرب کسر و عدد مخلوط را با استفاده از ماشین حساب آموزش دهید و تمرین کنید.

رابطه‌ی هر شکل و ضرب نوشته شده را توضیح دهید.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

دو کسر را به صورت مقابل در هم ضرب می‌کنیم.

فعالیت

مکسوس $\frac{2}{3}$ کسر $\frac{4}{5}$ و مکسوس $\frac{4}{5}$ کسر $\frac{2}{3}$ است. جدول زیر را کمال کنید.

| | | | | | | |
|--------------------------|----------------|---------------|---|---------------|---------------|---------------|
| عدد | $\frac{4}{5}$ | $\frac{2}{3}$ | ۳ | $\frac{1}{4}$ | ۲ | $\frac{1}{2}$ |
| مکسوس عدد | $\frac{11}{5}$ | $\frac{8}{3}$ | ۱ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{2}$ |
| حاصل ضرب عدد در مکسوس آن | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ حاصل ضرب هر عدد در مکسوس آن، واحد یک می‌شود.

کار دو کلاس

۱- ضربهای زیر را انجام دهید.

$$3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{5}{4} \times 7 = \frac{35}{4}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

۲- می‌خواهم عبارت $\frac{2 \times 5}{3 \times 7}$ را به صورت حاصل ضرب دو کسر بنویسم.
این کار را به چند حالت می‌توانم انجام دهم؟ همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسید.
همه‌ی حالتها در قسمت توضیحات آمده است.

کسر، عدد و اعشار

می‌توانید با بررسی نظیر چرا این راه حل درست است؟ آن‌ها را به تفکر وادارید و مهارت استدلال و بیان مسیر فکری را در آن‌ها پرورش دهید.

ادامه دهید:



روی تخته چهار مرحله‌ی حل یک مسئله را به ترتیب زیر هم بنویسید و جلوی هر مرحله به طور مختصر پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان داده‌اند را جمع‌بندی کنید. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که مسئله را می‌توان به صورت‌های مختلف ساده کرد. در این مسئله، راهبرد «حل مسئله‌ی ساده‌تر» استفاده شده است و با یافتن الگویی در مسئله‌ی ساده‌تر و تعمیم آن به مسئله‌ی اصلی، مسئله حل شده است. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که ممکن است مسئله را به گونه‌ای دیگر ساده کنیم؛ از آن‌ها بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقت بخوانند و مراحل حل آن را طی کنند و مشاهده نمایند که مسئله‌ی جدید به صورت دیگری ساده شده است. در این مسئله با قرار دادن اعداد صحیح به جای اعداد گویا مسئله ساده‌تر و قابل فهم شده است فرصت کافی در اختیار گروه‌ها قرار دهید تا مسئله را حل کنند و درستی پاسخشان را بررسی نمایند سپس درباره‌ی هر مرحله در کلاس بحث کنید و نتایج را به طور خلاصه روی تخته بنویسید.

دقت کنید که در قسمت بازگشت به عقب راهی برای تشخیص درستی پاسخ پیشنهاد شده است. دانش‌آموزان را هدایت کنید تا دریابند که محاسبه‌ی تقریبی کمک می‌کند تا آن‌ها سریع‌تر به نادرستی پاسخ واقف شوند اما با استفاده از محاسبه‌ی تقریبی نمی‌توان از درستی پاسخ مطمئن شد و باید عملیات را کنترل کرد.

همان‌طور که ذکر شد در این دو صفحه، دو هدف دنبال می‌شد (۱) راهبرد حل مسئله ساده‌تر در بسیاری از مسائل کارایی دارد (۲) چگونه راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر را می‌توان در مسائل به کار برد در این قسمت، ۲ نوع استفاده از این راهبرد یادآوری شده است یکی کوچک‌تر کردن مسئله و کم کردن تعداد عوامل و دیگری ساده کردن عددهای مسئله و به کار بردن عددهای طبیعی به جای عددهای کسری. مهم این است که دانش‌آموز در هنگام حل مسئله‌های دیگر بتواند توضیح دهد که از چه راهبردی

حل مسئله

بعضی از مسئله‌ها ظاهر دشوار و پیچیده و حل کردن آن‌ها در حقیقت نکی با اعداد بزرگ و غیرمعمول دشوار محسوس می‌شود اما اگر مسئله را ساده کنیم با در حقیقت بعضی مسائل ساده‌تر می‌شوند و بررسی آن‌ها آسان‌تر و در حل مسئله را کندتر می‌کنیم. همین‌طور در حل مسائل را می‌توانیم با توجه به رابطه یا الگویی که وجود دارد، به مسئله‌ی اصلی مرتبط کنیم.

