

بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد

ایجاد انگیزه کنید: 

می توانید یک سری نوشته روی برگه از علائم اختصاری مثل نزاجا، نداجا، ناجا و ب.م.م و ک.م.م و ... را در دیوار کلاس نصب کنید. با طراحی سؤال های مختلف توجه دانش آموزان را به آن ها جلب کنید.

هدف فعالیت: 

هدف فعالیت احساس نیاز دانش آموزان به مفهوم مقسوم علیه مشترک دو عدد است و توجه به این نکته که بزرگ ترین این مقسوم علیه های مشترک می تواند در بسیاری از انتخاب ها بهترین گزینه باشد. (البته این مطلب در ادامه ی فعالیت طرح خواهد شد.)

توصیه های آموزشی: 

اگر مدرسه ی شما کلاس هایی دارد که اعداد آن مناسب این مسئله هستند می توانید با اعداد واقعی، مسئله را دنبال کنید تا برای دانش آموزان موضوع عینی تر گردد.

شروع کنید: 

این فعالیت به صورت فردی حل گردد و در گروه به بحث گذاشته شود.

توجه داشته باشید که مقسوم علیه های 30° و 36° حتماً در قسمت الف و ب سؤال نوشته شده باشند و سپس اعضای مشترک آن دو قسمت مجدداً نوشته شود. (اگر کسی این اعداد را به صورت مجموعه ی ریاضی نوشت مورد تشویق قرار گیرد تا دیگران هم به رعایت این نکته ترغیب شوند.)
در پایان از دانش آموزان بخواهید مثال های مشابه دیگری طرح کنند و به بحث بگذارند.

بپرسید! 

از دانش آموزان بخواهید با نوشتن مجموعه ی مقسوم علیه های ۶ و ۹، مجموعه ی مقسوم علیه های مشترک این دو عدد را بنویسند. اگر احساس کردید که عموم کلاس در ارائه ی راه کمی مشکل دارند یکی از دانش آموزان، داوطلبانه

بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد

فعالیت

دانش آموزان سال اول راهنمایی یک مدرسه می خواهند به اردو بروند. آن ها کسب کرده اند که در اردو چتر رند و در دسته های مسیری از چترها استفاده کنند. کلاس اول الف ۳۰ چتر آموزش دارد. این کلاس را به دسته های چند نفره می توان تقسیم کرد؟ $30 : 15, 10, 6, 5, 3, 2, 1$
کلاس اول ب نیز ۳۶ دانش آموز دارد. این کلاس را به دسته های چند نفره می توانیم تقسیم کنیم؟ $36 : 18, 12, 9, 6, 3, 2, 1$
اگر مسئولان مدرسه بخواهند برای هر دو کلاس یک نوع چتر تهیه کنند، بهتر است چترها چند نفره باشند؟ $30, 36$



عدد ۶ به هر یک از اعداد ۳۰ و ۳۶ بخش پذیر است. اعداد ۱، ۲، ۳ و ۶ مقسوم علیه های ۶ هستند. به همین ترتیب، مقسوم علیه های ۹ عبارتند از: ۱، ۳ و ۹ بنابراین

$30 : 1, 2, 3, 5, 6$ - مجموعه ی مقسوم علیه های ۶
 $36 : 1, 3, 4, 9$ - مجموعه ی مقسوم علیه های ۹

هر کدام از اعداد ۳ و ۶، هم مقسوم علیه ۶ و هم مقسوم علیه ۹ است. این اعداد، مقسوم علیه های مشترک ۶ و ۹ هستند.

$30 : 1, 3$ - مجموعه ی مقسوم علیه های مشترک ۶ و ۹

سازمان آموزش عالی

مسئله را روی تخته حل نماید و پس از خواندن متن درس، از آن ها بخواهید به دقت کار در کلاس را پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس: 

سؤال های این کار در کلاس به منظور تمرین پیدا کردن مقسوم علیه های مشترک دو عدد از راه نوشتن مجموعه ی مقسوم علیه ها تهیه شده است.

هدف فعالیت: 

این فعالیت تکمیل کننده فعالیت اول است و به مفهوم بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد تأکید دارد.

ادامه دهید: 

این فعالیت در ادامه ی فعالیت اول است. هدف آن رسیدن به مقسوم بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک است. توضیحات دانش آموز یا گروه های مختلف کلاس را بشنوید و بحث را به

کار در کلاس

۱- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲ را بنویسید. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 ۲- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۲۱ را بنویسید. $\{1, 3, 7, 21\}$
 ۳- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک عددهای ۱۲ و ۲۱ را بنویسید. $\{1, 3, 7\}$
 ۴- نسبی‌های زیر را کمال کنید.
 $\frac{12}{12} = 1$ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲
 $\frac{16}{16} = 1$ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۶
 $\frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۱۶

کفایت

در ستدی صفحه‌ی قبل اگر دانش‌آموزان از جابجایی که ظرفیت آن‌ها بیشتر است استفاده کنند، قیمت تلفن‌دهی جابجایی کمتر می‌شود. بنابراین، خریدن جابجایی چند نفر بهتر و به صرفه‌تر است؟ **۲ نفر**

دو عدد ۸ و ۱۲ را در نظر می‌گیریم. می‌دانیم که
 $\{1, 2, 4, 8\}$ = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۸
 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲

است! بنابراین
 $\{1, 2, 4\}$ = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۸ و ۱۲
 همان‌طور که می‌بینید، ۴ بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک ۸ و ۱۲ است؛ یعنی، عدد ۴ بزرگترین عددی است که اگر ۸ و ۱۲ را بر آن تقسیم کنیم، باقی‌مانده‌ی هر دو تقسیم، صفر می‌شود.
 بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک ۸ و ۱۲ را به صورت $8 \cap 12$ می‌نویسیم. پس
 $8 \cap 12 = 4$
 گاهی عبارت «بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک» را کوتاه‌تر می‌کنند و به صورت **ب.م.م.م** می‌نویسند.

مسابقات انجمن تالیفات

کار در کلاس

۱- الف - مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۶۰ را بنویسید. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
 ب - مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۲۴ را بنویسید. $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
 پ - مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک دو عدد ۱۰ و ۲۴ را بنویسید. $\{1, 2\}$
 ت - بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۰ و ۲۴ را پیدا کنید و نسبی‌های زیر را کمال کنید.
 $\frac{10}{10} = 1$ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۰
 $\frac{24}{24} = 1$ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۲۴
 $\frac{24}{10} = \frac{6}{5}$ مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۰ و ۲۴

کفایت

به نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۲۴ در شکل مقابل توجه کنید.
 نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۸ مشخص شده است.
 نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲ را مشخص کنید.
 کدام قسمت نمودار مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۱۸ را نشان می‌دهد؟
 ب. م. م دو عدد ۱۲ و ۱۸ چه عددی است؟
 چگونه می‌توان به کمک نمودار، ب. م. م دو عدد را پیدا کرد؟ توضیح دهید.

روش تعیین بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد

می‌خواهیم بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۲ و ۲۰ را تعیین کنیم. می‌دانیم که
 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲
 $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۲۰
 $\{1, 2, 4\}$ = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۲۰

مسابقات انجمن تالیفات

کردن ب.م.م دو عدد یک روش بسیار خوب و قابل قبول است که مفهوم ب.م.م را به خوبی نمایان می‌کند و برای حل مسائل روش خوبی به نظر می‌آید. اما همیشه برای محاسبه‌ی ب.م.م دو عدد کارایی ندارد و روش‌های بعدی مثل روش نردبانی سریع‌تر به جواب می‌رسد.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت، پیدا کردن روشی برای تعیین ب.م.م به کمک نمودار مقسوم‌علیه است.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید با دقت متن فعالیت را بخوانند و به سؤال آن پاسخ دهند. برای پیدا کردن ب.م.م به کمک نمودار فرضیه‌سازی کنند و روش پیشنهادی خود را برای چند عدد دیگر، امتحان کرده و بعد از اطمینان از درستی روش خود آن را برای گروه و کلاس اعلام کنند.

سمت مفهوم ب.م.م هدایت کنید. عبارت بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک را روی تخته بنویسید و حروف ابتدای سه کلمه را رنگی کنید. نماد \cap را ضمن خواندن متن درس معرفی کنید. از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را حل کنند.

هدف کار در کلاس:

این سؤال‌ها برای تمرین پیدا کردن بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد از روش مجموعه‌ها است.

توصیه‌های آموزشی:

تصحیح این «کار در کلاس» می‌تواند به صورت گروهی توسط خود دانش‌آموزان انجام شود؛ البته برای این کار گفتن تذکراتی مانند: تمیز نگاه داشتن کتاب دیگران، دقت در اظهار نظر درباره‌ی پاسخ دوستان و رعایت انصاف ضروری به نظر می‌رسد.
 توجه داشته باشید که روش نوشتن مجموعه‌ها برای پیدا



از دانش‌آموزان پرسید ب.م.م چه اعداد دیگری را به کمک این نمودار می‌توانند پیدا کنند. بحث در مورد این سؤال به تعمیق مفهوم و روش کمک می‌کند.



پیدا کردن عددی که با رسم نمودار مقسوم‌علیه‌های آن بتوان ب.م.م دو عدد را به دست آورد و یا ایجاد مهارت محاسبه‌ی ذهنی ب.م.م برای دو عدد کوچک، پیدا کردن ب.م.م سه عدد و حل مسئله‌هایی که به مفهوم ب.م.م مربوط می‌شوند، مسیرهای خوبی برای توسعه هستند.

طرح سؤال‌هایی مثل دو عدد سه‌رقمی پیدا کنید که ب.م.م آن‌ها ۸ باشد می‌تواند دانش‌آموزان را به تفکر وادار کند.

هم‌چنین می‌توان روی نمودار عددی که به هم بخش پذیر را مشخص کرده و ب.م.م آن‌ها را تعیین کنند؛ برای مثال، در

نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲

عدد ۶ و ۲ به هم بخش پذیرند و ب.م.م آن‌ها ۲ می‌شود. عددهای به هم بخش‌پذیر روی یک خط قرار می‌گیرند. عددهای ۲ و

۱۲ به هم بخش‌پذیر آن‌ها هم روی یک خط هستند. همان‌طور که دو عدد ۱ و ۶ روی یک خط هستند.

این خط‌ها، خط‌های تقسیم بر ۶

است. اما از آن‌جا که در نمودار تقسیم بر عددهای اول را رسم می‌کردیم این خط‌ها کشیده نمی‌شدند. در نمودار بالا چه خط‌های دیگری رسم نشده‌اند؟



دو عدد بزرگ، مثلاً عدد سه‌رقمی را در کلاس اعلام کنید. از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب به هر روشی که می‌خواهند بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها را به دست آورند. روش‌های مختلف را در کلاس به بحث بگذارید.

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۱۲ و ۲۰ مساوی ۴ است. بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد را می‌توانیم با استفاده از تقسیم‌های متوالی حساب کنیم. مثلاً، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۲ و ۲۰ را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 20 \div 12 = 1 \text{ با باقیمانده } 8 \\ 12 \div 8 = 1 \text{ با باقیمانده } 4 \\ 8 \div 4 = 2 \text{ با باقیمانده } 0 \end{array}$$

چگونه می‌توانیم با انجام دادن تقسیم‌های صفحه‌ی قبل ب.م.م دو عدد را به دست آوریم و این تقسیم‌ها تا کجا ادامه می‌آیند؟ توضیح دهید.

کار در کلاس

۱- تقسیم‌های زیر را کامل کنید تا ب.م.م دو عدد ۱۸ و ۳۰ به دست آید.

$$\begin{array}{r} 30 \div 18 = 1 \text{ با باقیمانده } 12 \\ 18 \div 12 = 1 \text{ با باقیمانده } 6 \\ 12 \div 6 = 2 \text{ با باقیمانده } 0 \end{array}$$

۲- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۸۰ و ۶۶ را تعیین کنید.

۳- پیدا کردن ب.م.م روش نوشتن مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌ها بهتر است یا روش تقسیم‌های متوالی؟ چرا؟ برای عددهای بزرگ روش تقسیم‌های متوالی بهتر است؛ چون با انجام تقسیم‌ها به جواب می‌رسیم ولی نوشتن مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌ها طولانی و مشکل‌ساز است.