۱- حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{99}{100} \times \frac{100}{101} =$$

پیشنهاد مسئله: بین کسرها و ترتیب نوشتن آن‌ها چه رابطه‌ای وجود دارد؟
 - معنی علامت (...) در عبارت بالا چیست؟ **بسی ساده‌ها بهترین ترتیب**
ادامه پند می‌کنند.

انتخاب راهبرد: نوشتن تمام کسرها تا $\frac{99}{100}$ کمی طولانی به نظر می‌رسد. برای این که رابطه‌ی کسرها را متوجه شویم، تعداد آن‌ها را کمتر می‌کنیم.

$$\frac{1}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} =$$

حل مسئله: عبارت بالا را قبل از ضرب ساده می‌کنیم.
 در ساده کردن کسرها چه الگویی وجود دارد؟ **مطرح هر کس با صورت**
کسر چه ساده می‌شود.

$$\frac{1}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

همین الگویی را برای مسئله‌ی اصلی به کار ببریم. واضح چه کسری است؟
 $\frac{1}{101}$

بازگشت به عقب: آسانی توان الگویی ساده کردن را در این اعداد بین کسرها به کار برد؟

حل مسئله

حل مسئله‌ی ساده‌تر

شروع کنید:



از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۱ را با دقت بخوانند، سوالات مربوط به قسمت فهمیدن مسئله را پاسخ دهند. قسمت انتخاب راهبرد و حل مسئله را مطالعه و مسئله را حل کنند، سپس به سؤال مطرح شده در قسمت بازگشت به عقب پاسخ دهند.

مشاهده کنید:



در حین حل مسئله نکاتی هست که دانش‌آموزان باید به آن‌ها توجه کنند. مثلاً در این مسئله تعمیم الگوی ساده کردن برای تعداد بیش‌تری از کسرها نکته‌ای است که باید درباره‌ی درستی و یا نادرستی آن فکر کرد. دانش‌آموزان ممکن است در ابتدا بدون توجه، از این نکته عبور کنند. دقت کنید که در قسمت بازگشت به عقب باید این نکته را دوباره مد نظر قرار دهند. شما

استفاده می کند و نحوه ی استفاده از راهبرد را توضیح دهد بنابراین در هنگام حل تمرین ها این موضوع را از آن ها بخواهید.

مسئله ی موازی:



۱- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید؟

$$1) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\right) = ?$$

۲- با یک مفتول سیمی یک مربع ساخته ایم. آن را باز می کنیم و از آن مستطیلی می سازیم که طول آن $\frac{3}{4}$ ضلع مربع باشد آیا می توانیم نتیجه بگیریم که عرض مستطیل $\frac{2}{3}$ ضلع مربع است؟ $\frac{1}{3}$ چطور؟

مسئله ی تلفیقی:



در مسئله ی زیر می توانید از راهبرد «زیر مسئله» و «حل مسئله ساده تر» به صورت هم زمان استفاده کنید.
پدر بزرگ مریم ۹۰ سال دارد. سن او $7\frac{1}{3}$ برابر سن مریم است، سن مادر بزرگ مریم $6\frac{5}{6}$ برابر سن مریم است. اختلاف سنی پدر بزرگ و مادر بزرگ مریم را بیابید.

حل مسئله ی ساده تر

۱- در یک کارخانه نولهایی به طول $5\frac{2}{3}$ متر تولید می شود. تولید این کارخانه در هر روز ۲۲۲ نوله است. در هر روز چند متر نوله تولید می شود؟

نویسنده مسئله: داده های مسئله کدام اند؟ تعداد و طول نوله های تولید شده در یک روز

- مسئله چه چیزی را از شما خواسته است؟ کل طول نوله های تولید شده در یک روز

- مسئله را خلاصه کنید

تعمیر امر: برای این که مسئله را راحت تر درک کنیم و راه حل آن را بفهمیم، آن را با عددهای دیگر ساده می کنیم.

در یک کارخانه نولهایی به طول ۵ متر تولید می شود. تولید این کارخانه در هر روز ۲۰۰ نوله است. در هر روز چند متر نوله تولید می شود؟

حل مسئله: مسئله ی ساده شده ی بالا به صورت زیر حل می شود.

مقدار تولید نوله در یک روز: $200 \times 5 = 1000$ متر

حالا مسئله ی اصلی را حل کنید. $122 \times 5\frac{2}{3} = 122 \times \frac{17}{3} = 122 \times 5\frac{2}{3}$

بزرگساز مطلب: عملیات ضرب عدد مخلوط را کنترل کنید.

- محاسبه را به صورت زیر انجام دهید. آیا جواب تقریباً درست است؟
با انجام دادن یک محاسبه مانند $122 \times 6 = 732$ حدود جواب را می یابیم. پاسخ درست به نظر می رسد.

مشکل از عددهای صحیح به جای عددهای کسری استفاده می یابیم تا بافت ساده تر شدن مسئله و درک بهتر آن می شود.

۵۹

یادداشت معلم



جمع بندی کنید. در تقسیم $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$ از روی شکل پاسخ را به دست می آوریم. از تساوی $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 3$ به این نتیجه می رسیم که اگر دو کسر مخرج مساوی داشته باشند، صورت ها به هم تقسیم می شوند.



از دانش آموزان سؤال کنید که اگر مخرج دو کسر برابر نبود، چه باید کرد.



معمولاً دانش آموزان به روش تبدیل به ضرب و معکوس کردن کسر دوم اشاره می کنند و به آن ها یادآور شوید که این تکنیک را بعداً خواهیم خواند.



درس را با جمع بندی یکی کردن مخرج ها برای تقسیم کردن ادامه دهید. از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس را به همین روش پاسخ دهند.



تمرین تقسیم دو کسر با مخرج مساوی هدف این کار در کلاس است. در صورتی که مخرج ها مساوی نبود ابتدا باید آن ها را یکی کنند.



بعد از بررسی کار در کلاس چگونگی تبدیل تقسیم دو کسر را به ضرب کسرها با استدلالی که در کتاب شده است نتیجه گیری کنید. ابتدا از دانش آموزان بخواهید، خواندن متن کتاب، روش را توضیح دهند. پس از شنیدن صحبت ها و نظرات آن ها، درس را جمع بندی کنید. چون مخرج ها مساوی نیست، ابتدا مخرج مشترک می گیریم.

$$\frac{4}{3} \div \frac{7}{5}$$

تقسیم کسر ها

رابطه ی شکل ها و عبارت های تقسیم را توضیح دهید.
با توجه به این که $6 \div 2 = 3$ است، می توانیم بنویسیم: $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 3$
همین طور، می توان نوشت:

$$\frac{12}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{12}{2} = 6 \quad ; \quad \frac{8}{6} \div \frac{4}{6} = 2$$

کار در کلاس

حاصل تقسیم های زیر را حساب کنید

$$\frac{12}{9} \div \frac{4}{9} = 3 \quad ; \quad \frac{8}{11} \div \frac{2}{11} = 4$$

$$3 \div 1 = \frac{3}{1} \quad ; \quad \frac{16}{7} \div \frac{4}{7} = 4$$

$$\frac{7}{7} \div \frac{1}{7} = 7 \quad ; \quad 7 \div 1 = \frac{7}{1}$$

$$\frac{7}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{7 \times 3}{3 \times 3} = \frac{21}{3} = 7 \quad ; \quad \frac{7}{1} \div \frac{1}{3} = \frac{7 \times 3}{1 \times 3} = \frac{21}{3} = 7$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{3} = 2 \quad ; \quad \frac{1}{1} \div \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{1 \times 3} = \frac{3}{3} = 1$$

با توجه به تساوی می توانیم به صورت زیر عمل کنیم.

به تساوی های بالا توجه کنید و روش تقسیم دو کسر را توضیح دهید.

فصل پنجم و ششم

تقسیم کسر ها



به هر یک از دانش آموزان بگویند ۳ مربع مساوی بکشند. از آن ها بخواهید این سه مربع را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنند. بدون این که آن ها را راهنمایی کنید، فقط کارهای آن ها را مشاهده کنید.