برای تعیین بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۸ و ۱۲ به شکل زیر عمل می‌کنیم تا نوشتن تقسیم‌های متوالی ساده‌تر شود.

$$\begin{array}{r} 18 \div 12 = 1 \text{ با باقیمانده } 6 \\ 12 \div 6 = 2 \text{ با باقیمانده } 0 \end{array}$$

روش تعیین بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد



از دانش‌آموزان بخواهید ب.م.م دو عدد بزرگ‌تر از ۱۰۰ مثل ۱۴۴ و ۱۰۸ را به کمک روش مجموعه‌ها به دست آورند. هدف این کار ایجاد احساس نیاز به یک روش سریع برای محاسبه‌ی ب.م.م است. زمانی که این احساس به وجود آمد پاسخ دادن به این سؤال را متوقف نمایید تا برای دانش‌آموزان این فعالیت خسته‌کننده نشود.



متن درس را بخوانید و با روش مجموعه‌ها ب.م.م دو عدد ۱۲ و ۲۰ را تعیین و سپس روش تقسیم متوالی را برای دو عدد ۲۰ و ۱۲ روی تخته اجرا و فلش‌های مربوط را با گچ‌های رنگی رسم کنید.

ادامه دهید:



بعد از اطمینان از درک این روش، طریقه‌ی نوشتن تقسیم‌ها را به روش نردبانی به دانش‌آموزان ارائه کنید. متن کتاب به این دلیل در سه مرحله نوشته شده است تا نحوه‌ی نوشتن تقسیم‌ها در هر مرحله در نردبان مشخص شود. از دانش‌آموزان بخواهید توضیح دهند که در هر ردیف چه چیزی نوشته خواهد شد.

مسابقه‌ی سرعت عمل در پدید آوردن ب.م.م دو عدد می‌تواند برای تثبیت یادگیری و شور و حال بخشیدن به کلاس مفید باشد.

توصیه‌های آموزشی:



روش نردبانی وسیله‌ای برای محاسبه‌ی ب.م.م است و نباید خود به‌عنوان هدف اصلی طرح شود. بنابراین تأکید بیش از حد بر تمرین‌هایی مانند کامل کردن نردبان و پیدا کردن عددهای داخلی آن، وقتی عدد ب.م.م مشخص است توصیه نمی‌شود. در صورتی که دانش‌آموزی ب.م.م را با انجام تقسیم‌های متوالی سریع‌تر و راحت‌تر انجام می‌دهد، نباید بر استفاده از روش نردبانی اصرار کرد.

ادامه دهید:



بعد از پایان بررسی کار در کلاس و اطمینان از این که همه روش مورد نظر را یاد گرفته‌اند از آن‌ها بخواهید تمرین‌های درس را به کمک این روش، در دفتر حل کنند و مسائل مربوطه را با انتخاب راهبرد مناسب پاسخ دهند. بحث درباره‌ی نحوه‌ی حل مسئله و بیان راهبردهای آن، بسیار مورد توجه است. از دانش‌آموزان بخواهید درباره‌ی این مطلب، خود مسائلی طرح کنند و به کلاس بیاورند.

توسعه:



بررسی علت درستی روش نردبانی و تقسیم‌های متوالی مسیر خوبی برای توسعه‌ی این مطلب است. همچنین می‌توانید در پیدا کردن ب.م.م چند عدد روش نردبانی را تعمیم دهید.

مقسوم‌عده آخرین تقسیم، بزرگ‌ترین مقسوم‌عده مشترک ۱۸ و ۱۲ است؛ یعنی $۱۸ \div ۱۲ = ۲$

با توجه به شکل نردبان به‌دست آمده این روش محاسبه‌ی بزرگ‌ترین مقسوم‌عده مشترک را روش نردبانی می‌نامیم.

کار در کلاس

در هر قسمت بزرگ‌ترین مقسوم‌عده مشترک دو عدد داده‌شده را حساب کنید.

۱۲	۱۲	۱۲	۱۲		
۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲
۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲

$۱۲ \div ۱۲ = ۱$

۱۸	۱۸	۱۸	۱۸		
۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸
۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸

$۱۸ \div ۱۸ = ۱$

۱۰	۱۰	۱۰	۱۰		
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰

$۱۰ \div ۱۰ = ۱$

تمرین

بزرگ‌ترین مقسوم‌عده مشترک هر دو عدد زور را به‌دست آورید.

۱۲	۱۸	۲۰	۲۵	۳۰
۱۲	۱۸	۲۰	۲۵	۳۰
۱۲	۱۸	۲۰	۲۵	۳۰

بدون توضیح از دانش‌آموزان بخواهید روش را بیان کنند. سپس شما روش را جمع‌بندی کرده، سؤال مطرح شده در پایان متن کتاب را به بحث بگذارید. می‌توان برای حصول اطمینان، مثال دیگری نیز به کمک دانش‌آموزان روی تخته حل کرد. حل کار در کلاس مرحله‌ی بعدی کار خواهد بود.

هدف کار در کلاس:



در تمرین ۳ کار در کلاس، هدف مقایسه‌ی دو روش است. بررسی این نکته که در چه مواقعی باید از روش مجموعه‌ها مسائل را حل کرد و چه زمانی از روش تقسیم متوالی حل کردن مسئله ساده‌تر است، توجه داشته باشید که در پاسخ دادن به این سؤال نباید شما نقش خود را پررنگ کنید. حتی در نوشتن دلیل و جواب سؤال دانش‌آموزان باید از انشای خود استفاده کنید.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



طرح یک مسابقه برای پیدا کردن ب.م.م برای دو گروه، با ماشین حساب و بدون ماشین حساب، جذابیت خاصی در کلاس ایجاد خواهد کرد. بعد از این مسابقه بحث کنید که آیا ماشین حساب در حل همه‌ی مسائل مفید خواهد بود یا خیر؟ این مسابقه می‌تواند یک بار برای عددهای بزرگ سه‌رقمی و دورقمی باشد و بار دیگر برای محاسبات ذهنی (اعداد کوچک) اجرا شود و نتایج به دست آمده بررسی گردد.

توصیه‌های آموزشی:



به هنگام بررسی مسائل، از دانش‌آموزان بخواهید خواسته‌ها و داده‌های مسئله را کاملاً از هم تفکیک کنند و صورت مسئله را به طور دقیق توضیح دهند. از آن‌ها بخواهید علت بیان شرط‌های مسئله را برای کلاس توضیح دهند؛ مثلاً بگویند چرا در مسئله‌های ۱ و ۲ عبارت «کاملاً پر و خالی می‌کنیم» بیان شده است؛ اگر این جمله‌ها گفته نمی‌شد، مسئله چه اشکالی پیدا می‌کرد. درباره‌ی عبارت «کم‌ترین حد» در مسئله‌ی ۳ نیز بحث و توجه دانش‌آموزان را به آن جلب کنید.

حل مسئله

۱- می‌خواهیم ۱۲ لیتر شیر را به پیمانه کنیم. بطوری‌که هر بار پیمانه کاملاً پر و سپس خالی شود. با کدام یک از پیمانه‌های ۶ لیتری، ۹ لیتری، ۳ لیتری و... می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟ **۱.۹.۳.۶.۱۲**

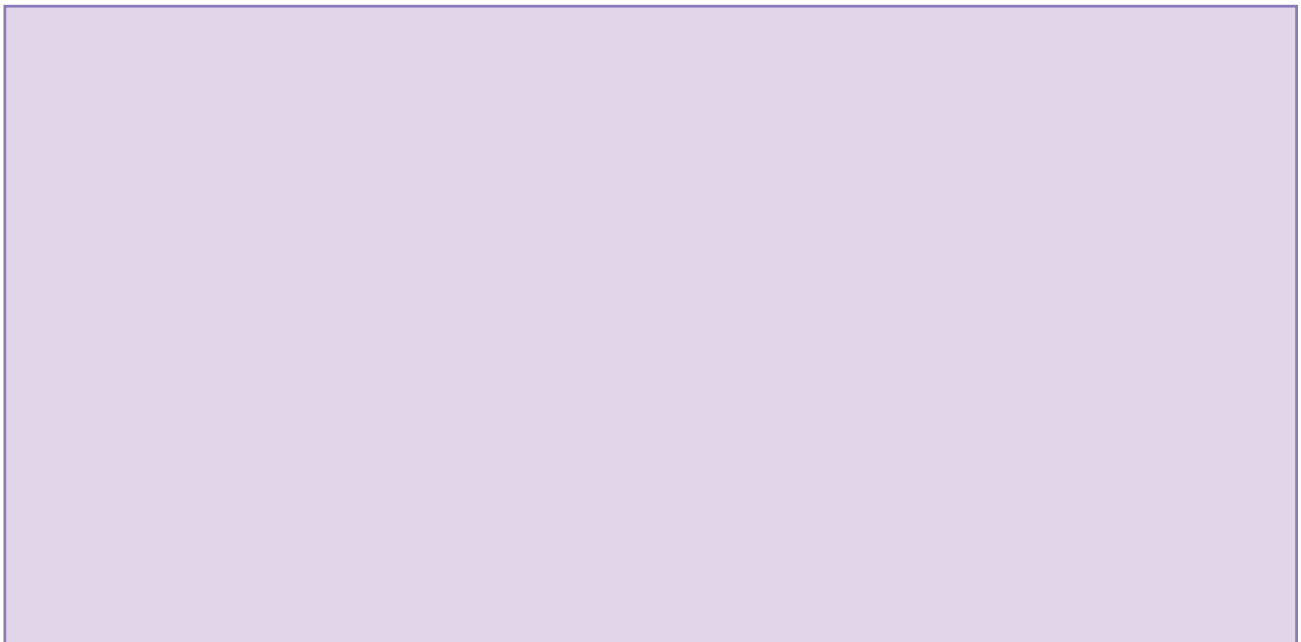
۲- در ظرف به گنجایش ۱۲ لیتر و ۶ لیتر داریم. می‌خواهیم هر دو ظرف را فقط با استفاده از یکی از پیمانه‌های ۳ لیتری، ۱ لیتری یا ۲ لیتری که همه‌ی محتوای پیمانه را در هر بار در ظرف‌ها خالی کنیم. از کدام پیمانه‌ها می‌توانیم استفاده کنیم؟ بزرگ‌ترین پیمانه‌ای که می‌توانیم به کار ببریم، کدام است؟ **۳.۶.۳.۱.۲**

۳- می‌خواهیم مستطیلی به ابعاد ۱۲ و ۱۶ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربع شکل که اندازه‌ی ضلع آن‌ها عددی طبیعی است، بپوشانیم. اندازه‌ی ضلع مربع چه عددهایی می‌تواند باشد؟ **۳.۴.۱**

با استفاده از کدام یک از این عددها تعداد مربع‌ها به کم‌ترین حد خواهد رسید؟ **۴**

مسئله‌های چالشی

یادداشت معلم



مضرب

موضوعات در یک نگاه

ابتدا مضرب‌های طبیعی یک عدد تعریف می‌شوند، سپس ضمن طرح مفهوم مضرب مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد نحوه‌ی محاسبه‌ی ک.م.م از روش مجموعه‌ها و همچنین با استفاده از رابطه‌ی بین ب.م.م و ک.م.م آموزش داده می‌شود. در پایان کاربردهای مفهوم‌های مضرب و مضرب مشترک و ک.م.م با حل مسائل تا حدودی تبیین می‌شود.