از دانش آموزان بخواهید شکل ها و تقسیم های زیر هر کدام را نگاه کنند و در مورد چگونگی تقسیم دو عدد با هم بحث کنند. به آن ها یادآور شدید که این درس را در کلاس پنجم دبستان دیده اند.



بعد از شنیدن نظرات دانش آموزان موضوع را این گونه

کار دو کلاس

حاصل تقسیم‌های زیر را بدست آورید.

| | |
|--|--|
| $\frac{2}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3}$ | $\frac{3}{7} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{2}$ |
| $\frac{15}{21} \div \frac{5}{7} = \frac{5}{7}$ | $\frac{8}{27} \div \frac{2}{11} = \frac{44}{27}$ |
| $\frac{20}{33} \div \frac{10}{11} = \frac{2}{3}$ | $\frac{25}{33} \div \frac{15}{24} = \frac{40}{33}$ |
| $12 \div \frac{3}{5} = 20$ | $\frac{15}{8} \div 5 = \frac{3}{8}$ |
| $10 \div \frac{2}{5} = 25$ | $10 \div 7 = \frac{10}{7}$ |

فعالیت

همان‌طور که می‌دانید عبارت $2 \div 3$ را می‌توانیم به صورت $\frac{2}{3}$ بنویسیم و برعکس. به بیان دیگر، کسر نمایش دیگری از تقسیم است. کسرهای زیر را مقده نموده با نام تقسیم بنویسید.

| | |
|---|---|
| $\frac{7}{7} = 1 = \frac{1}{1}$ | $\frac{4}{4} = 1 = \frac{1}{1}$ |
| $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ | $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ |

تمرین

حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید و جواب را به سادترین شکل بنویسید.

| | | | |
|---|---|---|--|
| $\frac{2}{7} \times \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ | $\frac{8}{1} \times \frac{27}{4} = 54$ | $\frac{2}{5} \times \frac{15}{24} = \frac{1}{4}$ | $\frac{3}{7} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{56}$ |
| $\frac{15}{8} \div \frac{15}{16} = \frac{2}{1}$ | $\frac{11}{12} \div \frac{8}{10} = \frac{55}{48}$ | $\frac{7}{11} \div \frac{2}{21} = \frac{147}{22}$ | $\frac{7}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$ |

کلاس و نوشتن انگار

برای این کار، کسر $\frac{4}{3}$ را در $\frac{5}{5}$ و $\frac{7}{5}$ را در $\frac{3}{3}$ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{4}{3} \times \frac{5}{5} \div \frac{3}{3} \times \frac{7}{5}$$

وقتی مخرج‌ها مساوی است حاصل تقسیم برابر است با تقسیم صورت‌ها بر هم

$$\frac{4 \times 5}{3 \times 7}$$

کسر بالا را به صورت ضرب دو کسر می‌نویسیم:

$$\frac{4}{3} \times \frac{5}{7}$$

پس نتیجه می‌گیریم تقسیم به ضرب تبدیل شده و کسر دوم معکوس شده است.

$$\frac{4}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{5}{3}$$

توصیه‌های آموزشی:



برای توضیح موارد فوق، استفاده از گچ‌های رنگی در تفهیم مطلب مؤثر است.

هدف کار در کلاس:



با توجه به نتیجه‌گیری فوق، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند. هدف این کار در کلاس، تمرین روش فوق در تقسیم دو کسر است.

توصیه‌های آموزشی:



در بررسی تمارین کار در کلاس دو نکته را متذکر شوید، ساده کردن قبل از ضرب را یادآور شوید همچنین در عبارت $1 \div \frac{2}{7} = \frac{7}{2}$ نتیجه بگیرید که مفهوم $1 \div \frac{2}{7}$ در واقع همان معکوس کردن کسر است.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت درک رابطه‌ی بین تقسیم و خط کسری است. در متن درس تقسیم کسر حالت $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ را دیده‌اند.

در این جا نیز حالت‌های دیگر را بررسی می‌کنند.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید با خواندن متن فعالیت، آن را به صورت فردی انجام دهند. پس از دادن فرصت کافی برای پاسخ‌گویی، تمرین‌های آن را بررسی کنید. برای تکلیف دانش‌آموزان تمرین‌هایی را تعیین کنید و از آن‌ها بخواهید پاسخ‌ها را با راه حل بنویسند.

هدف کار در کلاس:



در این کار در کلاس عملیات مختلف با هم ترکیب شده‌اند. انتظار می‌رود دانش‌آموزی که روش‌های انجام عملیات جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را جداگانه آموخته است بتواند آن‌ها را در تمرین‌های ترکیبی به کار برد. در انجام این تمرین‌ها یادآور شوید که پراترها مشخص‌کننده‌ی شروع عملیات هستند. ابتدا باید پاسخ هر پراتر محاسبه شود سپس عملیات ادامه

توصیه‌های آموزشی:



تمرین‌های ترکیبی عملیات مختلف را در کلاس با یادآوری راهبرد زیر مسئله حل کنید به نحوه‌ی نوشتن پاسخ‌ها توجه کنید.

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{6}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:



در نحوه‌ی نوشتن حاصل پراترها در مقابل تساوی اول توجه کنید گاهی دانش‌آموزان کسرهای پاسخ پراترها را جابه‌جا می‌نویسند.

فعالیت موازی:



۱- برای نتیجه‌گیری چگونگی تقسیم دو کسر و تبدیل آن به ضرب می‌توانید فعالیت زیر را مطرح کنید. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. تقسیم کسرها را با یکی کردن مخرج‌ها انجام دهید.

$$\frac{1}{3} \div \frac{2}{5} = \quad \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} =$$

$$\frac{3}{7} \div 5 = \quad \frac{3}{7} \times \frac{1}{5} =$$

$$\frac{4}{3} \div \frac{5}{7} = \quad \frac{4}{3} \times \frac{7}{5} =$$

با مقایسه‌ی عبارت‌های بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- برای درک رابطه‌ی این تقسیم عدد یک به کسر و معکوس کسر فعالیت زیر پیشنهاد می‌شود: حاصل عبارت‌ها را پیدا کنید.

$$1 \div 2 = \quad 1 \div \frac{3}{7} =$$

$$\frac{1}{3} = \quad \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{4} = \quad \frac{1}{5} =$$

معکوس هر کسر را بنویسید.

$$2 \rightarrow \quad \frac{3}{7} \rightarrow$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \quad \frac{6}{5} \rightarrow$$

کار در کلاس

۱- حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$\frac{7}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7+4}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\frac{7}{15} - \frac{4}{15} = \frac{7-4}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{7}{15} \times \frac{4}{15} = \frac{7 \times 4}{15 \times 15} = \frac{28}{225}$$

$$\frac{7}{15} \div \frac{4}{15} = \frac{7}{15} \times \frac{15}{4} = \frac{7 \times 15}{15 \times 4} = \frac{7}{4}$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$$\left(\frac{7}{15} + \frac{4}{15}\right) \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{11}{15} \times \frac{1}{6} = \frac{11}{90}$$

$$\left(\frac{7}{15} - \frac{4}{15}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{15} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{7}{15} \div \frac{4}{15} = \frac{7}{15} \times \frac{15}{4} = \frac{7}{4}$$

حاصل عبارت‌های مقابل را با توجه به راهبرد زیر ساده بدست آورید.

مغلیبه‌ی صورت: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$

مغلیبه‌ی مخرج: $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$

مغلیبه‌ی کسر اصلی: $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{3}{2}$

۵۹

یابد.

هدف فعالیت:



هدف فعالیت آموزش چگونگی ساده کردن یک کسر مرکب با استفاده از راهبرد زیر مسئله است.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید تمرین فعالیت را به طور فردی پاسخ دهند. پس از این که دانش‌آموزان مسئله را حل کردند با کمک آن‌ها پاسخ درست را بررسی کنید و چگونگی ساده کردن یک کسر مرکب را نتیجه‌گیری کنید. تمرین‌ها و مسئله‌ها برای تکلیف دانش‌آموزان است. آن‌ها برای حل مسئله‌ها از ۳ راهبرد می‌توانند استفاده کنند.

بپرسید!



نحوه‌ی تقسیم دو عدد مخلوط به هم را از دانش‌آموزان سؤال کنید. اجازه دهید آن‌ها خودشان پاسخ را بدهند.

چه رابطه‌ای بین عبارت‌ها و معکوس کسرها وجود دارد؟

توسعه:

۱- طرح سؤال‌هایی مثل سؤال‌های زیر، به درک بهتر مفاهیم کسر کمک می‌کند.