اهداف

- در فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :
- ۱- مفهوم مضرب طبیعی یک عدد را درک کرده و مضرب‌های طبیعی یک عدد را با استفاده از مجموعه نمایش دهد.
 - ۲- رابطه‌ی بین مضرب و مقسوم‌علیه را با مثال بیان کند.
 - ۳- مضرب‌های مشترک دو عدد را به صورت مجموعه نمایش دهد.
 - ۴- مفهوم کوچک‌ترین مضرب مشترک را درک کرده و با روش‌های مختلف آن را پیدا کند.
 - ۵- کوچک‌ترین مضرب مشترک عددهای کمتر از 100 را به صورت ذهنی پیدا کند.
 - ۶- مفاهیم مربوط به مضرب و مضرب مشترک را در حل مسائل به کار برد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

- ۱- هشتمین مضرب ۱۵ چندمین مضرب 20 است؟
- ۲- مجموعه‌ی زیر چند عضو دارد؟ توضیح دهید.
 $\{10, 9, 6, 3\}$
- ۳- عدد 936 یکی از مضرب‌های عدد 9 است. مضرب بعدی و قبلی آن را بنویسید.
- ۴- 4 مضرب مشترک برای 16 و 18 بنویسید.
- ۵- ک.م.م دو عدد که حاصل ضرب آن‌ها 294 است، 42 می‌باشد. ب.م.م این دو عدد چند است؟
- ۶- اگر دو عدد برهم بخش‌پذیر باشند، ب.م.م و ک.م.م آن دو عدد را چگونه می‌توان پیدا کرد؟

یادداشت معلم

شناختنامه‌ی مبحث مضرب

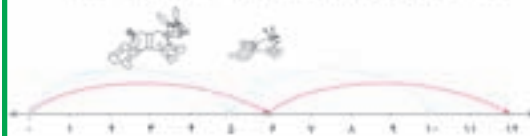
واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
مضرب طبیعی مضرب	—	— انجام فعالیت برای درک و نوشتن مضرب‌های طبیعی، یک عدد — انجام کار در کلاس برای پیدا کردن مضارب مختلف یک عدد	— مفهوم مضرب طبیعی، یک عدد را درک کند. — مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی، یک عدد را بنویسد. — چندمین مضرب طبیعی، یک عدد را به‌دست آورد. — مضرب‌های یک عدد را تشخیص دهد.	مضرب طبیعی، یک عدد	۲۶ ۲۷	مضرب‌های طبیعی، یک عدد
مضرب مشترک کوچک‌ترین مضرب مشترک ک.م.م.ک	—	— انجام فعالیت برای درک مفهوم مضرب مشترک و ک.م.م.ک — انجام کار در کلاس برای پیدا کردن ک.م.م.ک با روش مجموعه	— مفهوم مضرب مشترک و ک.م.م.ک را درک کند. — ک.م.م.ک دو عدد را با روش مجموعه، مضرب‌ها را به‌دست آورد.	— مضرب مشترک — کوچک‌ترین مضرب مشترک	۲۷ ۲۸	کوچک‌ترین مضرب مشترک
—	—	— انجام کار در کلاس برای تمرین استفاده از رابطه‌ی بین ک.م.م.ک و ب.م.م.ک	— با استفاده از رابطه‌ی بین ک.م.م.ک و ب.م.م.ک دو عدد، ک.م.م.ک را پیدا کند. — ک.م.م.ک دو عدد کمتر از ۱۰۰ را به صورت ذهنی حساب کند. — مفاهیم مضرب و ک.م.م.ک را در حل مسائل به‌کار برد.	— رابطه‌ی بین ک.م.م.ک و ب.م.م.ک دو عدد	۲۸ ۲۹ ۳۰	روش تعیین کوچک‌ترین مضرب مشترک

مضرب

مضرب های طبیعی یک عدد



جهندهای ملخی و خرگوشی از مریخ آمده‌اند. جهندهی ملخی ۵ متر ۵ متر و جهندهی خرگوشی ۶ متر ۶ متر می‌رود. اگر هر دو از نقطه‌ی صفر شروع به جهش کنند، در چه نقطه‌ی زمین می‌خورند و دوباره جهش می‌کنند؟ جدول زیر را کامل کنید.



اعداد ردیف دوم جدول از ضرب ۵ در ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... به دست می‌آیند. این اعداد، مضرب‌های طبیعی ۵ هستند. بنابراین

$$\{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\} = \text{مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی ۵}$$

به همین ترتیب، توضیح دهید که اعداد ردیف سوم جدول چگونه به دست می‌آیند. مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی ۶ را بنویسید. $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$

مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن عدد در عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... به دست می‌آیند. مضرب‌های طبیعی یک عدد را به اختصار مضرب‌های آن می‌نامیم.

۲۶ **مسئله‌های طبیعی**

۶ و ایجاد فضایی برای کشف الگوی معین آن‌ها توسط دانش‌آموزان است.

معرفی مجموعه‌ی مضرب‌های یک عدد نامتناهی بودن آن نیز، از اهداف این فعالیت است.

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید متن فعالیت را با دقت بخوانند و حرکت این دو جهنده را تصور کنند، رسم شکل پیشنهاد خوبی برای حل این فعالیت است.

پس از پر کردن جدول و پاسخ به سؤالات طرح شده، کلمه‌ی مضرب را به دانش‌آموزان معرفی کرده و به صورت شفاهی سؤالاتی چون هشتمین مضرب ۵ چه عددی است؟

– آیا ۲۷ مضرب عدد ۹ است؟

– چهارمین مضرب چه عددی ۳۶ است؟ را طرح

کنید.

درباره‌ی بی‌شمار بودن و ادامه‌دار بودن جدول نیز می‌توانید بحثی را در کلاس آغاز کنید. پس از اطمینان از این‌که دانش‌آموزان به درک خوبی از این مفهوم دست پیدا کرده‌اند از آن‌ها بخواهید کار در کلاس را انجام دهند.

هدف کار در کلاس:



بررسی تمرین ۳ در پیش‌برد درس، بسیار مؤثر است و هدف آن زمینه‌سازی برای مفهوم مضرب‌های مشترک دو عدد است، بحث درباره‌ی این تمرین را در کلاس پیشنهاد می‌کنیم.

فعالیت موازی:



یک سری بلوک یا مستطیل‌هایی با طول ۵ و ۶ سانتی‌متر را از قبل آماده کنید. از دانش‌آموزان بخواهید با استفاده از هر سری از بلوک‌ها یا مستطیل‌ها، ستون‌هایی بسازند و طول ستون‌های به دست آمده را در یک جدول ثبت کنند. رابطه‌ی بین آن‌ها و هدایت‌های شما می‌تواند دانش‌آموزان را به درک مفهوم مضرب راهنمایی کند.

مضرب های طبیعی یک عدد

ایجاد انگیزه کنید:



شما می‌توانید کلاس را با بازی هُپ آغاز کنید. از دانش‌آموزان بخواهید از یک شروع به شمردن کنند. هر دانش‌آموز یک عدد را می‌گوید. اگر به عددی رسیدیم که بر ۳ بخش پذیر بود به جای آن عدد گفته می‌شود: هُپ. هر دانش‌آموزی که در گفتن عدد یا هُپ اشتباه کند از دور بازی خارج می‌شود. این بازی را با مضرب‌های دیگر هم اجرا کنید. از دانش‌آموزان بخواهید پیش‌بینی کنند که هُپ را چه کسانی خواهند گفت.

هدف فعالیت:



هدف این فعالیت، معرفی مضرب‌های طبیعی عددهای ۵ و



بحث روی علت نام گذاری مضرب های طبیعی و بررسی مضرب در حالت های دیگر (مضرب حسابی) و همچنین پیدا کردن تعداد عضوهای یک مجموعه ی متناهی از مضرب های یک عدد قابل طرح است.



از دانش آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب مجموعه ی مضرب های عدد ۲۵۲ را بنویسند. سپس نحوه ی استفاده ی از ماشین حساب را به بحث بگذارید. طرح روش جمع جواب قبلی با ۲۵۲ بسیار مفید خواهد بود. در بعضی از ماشین- حساب ها با دو بار زدن کلید جمع و سپس زدن متوالی کلید تساوی می توان مضرب های یک عدد را به ترتیب مشاهده کرد.



در بازی هُپ از دانش آموزان بپرسید با چه عددهایی بازی کنیم تا عدد ۵۰ به هُپ تبدیل شود؟ پاسخ این سؤال رابطه ی بین مضرب و مقسوم علیه را نشان خواهد داد.



از دانش آموزان بخواهید فهرستی از کاربردهای مفهوم مضرب را در زندگی روزمره تهیه کنند. برای مثال، یک دست قاشق، ۶ عدد قاشق دارد. پس وقتی ۵ دست قاشق می خریم با پنجمین مضرب سروکار داریم.



به دانش آموزان توجه دهید که مجموعه ی مضرب های یک عدد نامتناهی است اما عضو ابتدای آن مشخص است. کوچک ترین عنصر مجموعه، خود عدد است و بقیه از آن بزرگ تر هستند.

کتاب در کلاس

۱- هر یک از سطوح زیر را با نوشتن ۵ مضرب دیگر ادامه دهید.
 مضرب های عدد ۴: ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، ...
 مضرب های عدد ۷: ۷، ۱۴، ۲۱، ۲۸، ۳۵، ۴۲، ۴۹، ۵۶، ...
 مضرب های عدد ۹: ۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶، ۴۵، ۵۴، ۶۳، ۷۲، ...

۲- آیا ۲۴ مضرب از ۱۱ است؟
 سه مضرب دیگر ۱۱ را نام ببرید: ۲۲، ۳۳، ۴۴. **نوسان بسط های درست است!**

۳- با توجه به تیرن ۶، چه عددی هم مضرب ۹ و هم مضرب ۷ است؟ ۶۳
 اگر نوشتن مضرب ها را ادامه دهید، آیا عدد دیگری را می توان یافت که هم مضرب ۹ و هم مضرب ۷ باشد؟ ۶۳، ۸۴، ...

کوچک ترین مضرب مشترک

فعالیت

چندتهای حرکتی و ملخی این بازی و تمرینی هستند که هر کتبی ۹ متر ۹ متر و ملخی ۹ متر ۹ متر می دهند. مجموعه های زیر را بنویسید تا مشخص شود جای پای هر چندته روی چه عددهایی مده است.
 مجموعه ی مضرب های ۹: {۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶، ۴۵، ۵۴، ۶۳، ...}
 مجموعه ی مضرب های ۷: {۷، ۱۴، ۲۱، ۲۸، ۳۵، ۴۲، ۴۹، ۵۶، ...}

اگر چندتها با هم از نقطه ی صفر شروع به جهش کنند، روی چه عددهایی هر دو اثر زمان های مختلفاً به زمین می خوردند؟ ۶۳، ۸۴، ...

جدول نقطه ی شروع اولین بازی روی چه عددی جای پای هر دو چندته مده است؟ ۶۳

آیا ۹ و ۶ مضرب مشترکی کوچکتر از ۱۸ دارند؟ می بیند که دو عدد ۹ و ۶ مضرب مشترک کوچکتر از ۱۸ ندارند. ۱۸ کوچکترین مضرب مشترک این دو عدد است. یعنی کوچکترین عددی است که اگر به دو عدد ۹ و ۶ تقسیم شود، باقی مده ندارد.

مضرب / ایجاد انگیزه

کوچک ترین مضرب مشترک



روی برگه ای مقوایی علامت های اختصاری چون I.T و ب.م.م و I.R.I.B و U.N و ک.م.م نوشته و به تابلوی کلاس نصب کنید. از دانش آموزان بپرسید با کدام یک از این عبارتها آشنایی دارند.



در این فعالیت هدف پیدا کردن مجموعه ی مضرب های مشترک و کوچک ترین عضو آن (ک.م.م) و نامتناهی بودن مجموعه ی مضرب های مشترک است.

شروع کنید:



۲- به دانش‌آموزان کلاس از ۱ تا n (تعداد دانش‌آموزان) یک عدد بدهید.

از هر کس بخواهید مضرب‌های کوچک‌تر از n مربوط به شماره‌ی خود را در گوشه‌ی سمت راست کاغذهای مستطیلی بنویسد. (روی هر کاغذ یک مضرب نوشته می‌شود) و در گوشه‌ی سمت چپ کاغذ شماره‌ی خود را می‌نویسد؛ برای مثال، نفر شماره‌ی ۱۵ دو کاغذ به شکل زیر درست می‌کند.

۳۰
۱۵

۱۵
۱۵

از مقایسه‌ی کاغذهای تولید شده در کلاس مفهوم مضرب مشترک و ک.م.م استخراج می‌شود.



توسعه:

ایجاد مهارت محاسبه‌ی ذهنی ک.م.م اعداد، پیدا کردن دوّمین، سوّمین و ... مضرب مشترک دو عدد، بحث روی مجموعه‌ی مضرب‌های مشترک، پیدا کردن ک.م.م به کمک نمودار مقسوم‌علیه و پیدا کردن ک.م.م چند عدد مسیرهای خوبی برای توسعه‌ی این مفهوم خواهد بود.



توصیه‌های آموزشی:

همه‌ی ایده‌ها و اظهارنظرهای دانش‌آموزان ارزشمند و قابل تأمل است حتی اگر ظاهری اشتباه و بی‌ربط داشته باشد. پس هرگز اجازه ندهید نظرکسی در کلاس به تمسخر گرفته شود.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



در این مبحث هم می‌توانید دو عدد بزرگ به دانش‌آموزان معرفی کنید و از آن‌ها بخواهید ک.م.م این دو عدد را به کمک ماشین حساب به هر روش دلخواه خود به دست آورند (روش‌ها در کلاس بررسی شود) و دانش‌آموزان برای روش خود استدلال کنند.