اگر شکل  نشان دهنده $\frac{3}{4}$ باشد، ۳ واحد

به چه شکلی خواهد بود؟

$\frac{1}{4}$ واحد به چه شکلی خواهد بود؟

۲- انجام محاسبات تقریبی و عملیات ذهنی در این قسمت نیز مورد تأکید است.

۳- انجام تمرین‌های زیر به درک بهتر رابطه‌ی بازگشتی ضرب و تقسیم کمک می‌کند.

$$\frac{5}{6} \div \square = \frac{5}{3} \quad \text{و} \quad \square \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad \frac{7}{8} \div \square = \frac{1}{4}$$

۴- درک چگونگی ساده‌شدن یک کسر مرکب و ترتیب انجام عملیات مورد تأکید است این موضوع به معنای انجام عملیات پیچیده نیست. بلکه ممکن است در حد بیان راه حل و ترتیب عملیات ساده‌کردن یک کسر مرکب متوقف شویم و عملیات آن یا انجام نشود یا با ماشین حساب انجام شود.

فعالیت خارج از کلاس:

از زندگی روزمره کاربردهایی از عملیات کسر پیدا کنند. برای این کار می‌توانند به روزنامه‌ها، نشریات و یا اخبار صدا و سیما توجه کنند. اگر عملیاتی در آن‌ها وجود دارد درستی آن را بررسی کنند.

تلفیق با سایر دروس:

مساحت هر یک از استان‌های کشور را به کل مساحت کشور تقسیم کنیم. (می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید). برای هر استان یک کسر خواهید داشت. مجموع این کسرها را به دست آورید. چه عددی باید به دست آید؟ چرا با ماشین حساب به این عدد نمی‌رسیم؟

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

۱- انجام تقسیم کسرها با استفاده از ماشین حساب،
 ۲- اگر دانش‌آموزی بتواند در ماشین حساب‌هایی که پراتنز و کسر دارند یک کسر مرکب را به طور کامل وارد کند و فقط با زدن یک کلید تساوی، حاصل را به دست آورد، به یقین تمام مفاهیم مربوط به عملیات کسری را یاد گرفته است؛ مثال:

$$\frac{1 + \frac{3}{4}}{(2 + \frac{1}{5}) - (1 - \frac{1}{4})}$$

۳- مقدار تقریبی عبارت‌های زیر را با ماشین حساب به دست آورند. قبل از محاسبه، حاصل را حدس بزنند.

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} =$$

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4}$$

۱- ابتدا مستطیلی به ابعاد ۱۴ و ۱۰ سانتی متر در وسط کاغذ به طریقی که قبلاً توضیح داده شده است رسم کنید (بهتر است همه از یک نوع کاغذ استفاده کنند) توجه داشته باشید که در این رسم کادر جزء خطوط اضافی است و در پایان کار پاک خواهد شد. پس نباید آن را پررنگ بکشند.

۲- عرض مستطیل را به دو قسمت ۵ سانتی متری و طول آن را به هفت قسمت ۲ سانتی متری تقسیم کنید: - خطوط خط چین را بکشید، هدف اصلی خطوط خط چین پیدا کردن نقاط تقاطع خطوط عمودی با خط افقی است بنابراین می توان به گونه ای عمل کرد که همه ی این خطوط کشیده نشود و فقط محل برخورد مشخص شود. البته برای این کار باید تقسیم بندی بسیار با حوصله و دقیق انجام شده باشد.

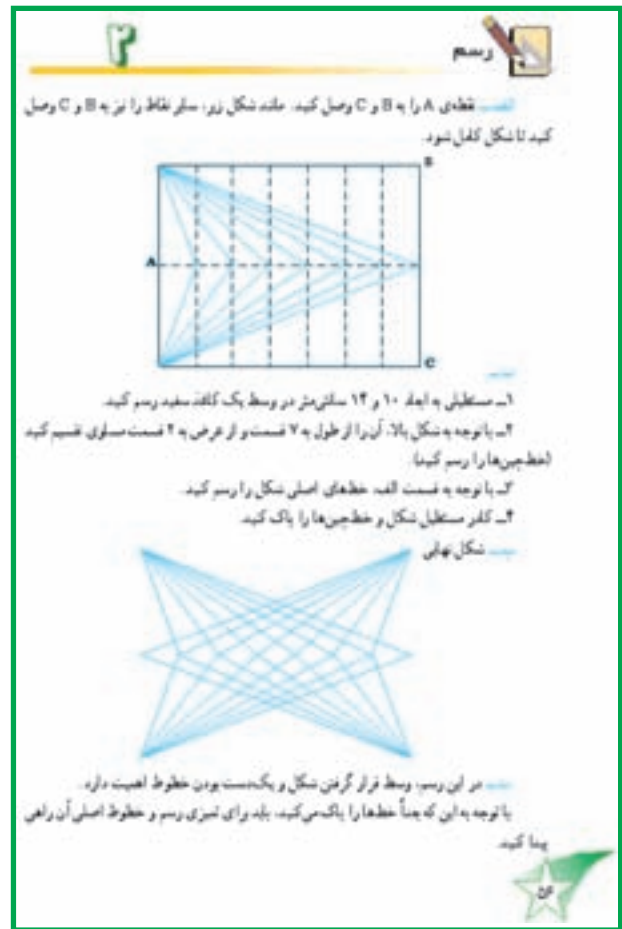
۳- بنابراین نقاط اصلی این رسم، چهار رأس مستطیل و ۸ نقطه ی روی خط افقی است. بقیه ی نقاط و خطوط وسیله ای برای پیدا کردن آن ها هستند بعد از مشخص شدن این نقاط از ۶ نقطه ی وسط پایه به چهار نقطه ی کناری خطوطی را رسم کنید و از دو نقطه ی کناری به ۲ رأس دورتر خطی بکشید.

۴- با پاک کردن تمامی خطوط اضافی (از جمله کادر رسم) شکل نهایی به دست می آید.

نکات مهم رسم

۱- یکی از مهم ترین نکات در این رسم دقت در اندازه گیری و از آن مهم تر نشانه گذاری است. چون اگر خوب دقت کنید در برخی از رسم ها (مثل رسم گذشته) خطوط نهایی به گونه ای است که روی نقاط نشانه گذاری شده را می پوشاند و در پایان رسم نشانه ها زیر خطوط اصلی پنهان می شوند، ولی در این رسم نقاط نشانه گذاری شده در آخر کار باید کاملاً پاک شوند و اصلاً مورد استفاده ی مستقیم نیستند. بنابراین باید بسیار کوچک و کم رنگ علامت گذاری شود.

۲- نکته ی دیگر این رسم خطوط اضافی آن است. در پایان باید تمامی خطوط افقی و عمودی رسم پاک شود که البته این خطوط بین خطوط اصلی است و پاک کردن آن بسیار مشکل است داشتن پاک کن نوک تیز و کم رنگ و خط چین کشیدن این خطوط می تواند در این امر کمک کند.



رسم

دومین رسم کتاب نیز فقط با کشیدن خط های راست شکل می گیرد. به همین دلیل، انتظار داریم دانش آموزان اول راهنمایی بتوانند از عهده ی کشیدن آن برآیند.

شروع کنید:

از دانش آموزان بخواهید با پیدا کردن الگوی رسم، شکل قسمت «الف» را کامل کنند. سعی کنید شرایط به گونه ای باشد که هر فرد به تنهایی این کار را انجام دهد. اگر فرصت کلاسی اجازه می دهد این قسمت را با دادن فرصت بیشتر در کلاس انجام دهید تا دانش آموزان در انجام رسم دقت کافی به خرج دهند از آن ها بخواهید با توجه به تجربه ی کشیدن رسم قبلی، نکات مهم در این رسم را پیش بینی کنند.

طریقه ی کشیدن رسم

روش کشیدن این رسم در یک برگه ی سفید را به شرح زیر

توضیح دهید:

۳- یک دست بودن خطوط در این رسم به زیبایی آن کمک فراوانی خواهد کرد، توجه داشته باشید تغییر کلفتی و نازکی رسم بعد از اتمام کار، معمولاً باعث کثیف شدن و خراب شدن آن خواهد شد. پیشنهاد می شود هرگز بعد از اتمام کار در خطوط اصلی رسم تغییری ایجاد نکنید و در هنگام کشیدن آن‌ها به

یکدستی آن‌ها توجه داشته باشید. سعی کنید در هنگام پاک کردن خطوط اضافی خطوط اصلی پاک نشود تا یکدستی آن‌ها از بین نرود. روشی پیدا کنید که با پاک کردن یکدستی خطوط را از بین نرود.

یادداشت معلم