از دانش‌آموزان بخواهید صورت مسئله را با دقت بخوانند و در گروه به بحث بگذارند و سپس پاسخ سؤال‌های فعالیت را پیدا کرده و بعد از بررسی در گروه بنویسند و به کلاس اعلام کنند. چون سرعت جهیدن‌ها متفاوت است بنابراین در زمان‌های مختلفی به عددهای موردنظر می‌رسند. می‌توان مسئله را با بررسی جای پای جهنده‌ها نیز توضیح داد.

ادامه دهید:



پس از بررسی نتیجه‌ی فعالیت نام کوچک‌ترین مضرب مشترک و نماد ک.م.م و \square را به کلاس معرفی کنید و از دانش‌آموزان بخواهید در مورد معنای کوچک‌ترین مضرب مشترک جملاتی را بیان کنند و مثال‌هایی بزنند تا شما از یادگیری آن‌ها مطمئن شوید.

حل کار در کلاس قدم بعدی تدریس خواهد بود.

توصیه‌های آموزشی:



روش مجموعه‌ها را به عنوان یک روش خوب و کارآمد برای فهم و درک بهتر مفاهیم مضرب معرفی کنید. گذاشتن علامت «...» در پایان مجموعه‌ی مضرب‌ها لازم و ضروری است که علت آن نیز می‌تواند از طرف دانش‌آموزان در کلاس بیان شود.

فعالیت موازی:



۱- از دانش‌آموزان بخواهید با هر کدام از مستطیل‌ها یا بلوک‌های ۶ و ۹ سانتی‌متری ستون‌هایی بسازند که طول آن‌ها با هم برابر باشند، سپس در یک جدول نتایج به دست آمده را ثبت کنند و ستون‌های بعدی را بسازند و الگویی بین نتایج به دست آمده پیدا کنند. (نحوه‌ی ساختن اولین ستون مساوی و سپس ستون‌های بعدی بحث خوبی را در کلاس ایجاد می‌کند.)

روش تعیین کوچک ترین مضرب مشترک



ایجاد انگیزه کنید:

در آغاز کلاس می توانید از دانش آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب ک.م.م دو عدد 18° و 23° را به دست آورند و روش محاسبه ی خود را به کلاس ارائه دهند.

می توانید یک جعبه را نیز به گونه ای تزیین کنید که جمله ی (روش جادویی محاسبه ی ک.م.م) روی آن جلب نظر کند و داخل آن دستورالعمل مربوط نیز وجود داشته باشد تا در موقع لازم آن را به دانش آموزان نشان دهید. در یک طرف جعبه، دو سوراخ به نشانی ورود دو عدد در نظر بگیرید و در طرف دیگر سوراخ با دهانه ی قیف به سمت خارج به معنای جواب جعبه آماده کنید.



شروع کنید:

درس را با توضیحات اولیه ی خود آغاز کنید و پس از پایان توضیح نکات آن، متن درس را از روی کتاب بخوانید و یک نمونه، تمرین را در کلاس و پای تخته حل کنید و از دانش آموزان بخواهید کار در کلاس آن را پاسخ دهند.



فعالیت موازی:

در آغاز درس می توانید فعالیت زیر را نیز انجام دهید تا رابطه ی بین ک.م.م و ک.م.م توسط دانش آموزان به دست آید. مجموعه ی مضرب های عددهای ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۸ و ۹ را بنویسید و سپس به کمک آن، جدول زیر را کامل کنید.

ک.م.م آن ها	ب.م.م آن ها	حاصل ضرب آن ها	دو عدد مورد نظر

آیا می توانید در هر ردیف نظم و الگویی را پیدا کنید. این نظم را در ردیف های دیگر نیز امتحان کنید.

سعی کنید قانونی پیدا کنید که به کمک آن بتوان ک.م.م

کوچکترین مضرب مشترک ۶ و ۹ را بصورت $PL \times 18$ می نویسیم.
 $PL \times 18 = 18$
 عبارت کوچکترین مضرب مشترک ۶ را به صورت $6 \times m$ هم می نویسند.
 کار در کلاس

۱- مجموعه ی مضرب های ۶ و مجموعه ی مضرب های ۹ را بنویسید.
 6 مجموعه ی مضرب های ۶ = $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$
 9 مجموعه ی مضرب های ۹ = $\{9, 18, 27, 36, \dots\}$
 سه مضرب مشترک ۶ و ۹ را بنویسید: $18, 36, 54$
 کوچکترین مضرب مشترک ۶ و ۹ چه عددی است؟
 $PL \times 18 = 18$

۲- مجموعه ی مضرب های ۱۵ و مجموعه ی مضرب های ۱۰ را بنویسید.
 15 مجموعه ی مضرب های ۱۵ = $\{15, 30, 45, 60, 75, \dots\}$
 10 مجموعه ی مضرب های ۱۰ = $\{10, 20, 30, 40, 50, \dots\}$
 کوچکترین مضرب مشترک ۱۵ و ۱۰ کدام است؟
 $15 \times 10 = 30$

روش تعیین کوچک ترین مضرب مشترک

برای تعیین کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶ و ۸ بصورت زیر عمل می کنیم:
 - ابتدا بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها را پیدا می کنیم.
 $6 \div 2 = 3$
 $8 \div 2 = 4$
 - خارج قسمت ها را بر عدد بزرگتر ضرب می کنیم.
 $2 \times 8 = 16$
 عدد حاصل، کوچکترین مضرب مشترک ۶ و ۸ است.
 محاسبه ی کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶ و ۸ را می توانیم بطور خلاصه،

دو عدد را با توجه به ب.م.م آن ها حساب کنید. اگر بدانیم $6 \times 18 = 108$ و $216 = 18 \times 12$ است آیا می توانید بگویید: 18×12 چه قدر خواهد شد؟



توسعه:

پیدا کردن رابطه ی بین ک.م.م دو عدد مانند ۱۲ و ۱۸ و ک.م.م مضرب های آن ها مثل ۱۲ و ۱۸ برای انجام محاسبات ذهنی پیدا کردن ک.م.م و همچنین استدلال کردن برای درستی رابطه ی بین ب.م.م و ک.م.م قابل طرح است.



استفاده از ابزار و تکنولوژی:

با طرح مسابقاتی می توانید از دانش آموزان بخواهید کوچکترین مضرب مشترک اعداد بزرگی مانند ۱۶۸ و ۲۳۶ را محاسبه کنند و روش محاسبه را در کلاس به بحث بگذارید. با این بحث می توانید به روش های دیگری برای پیدا کردن ک.م.م

بصورت زیر بنویسیم.

$$6 \overline{) 78} = 12$$

$$6 \overline{) 18} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$

برای ساده کردن کسر $\frac{6 \times 3}{2}$ عدد مخرج را با یکی از عدد های صورت ساده می کنیم.

$$\frac{6 \times 3}{2} = \frac{6^2}{2} \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

به عبارتی های زیر توجه کنید.

$$\frac{6 \times 3}{2} = 6 \times \frac{3}{2} = 6 \times 1.5 = 9$$

کار دو کلاس

ابتدا از روش زبانی ب. م. م دو عدد را بدست آورید. سپس با کفیل کردن تساوی گ. م. م آنها را بدست آورید.

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 30} \\ \underline{15} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array} \rightarrow 15 \overline{) 30} = \frac{15 \times 2}{1} = 30$$

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 18} \\ \underline{15} \\ 3 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array} \rightarrow 15 \overline{) 18} = \frac{3 \times 6}{1} = 18$$

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 36} \\ \underline{15} \\ 21 \\ \underline{30} \\ 6 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array} \rightarrow 15 \overline{) 36} = \frac{2 \times 18}{1} = 36$$

تکثیر

۱- کوچکترین مضرب مشترک هر دو عدد زیر را حساب کنید.

$$14 \overline{) 21} = 3$$

$$9 \overline{) 27} = 3$$

$$28 \overline{) 30} = 1$$

$$56 \overline{) 70} = 1$$

۲- بدون نوشتن عملیات تساوی را بطور نمایی کفیل کنید.

$$3 \overline{) 20} = 6$$

$$5 \overline{) 35} = 7$$

$$15 \overline{) 30} = 2$$

$$4 \overline{) 20} = 5$$

$$28 \overline{) 14} = 0.5$$

$$15 \overline{) 20} = 1.33$$

۳- شکل مقابل قسمت از نمودار مقسوم علیه های یک عدد را نشان می دهد. آن را کفیل کنید.



۴- کوچکترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۸ و ۶ چه عددی است؟
۵- بزرگترین مضرب مشترک دو عدد ۸ و ۶ چه می توان گفت؟ **س توان رنگش**
مضرب مشترک را تعیین کرد.

حل مسئله

۱- شهرداری از ابتدای یک خیابان در هر ۴ متر یک درخت کاشته و ابتدای بوی منطقه نیز علامتهای تیرهای چراغ روی را ۲۲ متر تعیین کرده است. اگر در ابتدای خیابان تیر چراغ روی کنار درخت قرار گرفته باشد، پس از چند متر دوباره یک درخت در کنار تیر چراغ روی قرار می گیرد؟ **۱۱ متر**



۲- محیط چراغ کوچک یک تراکتور ۳۰۰ سانتی متر و محیط چراغ بزرگ آن ۶۰۰ سانتی متر است. این تراکتور حداقل چه مسافتی را باید طی کند تا نقاط مشخص شده روی چراغها مجدداً با هم به زمین برسند؟ **۱۸۰۰ سانتی متر**



۳- تعداد مدادهای طلغای بین ۲۰ و ۴۰ عدد است. نوفس مدادهایش را به استغای ۲ تایی تقسیم می کند. ۲ مداد بقی می ماند. تعداد مدادهای طلغای چه عددی می تواند باشد؟ **۲۲ تا ۲۸**

مسابقات استعداد طبیعی

دست یابید.

توصیه های آموزشی:



۱- دانش آموزان را توجیه کنید که قبل از محاسبه ی حاصل ضرب، یکی از دو عدد را با ب. م. م مخرج ساده کنند. می توانید درباره ی دلیل ساده تر شدن این محاسبه در کلاس بحث کنید.

۲- در بررسی تمرین های محاسبه ی ذهنی سعی کنید روش های مختلف محاسبه ی ذهنی دانش آموزان در کلاس بحث شود.

۳- در پاسخ به تمرین های ۴ و ۵ از بیان سریع پاسخ درست اجتناب کنید. اجازه دهید با بحث کلاسی پاسخ سؤال مشخص شود.

۴- در حل مسئله راهبردهای مختلف را که دانش آموزان به کار برده اند سؤال کنید.

رسم

توضیح

در این صفحه دو توضیح اساسی که در کشیدن رسم‌ها استفاده می‌شود، بیان شده است. ابتدا درباره‌ی نحوه‌ی کادربندی مستطیلی و سپس در خصوص ملاک‌ها و معیارهای ارزیابی رسم نکاتی ذکر شده است.

۱- کادربندی مستطیلی: منظور از کادربندی مستطیلی

این است که کادر مستطیل شکل رسم در وسط صفحه‌ی کاغذ کشیده شود. از آن‌جا که اکثر رسم‌ها کادر مستطیلی دارند، نحوه‌ی کادربندی در کلاس توضیح داده شود تا در سایر رسم‌ها نیازی به توجیه مجدد نباشد. سایر رسم‌ها که کادربندی مستطیلی ندارند (شکل کادربندی مثلثی) به موقع خود توضیح داده می‌شود.

برای تنظیم کادر مستطیلی در وسط صفحه، راه‌های زیادی

وجود دارد. یکی از آن‌ها به شرح زیر است:

۱- ابتدا نقطه‌ی وسط کاغذ را پیدا کنید. برای این کار

می‌توانید وسط طول‌ها را به هم و وسط عرض‌های کاغذ را به هم وصل کنید. از محل برخورد آن‌ها نقطه‌ی وسط کاغذ به دست می‌آید.

توضیح

رسم

چگونه کادر رسم بکشیم؟

دو طرف کوچکتر کاغذ را در نظر می‌گیریم و وسط آن‌ها را مشخص می‌کنیم. با یک خط، این نقاط را به هم وصل می‌کنیم. از وسط این خط و در دو طرف آن، به اندازه‌ی نصف طول کادر رسم جدا می‌کنیم و در نقاط به دست آمده، دو خط بر آن عمود می‌کشیم. سپس روی هر خط عمود، به اندازه‌ی نصف عرض کادر رسم در دو طرف آن، جدا می‌کنیم و مستطیل را کمال می‌کنیم.



در کتاب ریاضی نسا چندین رسم وجود دارد که باید آن‌ها را با دقت بکشیم. در کشیدن رسم موارد زیر اهمیت دارند.

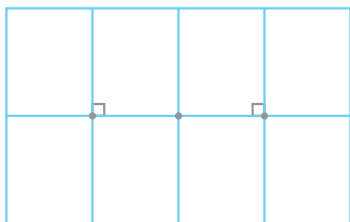
- ۱- کادر رسم باید در وسط صفحه‌ی کاغذ باشد.
- ۲- رسم باید تمیز و زیبا باشد. در صورتی که از پاک‌کن استفاده می‌کنیم، باید مواظب باشیم که به لایه‌ی رسم نظم‌ی زنی.
- ۳- خطوط رسم باید پاک‌دست و ضخامت آن‌ها یکسان باشد.
- ۴- در محل برخورد خطوط و گوشه، دقت کنید که همه‌ی خط‌ها از یک نقطه بگذرند.
- ۵- رسم را دقیقاً با توجه به اندازه‌های داده شده و طبق دستورالعمل انجام دهید.

با توجه به کتاب نسا در هر ماه یک رسم خواهید کشید. ابتدا رسم مربوطه را در کتاب درسی کمال کنید تا نحوه‌ی درست کشیدن آنرا بیاموزید. سپس با توجه به دستورالعمل و اندازه‌های داده شده، در وقت نکتت بلا رسم را در یک صفحه کاغذ سفید بهتر است از کاغذ ۲۱×۲۹ در اندازه‌ی ۲۱×۳۰ سنتی‌تر استفاده کنید و با مداد بکشید.

۳۱

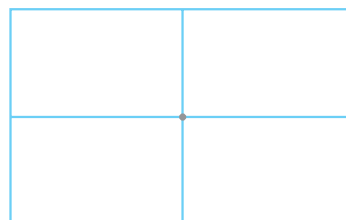
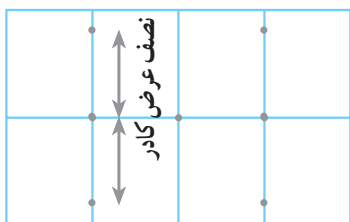
۳- از این دو نقطه دو خط عمود اخراج کنید. این دو

خط موازی عرض کاغذ هستند.



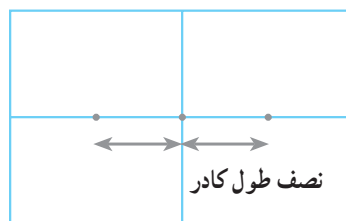
۴- در بالا و پایین نقطه‌ها و روی خط‌های عمودی که

کشیده‌اید، به اندازه‌ی نصف عرض کادر رسم جدا کنید.

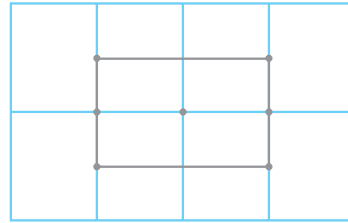


۲- در دو طرف مرکز کاغذ و روی خطی که موازی طول

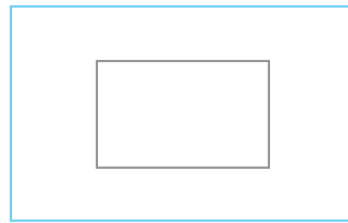
کاغذ است، به اندازه‌ی نصف طول کادر مورد نظر خود جدا کنید.



۴-۵ نقطه‌ی به وجود آمده را به هم وصل کنید. به این ترتیب، کادر مستطیل شکل شما وسط کاغذ قرار می‌گیرد.



۶- خطوط اضافی را پاک کنید. از آن‌جا که خطوط اضافی در انتها پاک می‌شوند، از ابتدا این خطوط کم‌رنگ کشیده می‌شوند تا در پاک کردن آن‌ها دچار مشکل نشده و صفحه‌ی کاغذ، تمیزی خود را از دست ندهد.



۲- معیارها و ملاک‌های ارزیابی: در ارزیابی رسم‌های دانش‌آموزان، چند نکته اهمیت دارد. این ملاک‌ها در کتاب درسی نوشته شده تا دانش‌آموزان نیز در کشیدن رسم‌ها به آن توجه کنند.

همان‌طور که ذکر شد رسم در کاغذ سفید بدون خط، کشیده می‌شود. بهتر است که کاغذ استاندارد A4 استفاده شود.

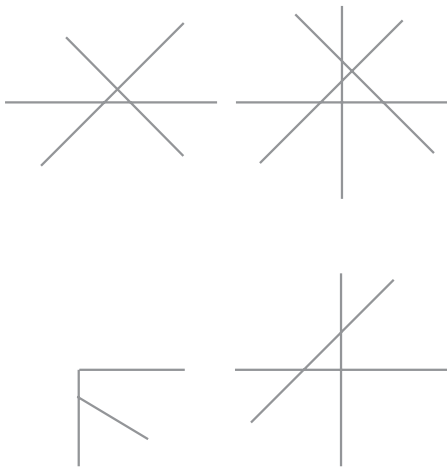
۱- کادربندی یا قرارگرفتن رسم در وسط کاغذ، اولین معیار ارزیابی است. در واقع اگر کادربندی رسم درست نباشد، نباید آن رسم را تصحیح کرد. اما از آن‌جا که در مرحله‌ی آموزش هستیم، در صورتی که کادربندی رسم اشکال داشت بازم در نظر گرفته شده برای کادربندی کسر شده و بقیه‌ی ملاک‌ها ارزیابی می‌شوند.

۲- تمیزی رسم، معیار بعدی است. به خصوص در رسم‌هایی که از پاک‌کن زیاد استفاده می‌شود، تمیزی اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. دقیق کشیدن رسم، یک‌دستی خطوط از نظر رنگ و ضخامت تمیزی و مشخص نبودن علامت‌ها و نقاطی که

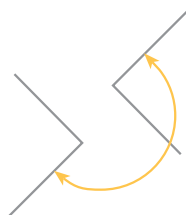
برای تقسیم‌بندی طول و عرض کاغذ یا رسم گذاشته می‌شود در زیبایی و تمیزی رسم، بسیار مؤثر هستند.

۳- ضخامت خطوط رسم باید یک اندازه بوده و از نظر رنگ، یکسان باشند. در هنگام تصحیح رسم روی قسمت‌هایی که ضخامت بیش‌تری دارند یا پررنگ‌تر هستند، علامت بزنید. درباره‌ی نحوه‌ی استفاده از مدادهای مختلف و مدادهای اتود توضیح دهید تا آن‌ها وسیله‌ی مناسب برای رسم را پیدا کنند. در درس‌های فنی برای یک‌دست شدن خطوط از قلم‌های رایید که ضخامت‌های مختلفی دارند استفاده می‌شود. در صورتی که دانش‌آموزی در کشیدن رسم با مداد تسلط کافی داشت، می‌توانید به او اجازه دهید که از رایید یا قلم‌های مشابه استفاده کند.

۴- یکی از اشکالاتی که ناشی از عدم دقت کافی در کشیدن رسم‌هاست دقیق نبودن محل برخورد خطوط است. نمونه‌های زیر این اشکالات را نشان می‌دهد.

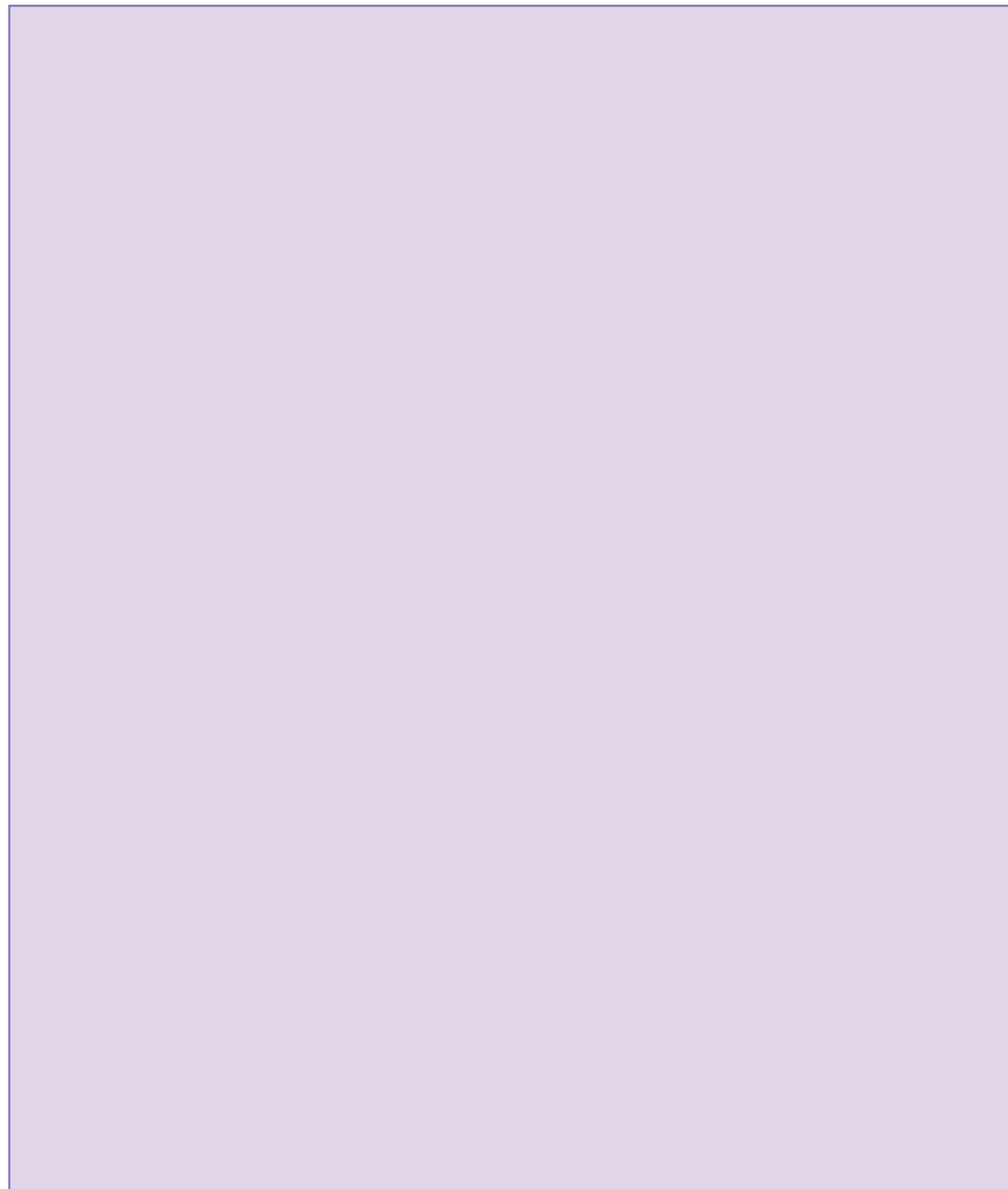


در هنگام تصحیح رسم دور قسمت‌های نادرست خط بکشید. یکی دیگر از مواردی که باید به آن توجه کرد، در امتداد هم قرارگرفتن پاره‌خط‌های روی یک راستاست. در شکل زیر که قسمتی از یک رسم است، دو پاره‌خط مشخص شده باید در یک امتداد رسم شوند.



۵- درست کشیدن رسم، مهم‌ترین بخش کار است. کشیده نشده باشد باید تکرار شود. هدف قسمت الف در هر صفحه رسم این است که دانش‌آموز، درست کشیدن رسم را یاد بگیرد. یعنی رسم نهایی باید درست مثل شکلی باشد که در قسمت پ در هر صفحه‌ی رسم مشخص شده است. اگر رسمی درست

یادداشت معلم

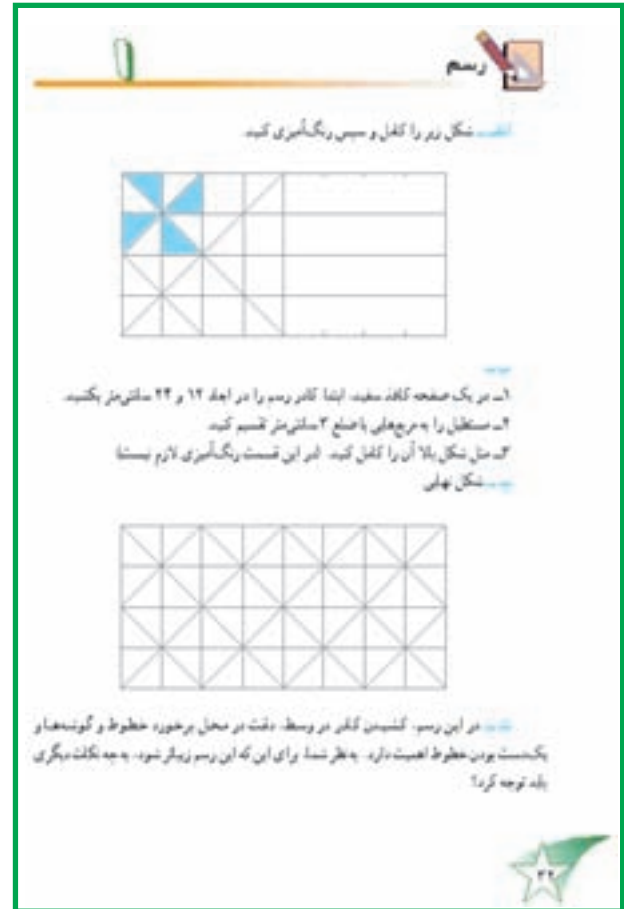


بگیرد. چگونگی کادربندی را با سؤال و جواب یادآوری کنید.

۲- می‌خواهیم مستطیل را به مربع‌های 3×3 سانتی‌متر تقسیم کنیم برای این کار طول مستطیل به چند قسمت تقسیم می‌شود؟ عرض مستطیل به چند قسمت تقسیم می‌شود؟ از وصل کردن آن‌ها چند مربع 3×3 خواهیم داشت؟ این سؤال‌ها و سؤال‌های مشابه کمک می‌کند تا دانش‌آموزان در کلاس هنگام توضیحات شما فعال باشند. توضیح دهید که نقاطی را که به عنوان تقسیم‌بندی روی طول و عرض مستطیل می‌گذارند کم‌رنگ و کوچک باشد، به طوری که پس از رسم خطوط محو شده و از بین بروند. همچنین دقت در این تقسیم‌بندی بسیار مهم و تعیین‌کننده است. کمی بی‌دقتی در اندازه‌گیری باعث می‌شود خطوط رسم از یک نقطه نگذرند و زیبایی رسم را از بین خواهد برد.

۳- با توجه به تمرینی که در قسمت الف انجام داده‌اید، باید خطوط رسم را به درستی رسم کنند. در این رسم ۴ دسته خطوط موازی خواهیم داشت. موازی بودن آن‌ها در زیبا شدن رسم بسیار مؤثر است.

۴- شکل نهایی در قسمت پ را به دانش‌آموزان نشان داده توضیح دهید که رسم آن‌ها در پایان باید به این شکل باشد.



رسم

این رسم اولین فعالیت دانش‌آموزان در زمینه‌ی کشیدن رسم است. سعی کنید برخورد شما به گونه‌ای باشد که آن‌ها از این صفحه‌ی کتاب در طول دوره‌ی راهنمایی لذت ببرند.

شروع کنید:

از دانش‌آموزان بخواهید شکل قسمت الف را در کتاب خود کامل کنند. به آن‌ها فرصت دهید الگوی رسم را خود کشف کنند. قسمت الف را در کلاس انجام می‌دهند تا اطمینان حاصل کنیم که همه‌ی دانش‌آموزان شیوه‌ی کشیدن و کامل کردن رسم را یاد گرفته‌اند. پس از تکمیل از آن‌ها بخواهید در صورت تمایل رسم را با سلیقه‌ی خود رنگ‌آمیزی کنند.

طریقه‌ی کشیدن رسم

طریقه‌ی کشیدن رسم را به شرح زیر برای دانش‌آموزان توضیح دهید.

۱- کادر این رسم مستطیلی به طول ۲۴ و عرض ۱۲ سانتی‌متر است که طبق توضیحات قبلی باید در وسط صفحه کاغذ سفید قرار

نکات مهم رسم

نکاتی که در کشیدن این رسم اهمیت دارد را برای دانش‌آموزان توضیح دهید اما قسمت اصلی کار زمانی است که همه‌ی دانش‌آموزان رسم را کشیده‌اند و شما پس از ارزیابی و تصحیح آن در کلاس در مورد نکات مهم رسم با آن‌ها بحث و گفت‌وگو می‌کنید. توصیه می‌کنیم که نکات مهم و تجربه‌های حاصل از کشیدن رسم توسط دانش‌آموزان بیان شود تا در کشیدن رسم‌های بعدی به آن دقت کنند. به هر حال بعضی از این نکات به شرح زیر می‌باشند:

۱- دقیق تقسیم کردن مستطیل برای آن که ۴ دسته خط موجود در رسم کاملاً موازی شوند.

۲- دقت در عمل برخورد خطوط و گوشه‌ها به طوری که تمام خط‌های آن قسمت دقیقاً از یک نقطه عبور کنند.

۳- یک‌دستی خطوط اهمیت زیادی دارد و در زیبایی رسم مؤثر خواهد بود.

۴- پاک کردن خطوط اضافی که برای کادربندی رسم شده‌اند و دقت در کم‌رنگ کشیدن علائمی که در تقسیم‌بندی مستطیل گذاشته می‌شود، در زیبا شدن رسم تأثیر گذارند.

توان

موضوعات در یک نگاه

این قسمت با تعریف توان و معرفی نماد توان شروع می‌شود. سپس نحوه‌ی محاسبه‌ی یک عدد تواندار مطرح شده و در ضمن آن با واژه‌های مجذور و مکعب آشنا می‌شوند. قاعده‌ی ضرب عبارتهای تواندار با پایه‌ی مساوی برای ساده کردن عبارتهای بیان می‌شود. تمرین‌ها، مسائل و سرگرمی و ریاضی با هدف مرور مطالب مطرح شده در این فصل ارائه می‌گردد.

اهداف

- در فرایند آموزش این درس انتظار می‌رود، هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد :
- ۱- به لزوم استفاده از نمادی برای خلاصه کردن ضرب و قراردادی بودن آن پی ببرد.
 - ۲- نماد توان را برای خلاصه کردن به کار ببرد و توان و پایه را تشخیص دهد.
 - ۳- با استفاده از تعریف توان، یک عدد تواندار را محاسبه کند.
 - ۴- قاعده‌ی ضرب اعداد تواندار با پایه‌ی مساوی را بداند و برای ساده کردن عبارتهای به کار ببرد.
 - ۵- معنای مجذور و مکعب را بداند و به کار ببرد.

نمونه‌ی سؤال برای ارزش‌یابی

- دهید.
- ۱- چه عددی را اگر به توان ۳ برسانیم پاسخ ۱۲۵ می‌شود.
 - ۲- 2^3 بزرگ‌تر است یا 3^2 ؟ توضیح دهید.
 - ۳- حاصل عبارتهای را با رعایت ترتیب انجام عملیات (توان - ضرب و تقسیم - جمع و تفریق) به دست آورید.
 $4^2 - 3 \times 2^2 =$
 $3^2 \times 2^3 \div 6 - 1^7 =$
 - ۴- اگر $3^4 = 81$ باشد، حاصل 3^5 چند است؟ توضیح دهید.
- ۵- «هر عددی به توان ۲ برسد، بزرگ‌تر می‌شود» آیا این جمله، درست است؟ چرا؟
- ۶- عبارتهای تواندار زیر را ساده کنید.
- $$2 / 5^2 \times (2 \frac{1}{4})^5 \times (\frac{5}{4}) =$$
- $$4^3 \times 4^2 \times 4^7 \times 4 =$$

یادداشت معلم

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
توان پایه مجذور مکعب	-	- انجام فعالیت برای درک لزوم استفاده از توان و قراردادی بدون نماد آن - انجام فعالیت برای درک چگونگی خلاصه کردن یک عبارت - انجام کار در کلاس برای محاسبه عبارت تواندار	- لزوم استفاده از نمادی برای خلاصه کردن ضرب را درک کند. - قراردادی بودن این نماد را درک کند. - نماد توان را برای خلاصه کردن ضرب به کار برد. - پایه و توان را در یک عدد تواندار تشخیص دهد. - معنای مجذور (مربع) و مکعب را درک کرده، مثال بزند و برای روابط مساحت و حجم به کار برد. - مقدار عددی یک عبارت تواندار با استفاده از تعریف توان به دست آورد. - در پایه‌های کسری از برانتر به درستی استفاده کند. - بداند که هر عدد به توان یک برابر خودش است و یک به توان هر عدد برابر یک است.	- تعریف توان - نماد توان - مجذور - مکعب - محاسبه‌ی عبارت تواندار	۳۳ ۳۴ ۳۵	تعریف توان
-	-	- انجام فعالیت برای کشف قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی - به کار بردن قاعده‌ی ضرب با پایه‌ی مساوی در ساده کردن عبارت‌ها	- برای قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی فرضیه‌سازی کند. - قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی را در ساده کردن عبارت‌ها به کار برد.	- ساده کردن عبارت - قاعده‌ی ضرب با پایه‌های مساوی	۳۵ ۳۶ ۳۷	ضرب عددهای تواندار با پایه‌های مساوی

دانستنی‌هایی برای معلم

توان

$$2^{3^2} = 2^{(3^2)} = 2^9 = 512$$

۳- a^b یعنی واحد، وقتی در تقسیم دو عدد قرار باشد که در صورت مشترک بودن پایه توان‌ها را از هم کم کنیم:

$$a^n : a^m = a^{m-n}$$

اگر دو عدد برابر باشند (a^n , a^m)، نتیجه برابر a^0 می‌شود؛ از طرف دیگر دو عدد برابر در تقسیم برهم برابر واحد می‌شود پس قرار می‌گذاریم a^0 برابر واحد است:

$$a^m : a^m = a^0 = 1$$

۴- اگر در $a^m : a^n$ بر تعداد m از n کوچک‌تر باشد توان خارج قسمت منفی درمی‌آید.

$$a^2 : a^5 = a^{2-5} = a^{-3}$$

از طرف دیگر می‌توان نوشت:

$$a^2 : a^5 = \frac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = \frac{1}{a^3}$$

قرار می‌گذاریم توان منفی را با جابه‌جا کردن (اگر در صورت است به مخرج ببریم و اگر در مخرج است به صورت منتقل کنیم) علامت توان تغییر می‌کند:

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

تصادفها

اگر عدددهایی به دنبال هم با قانون خاصی قرار گیرند، به آن دنباله گویند، مثل دنباله‌ی عددهای طبیعی

$$1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots$$

یا دنباله‌ی تعداد قطرهای یک n ضلعی کوز (محدب) n ، با آغاز از سه ضلعی:

$$0, 2, 5, 9, 14, 20, 27, \dots, \frac{1}{2}n(n-3), \dots$$

دنباله ممکن است محدود باشد یا نامحدود: دنباله‌ی عددهای درست، از ۱ آغاز می‌شود و تا بی‌نهایت ادامه دارد. دنباله‌ی قطرهای یک چندضلعی کوز از صفر (تعداد قطرهای سه‌ضلعی) آغاز می‌شود، تعداد قطرهای ۴ ضلعی کوز ۲ و تعداد

یونانی‌ها طول پاره‌خط راست را با عدد نشان می‌دادند. هر جا با مجذور یا توان دوم عدد سروکار داشتند، آن را برابر مساحت مربعی که طول ضلع آن برابر آن عدد باشد، می‌دانستند. a یعنی پاره‌خط راستی به طول a و a^2 یعنی مساحت مربعی که ضلع آن برابر a و a^3 یعنی حجم مکعبی که طول ضلع آن برابر a باشد. این رسم به ریاضی‌دانان ایرانی هم به ارث رسید، طوری که خوارزمی، کرجی، خیام و کاشانی، مفهوم توان دوم و توان ۳ بعد ندارد، برای a^4 و a^5 و ... معنایی نمی‌شناختند. تنها کرجی به مسئله‌هایی پرداخته که در آن‌ها از توان‌های بالاتر از توان سوم استفاده کرده است.

نمادی که امروز برای توان به کار می‌بریم و آن را به صورت a^2 ، a^3 ، a^4 می‌نویسیم، از «رنه دکارت» ریاضی‌دان فرانسوی است که آن را از سال ۱۶۳۷ معمول کرد.

ترتیب انجام عملیات

۱- وقتی با عددهای درست سروکار داریم، اگر در یک ردیف عملیات، پراتزی وجود نداشته باشد، عمل ضرب و تقسیم به دو عمل جمع و تفریق مقدم‌اند. در عبارت $A = 5 + 4 \times 6 : 3 - 4$ ابتدا عمل‌های ضرب و تقسیم را به ردیف انجام می‌دهیم.

$$A = 5 + 36 : 3 - 4 = 5 + 12 - 4$$

و سپس عمل‌های جمع و تفریق را باز هم به روشی که وجود دارند، دنبال می‌کنیم:

$$A = 17 - 4 = 13$$

اکنون تأکید می‌کنیم، عمل توان بر عمل‌های ضرب و تقسیم مقدم است.

$$B = 5 \times 2^4 = 5 \times 16 = 80$$

اگر قرار بود اول ۵ را در ۲ ضرب کنیم و سپس نتیجه‌ی ضرب را به توان ۴ برسانیم، باید آن را این‌طور بنویسیم.

$$(5 \times 2)^4 = 10^4 = 10000$$

$$2 - (2^3)^2 \text{ با } 2^{3^2} \text{ فرق دارد:}$$

$$(2^3)^2 = 8^2 = 64 \text{ و}$$

می توانستند با در دست داشتن جمله ی k ام، و مجموع n جمله ی تصاعد، قدر نسبت آن را محاسبه کنند. محاسبه ها طوری انجام شده است که گویا از همه ی دستورهای امروزی مربوط به تصاعدها آگاه بودند.

در یونان باستان و سپس در مکتب اسکندریه هم، با تصاعدها، و بیش تر به یاری هندسه کار می کردند. فیثاغورس (سده ی ششم پیش از میلاد) سه نوع تناسب را توضیح می دهد.

$$a - b = c - d \quad \text{تناسب حسابی}$$

$$a : b = c : d \quad \text{تناسب هندسی}$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d} \quad \text{تناسب همساز}$$

و می دانیم تناسب ها، آغازی برای شناختن تصاعدها هستند. اودوکس (سده ی چهارم پیش از میلاد) بحثی منظم تر درباره ی تصاعدها دارد تا سرانجام، اقلیدس (سده ی سوم پیش از میلاد) در کتاب معروف «مقدمات» خود، همه ی این بحث ها را نظمی منطقی می دهد.

ریاضی دان های هندی هم با تصاعدها آشنا بودند. مهویرا، ریاضی دان هندی سده ی نهم میلادی، مسئله هایی در باره ی تصاعد (حسابی و هندسی) دارد و سه سده پیش از آن، در کتاب «سه فصل در حساب» که به وسیله ی یک ریاضی دان چینی نوشته شده است، مسئله هایی درباره ی تصاعد حسابی وجود دارد.

ابوریحان بیرونی «مسئله ی شطرنج» را در «آثار الباقیه» مطرح و به طور کامل حل کرده است (ابوریحان بیرونی بیش از هزار سال پیش می زیسته است). مسئله شطرنج که یک مسأله ی مربوط به تصاعد هندسی است، چنین است: اگر در خانه ی اول صفحه ی شطرنج یک دانه گندم بگذاریم و در خانه های دیگر، در هر خانه دو برابر خانه قبل، تا خانه ی شصت و چهارم، روی هم چند دانه گندم داریم؟ این، در واقع، مجموع جمله های این تصاعد است.

$$1, 2, 4, 8, 16, \dots, 2^{63}$$

تا سده ی شانزدهم میلادی، تصاعد را (چه حسابی و چه هندسی)، از جایی آغاز می کردند و به سمت راست ادامه می دادند و دنباله ی تصاعد، تنها از یک سمت پیش می رفت. نخستین کسی که اندیشه ی ادامه ی جمله های تصاعد را در دو طرف مطرح کرد، «میخائیل شتیفل» (۱۵۶۷-۱۴۸۶) ریاضی دان آلمانی بود.

قطرهای ۸ ضلعی کوژ برابر ۲۵ است. جمله ی عمومی دنباله را با u_n نشان می دهند. برای عددهای درست مثبت (عددهای طبیعی) این جمله ی عمومی n است: $u_n = n$ و برای تعداد

$$\text{قطرهای یک } n \text{ ضلعی کوژ: } u_n = \frac{1}{2}n(n-3)$$

ولی مشهورترین دنباله ها، تصاعدها (حسابی و هندسی) هستند.

ریاضی دانان باستان مصر، توان های پشت سرهم عدد ۲ را می شناختند و برای انجام عمل ضرب، از توان های عدد ۲ استفاده می کردند. برای نمونه توجه می کردند که ۲۳۵ را می توان به صورت مجموعی از توان های ۲ نوشت:

$$235 = 1 + 2^1 + 2^2 + 2^5 + 2^6 + 2^7 = \\ = 1 + 2 + 4 + 8 + 32 + 64 + 128$$

بنابراین برای ضرب ۲۳۵ در عددی مانند n می نوشتند:

۱	n
۲	$2n$
n	$8n$
۳۲	$32n$
۶۴	$64n$
۱۲۸	$128n$
	$235n$

و این، نخستین اندیشه درباره ی استفاده از تصاعد هندسی (توان های عدد ۲)، برای انجام عمل ضرب بود.

ولی بابلی ها (مردم ساکن «میان دو رود») و تا اندازه ای عیلامی ها، از مصری ها جلوتر بودند. آن ها جدول هایی تنظیم کرده بودند که شامل توان دوم و توان سوم، ریشه ی دوم و ریشه ی سوم عددها بود؛ جدول هایی برای ضرب، تقسیم و عکس عددها در اختیار داشتند؛ حاصل عبارت $a^2 + a^3$ را برای $a=1$ تا $a=60$ و حاصل عددهای 9^n ، 10^n و 225^n را برای $n=1$ تا $n=10$ ، در جدول های جداگانه ثبت کرده بودند.

بابلی ها و به احتمالی عیلامی ها (در جنوب و جنوب غربی ایران کنونی) تصاعدها را می شناختند و در جدول هایی که تنظیم کرده بودند، مجموع جمله های تصاعد حسابی، مجموع جمله های تصاعد هندسی، مجموع توان های دوم عددهای طبیعی پشت سرهم و بسیاری محاسبه های دیگر را آورده بودند. آن ها

تعریف توان

ایجاد انگیزه کنید:



برای شروع درس می‌توانید از پدیده‌هایی که به صورت توانی زیاد می‌شوند، مثال‌هایی را برای دانش‌آموزان ارائه کنید؛ مثلاً هر دانه گندم که کاشته می‌شود یک خوشه‌ی گندم می‌دهد؛ یعنی ۱۰ دانه گندم. اگر من یک دانه داشته باشم و آن را بکارم سال بعد چند دانه دارم؟ اگر در هر سال همه‌ی دانه‌های به دست آمده در آن سال را بکارم در انتهای سال دوم، چند دانه دارم؟ سال سوم چه طور؟ یا مثلاً اگر کسی یک خبر را فقط به دو نفر بگوید و آن دو نفر هر کدام فقط به دو نفر دیگر و این چهار نفر هر کدام فقط به دو نفر و ... چه اتفاقی می‌افتد؟ شایعه چگونه پراکنده می‌شود؟ در این قسمت، سعی کنید مفهوم رشد توانی در ذهن دانش‌آموزان شکل بگیرد و بدین ترتیب آن‌ها را در درک بهتر مفهوم و کاربرد توان یاری کنید.

شروع کنید:



از گروه‌ها بخواهید فعالیت‌ها را از روی کتاب با دقت بخوانند و مرحله‌ی چهارم تکثیر یک سلول را رسم و جدول را کامل نمایند. سپس به سؤالات مطرح شده با همفکری پاسخ دهند.

هدف فعالیت:



آشنایی با مفهوم توان و لزوم قراردادی کردن نماد برای نمایش اعداد توانی است، بنابراین دانش‌آموزان را تشویق کنید تا سؤالات مطرح شده در این فعالیت را به طور کامل انجام دهند تا به سخت بودن نوشتن اعداد توانی بدون استفاده از نماد توان پی‌برند.

مشاهده کنید:



در فرصتی که دانش‌آموزان به سؤالات مطرح شده در فعالیت پاسخ می‌دهند، شما فرصت خواهید داشت که گروه‌های مختلف را مشاهده کنید. ببینید آیا با مشورت هم به سؤالات پاسخ می‌دهند. آیا مسیر درستی را برای رسیدن به پاسخ دنبال می‌کنند؟ آیا به نظر یکدیگر توجه می‌کنند، آیا از نظرات یکدیگر

توان

تعریف توان

فعالیت

در کتاب‌های علوم خوانداید که هر سلول چگونه به دو سلول تقسیم می‌شود. در نمودار زیر، نموداری انجام گرفتن این کار را مشاهده می‌کنید.

مرحله | ۱ | ۲ | ۴ | ۸ | ۱۶

تعداد سلول

مرحله‌ی چهارم را بکشید و جدول را کامل کنید.
بین تعداد سلول‌ها و مراحل تقسیم آن‌ها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ در هر مرحله به همان تعداد ضرب می‌شود.

در مرحله‌ی دوم، چند عدد سلول خواهیم داشت؟
چگونه می‌توانیم تعداد سلول‌ها را در مرحله‌ی دوم به شکل بهتری بنویسیم؟
مراسله‌های سلول‌ها می‌تواند...

فعالیت

عبارت‌های زیر را به کمک عمل ضرب خلاصه کنید.

$$2+2+2+2+2+2+2+2=V \times 2, \quad 3+3+3+3=4 \times 3$$

$$2+2+2=3 \times 2, \quad 5+5+5+5+5=5 \times 5$$

$$4+4+4+4+4=5 \times 4$$

$$2 \times 2 \times 2 = ?$$

آیا عبارت‌هایی را می‌توانیم خلاصه کنیم؟

کتاب اعداد گویا

برای رسیدن به پاسخ صحیح ایده می‌گیرند؟

ادامه دهید:



پس از آن که دانش‌آموزان فرصت کافی برای فکر کردن راجع به سؤالات را داشتند از یک گروه بخواهید جواب سؤال ۱ را ارائه کنند. دلیل پاسخ خود را بگویند و از روی شکل نشان دهند که پاسخشان درست است. درباره‌ی پاسخ ارائه شده از دیگر گروه‌ها نظر بخواهید. مواظب باشید هیچ‌کس بی‌اجازه جواب را نگوید تا حس کشف از بین نرود!

پاسخ‌های گروه‌های مختلف را در کلاس مورد بحث قرار دهید. اجازه دهید گروه‌هایی که پاسخ نادرست داده‌اند هم، دلایل خود را بیان کنند.

هدایت کنید:



به پرسیدن سؤالاتی مانند چرا، روی شکل نشان دهید

کشف کردند، از هر گروه بخواهید پاسخ خود به سؤال ۳ را روی تخته نمایش دهند.

پاسخ به سؤال سوم می‌تواند خلاقیت دانش‌آموزان را پرورش دهد، شما با تشویق به موقع و شنیدن دلایل مطرح شده از سوی دانش‌آموزان برای نمادهایی که ارائه کرده‌اند، می‌توانید آن‌ها را در این مسیر یاری دهید. پاسخ‌های مختلف هر کدام می‌توانند از منظری پاسخ درست باشند؛ برای مثال، ممکن است دانش‌آموزی این نماد را معرفی کند: $2 \times 1^*$

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید فعالیت ۲ را انجام دهند و به سؤال مطرح شده در انتهای آن با توجه به پاسخ خود به سؤال ۳ فعالیت ۱، پاسخ دهند.

هدف فعالیت:

یادآوری: خلاصه کردن عبارتی مانند $a + a + a + a$ به صورت $4a$ است؛ یعنی قراردادی در زبان ریاضی برای خلاصه کردن یک عبارت بدون آن که مفهوم آن عبارت تغییر کند. در این فعالیت، دانش‌آموزان باید به لزوم قرارداد مشترک پی برند.

ادامه دهید:

پاسخ‌های مختلف را در کلاس بررسی کنید. از دانش‌آموزان بپرسید آیا منطقی است که هر گروه مثلاً عبارت $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را هر طور که خواست خلاصه کند؟ این سؤال دانش‌آموزان را برای رسیدن به اهداف فعالیت سوق می‌دهد. دانش‌آموزان باید نتیجه بگیرند که بدون قرارداد مشترک، امکان درک متقابل عبارات خلاصه شده از بین می‌رود؛ مانند کسانی که با زبان‌های مختلف باهم صحبت می‌کنند و امکان فهمیدن صحبت‌های یکدیگر را ندارند.

آموزش دهید:

چگونگی خلاصه کردن عبارتی مانند $7 \times 7 \times 7$ را روی تخته نشان دهید، پایه و توان را مشخص کنید. از روی کتاب

برای آسان‌تر شدن محاسبه، عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2$ را به صورت 2^3 می‌نویسیم و آن را می‌خوانیم ۲ به توان ۳. به این ترتیب

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 \quad \text{و} \quad 5^3 = 5 \times 5 \times 5$$

در عددی مانند 5^3 ، ۵ را پایه و ۳ را توان آن می‌نامیم.

همین‌طور $(\frac{2}{3})^4$ به معنای $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ است و در عدد $(\frac{2}{3})^4$ ، $\frac{2}{3}$ پایه و ۴ توان آن عدد است.

عدد 12^2 هم که 12 به توان ۲ خوانده می‌شود، در واقع، $12^2 = 12 \times 12$ است. توان دوم یک عدد را منظور با مربع آن عدد و توان سوم یک عدد را مکعب آن عدد می‌نامیم.

برای مثال، $\frac{27}{125} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = (\frac{3}{5})^3$ = مکعب $\frac{3}{5}$ و $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$ = مجذور ۲ - مربع ۳ است.

کار در کلاس:

۱- عددی زیر را بخوانید و مقدار آن‌ها را حساب کنید.

$$2^3 = 8 \quad 3^2 = 9 \quad (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9} \quad 10^2 = 100 \quad 1^2 = 1$$

۲- مقدار هر عبارت را حساب کنید.

$$2^3 + 5^2 = 27 + 25 = 52 \quad 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 \quad 10^2 + 2^3 = 100 + 8 = 108$$

$$2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29 \quad 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36 \quad 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

$$5^2 \times 2^3 = 25 \times 8 = 200 \quad 3^2 \times 2^3 = 9 \times 8 = 72 \quad 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$$

۳- می‌دانیم که اگر طول ضلع مربع ۳ سانتی‌متر باشد، مساحت آن برابر است با ۹ سانتی‌متر مربع.

پس مساحت مربع برابر است با طول یک ضلع به توان ۲.

بنابراین مساحت دایره را با استفاده از توان بنویسید. **توجه به توان ۲**

توجه به توان ۳

مساحت دایره را بنویسید. **توجه به توان ۲**

مساحت دایره را بنویسید. **توجه به توان ۲**

مساحت دایره را بنویسید. **توجه به توان ۲**

و ... می‌توانید مهارت استدلال کردن را در دانش‌آموزان تقویت کنید و آن‌ها را در درک دلایل درستی یا نادرستی نظرات مختلف یاری دهید.

ادامه دهید:

پس از پاسخ دادن به سؤال ۱ ممکن است لازم باشد بعضی گروه‌ها در پاسخ خود به سؤالات بعدی تجدیدنظر کنند. از همه‌ی گروه‌ها بخواهید با درک تازه‌ای که یافته‌اند دوباره زمان کوتاهی را برای تحلیل جواب سؤالات بعدی در گروه صرف کنند. سپس از یک گروه بخواهید پاسخ خود را برای سؤال ۲ ارائه کند. درباره‌ی پاسخ ارائه شده در کلاس بحث کنید و اجازه دهید دانش‌آموزان دلایل درستی یا نادرستی این پاسخ را بگویند. بحث را به گونه‌ای هدایت کنید که همه‌ی دانش‌آموزان در مسیر کشف پاسخ درست و منطقی حرکت کنند.

پس از آن که همه‌ی دانش‌آموزان پاسخ درست سؤال ۲ را

دانش‌آموزان بخواهید در بحث گروهی در کار در کلاسی که حل کرده‌اند از کلمات «پایه» و «توان» استفاده و به تفاوت آن‌ها توجه کنند.

ادامه دهید:

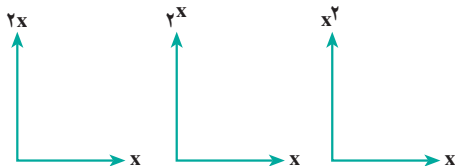
از روی کتاب متن را بخوانید و سه تساوی نوشته شده در کتاب را روی تخته دوباره بنویسید. از دانش‌آموزان بپرسید: «۵» خلاصه‌ی چه عبارتی است؟ اجازه دهید دانش‌آموزان خودشان نتیجه‌گیری کنند که $5^1 = 5$.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

دانش‌آموزان می‌توانند با استفاده از ماشین حساب جدولی از عددهای تواندار با پایه و توان یک رقمی تهیه کنند. به کارگیری ماشین حسابی که دکمه‌ی توان نداشته باشد برای این کار مناسب‌تر است. چون دانش‌آموزان را برای بهینه کردن ترتیب محاسبات و پرکردن جدول تشویق می‌کند. می‌توانید نام این جدول را جدول توان بگذارید.

می‌توانید با استفاده از ماشین حساب یک فعالیت بازی در کلاس راه بیندازید. تعدادی عدد تواندار را در روی کارت‌های کوچک بنویسید و در یک کیسه بریزید. هر دانش‌آموز یک کارت را بردارد و عدد خود را محاسبه کند. بچه‌ها به ترتیب از عدد کوچک به بزرگ مرتب شوند. شما هم درستی چینش آن‌ها را بررسی کنید.

می‌توانید نمودارهای زیر را با کمک دانش‌آموزان با استفاده از کامپیوتر یا به صورت دستی رسم کنید. برای محاسبه‌ی اعداد بزرگ از کامپیوتر یا ماشین حساب استفاده کنید.



تلفیق با سایر دروس:

جدول توان یا نموداری رسم شده در قسمت کار با تکنولوژی را می‌توان در شکل‌ها و مدل‌های مختلف طراحی

متن مربوط را بخوانید. تأکید کنید که پایه می‌تواند عددی اعشاری یا کسری باشد.

بپرسید!

پاسخ به سؤالاتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را خلاصه کنید؟ یا 5×5 را خلاصه کنید! می‌تواند شما را از یادگیری دانش‌آموزان آگاه کند. از دانش‌آموزان بپرسید آیا $5^2 = 2^5$ است؟ دقت کنید که دانش‌آموزان از عبارات پایه و توان به درستی استفاده کنند. از آن‌ها بپرسید که در عبارت 3^8 پایه کدام است؟

آموزش دهید:

کلمات «مجذور»، «مربع» و «مکعب» یک عدد را با چند مثال برای دانش‌آموزان توضیح دهید. می‌توانید درباره‌ی دلایل نامگذاری مربع و مکعب در کلاس صحبت کنید.

بپرسید!

از دانش‌آموزان بخواهید مربع عدد ۳، مجذور $(\frac{5}{3})$ و مکعب عدد ۲ را پیدا کنند و $2^3 + 7^2$ را به دست آورند. از آن‌ها بخواهید عددی را پیدا کنند که وقتی آن را به توان ۳ برسانیم بشود ۱۲۵.

ادامه دهید:

فرصتی برای انجام کار در کلاس به صورت فردی با توجه به کلاستان تعیین کنید. پس از آن که هرکس به این قسمت پاسخ داد، بچه‌ها می‌توانند به صورت گروهی پاسخ‌های خود را تصحیح کنند. شما نیز در این زمان، با زیر نظر گرفتن گروه‌های مختلف می‌توانید صحت پاسخ‌های آن‌ها را بررسی کنید. به دانش‌آموزان کمک کنید راه‌های سریع برای محاسبه را به کار گیرند؛ مثلاً در کار در کلاس شماره‌ی ۲، 3^3 را محاسبه کرده‌اند. حال برای محاسبه‌ی 3^4 کافی است آن را در ۲ ضرب کنند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

دقت کنید برخی از دانش‌آموزان عبارت‌هایی مانند 7^2 و 2^7 را معادل فرض می‌کنند. بنابراین تا انتهای این مبحث از

کرد. این کار می‌تواند به عنوان یک فعالیت امتیازی در کلاس مطرح شود.

فعالیت خارج از کلاس:

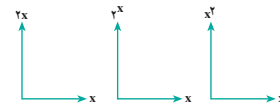


طراحی جدول توان یا نمودارهای میله‌ای می‌تواند در زمانی خارج از زمان کلاس شما صورت گیرد. سعی کنید انجام این فعالیت خارج کلاس را برای دانش‌آموزان لذت‌بخش کنید.

توسعه:

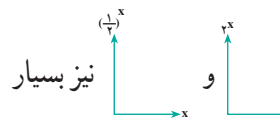


بررسی سه نمودار میله‌ای



به صورت هم‌زمان می‌تواند بچه‌ها را در کشف روابطی در این نمودارها یاری دهد.

بررسی نمودارهای میله‌ای



مفید و آموزنده است.

شما می‌توانید اهداف زیر را در توسعه، مبحث مفهوم توان دنبال کنید:

۱ به توان هر عددی برابر ۱ است.
با زیاد شدن توان یک عدد بزرگ‌تر از ۱، حاصل بزرگ‌تر می‌شود.

با زیاد شدن توان یک عدد کوچک‌تر از ۱، حاصل کوچک‌تر می‌شود.

فعالیت موازی:



در فعالیت ۱ به جای تکثیر سلول می‌توانید موضوع بخش یک ویروس یا ضخامت کاغذی را که هر بار از وسط تا می‌شود بررسی کنید.

یادداشت معلم

ضرب اعداد تواندار با پایه های مساوی

شروع کنید:



از دانش آموزان بخواهید در گروه های خود، فعالیت را انجام دهند. به آن ها فرصت دهید تا به سؤال مطرح شده در فعالیت فکر کنند و حدس خود را به هم گروه های خود بگویند. از آن ها بخواهید فرضیه های مختلف مطرح شده در گروه را آزمایش کنند. بدون این که نظری در کلاس مطرح شود از دانش آموزان بخواهید دستور ضرب عددهای تواندار با پایه های مساوی را که در گروه شان به دست آورده اند روی یک کاغذ بنویسند. سپس از آن ها بخواهید ضرب های زیر آن را با دستور پیشنهادی خود به دست آورند. یک بار هم دو عدد تواندار را جدا جدا حساب و سپس ضرب کنند از آن ها پرسید آیا در دو حالت جواب ها یکسان است؟

هدف فعالیت:



دقت کنید که در این فعالیت کشف، هدف اصلی است. اجازه دهید دانش آموزان حدسیات خود را آزمایش کنند و دستور محاسبه را کشف کنند. پس از آن که با هدایت های شما همه ی گروه ها موفق به کشف دستور محاسبه شدند از همه ی گروه ها بخواهید دستور محاسبه ی حاصل ضرب دو عدد تواندار با پایه های مساوی را در یک ورق کاغذ به هر صورتی که می خواهند ارائه کنند و کاغذ خود را بالا بگیرند تا بقیه ی گروه ها نیز طرح آن ها را مشاهده کنند.

پرسید!



از دانش آموزان بخواهید جواب این پرسش ها را به صورت شفاهی بدهند:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 2^3 \times 2^5$$

ادامه دهید:



از بچه ها بخواهید در گروه متن کتاب را مطالعه کنند و به

با توجه به عبارتهای

$$5^2 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$5^2 = 5 \times 5 \times 5$$

$$5^2 = 5 \times 5$$

می نویسیم $5^5 = 5$ و همین طور $4^3 = 4$ و $7^1 = 7$ است.

ضرب عددهای تواندار با پایه های مساوی

فعالیت

تساویها را کامل کنید

$$7^4 \times 7^3 = (7 \times 7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) = 7^{4+3} = 7^7 = 7^{\quad}$$

$$2^3 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^{3+2} = 2^5 = 2^{\quad}$$

$$5^2 \times 5^3 = (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) = 5^{2+3} = 5^5 = 5^{\quad}$$

آیا می توانید برای ضرب عددهای تواندار با پایه های مساوی دستوری بیابید؟ حدس خود را بنویسید. حاصل ضرب را با عددی تواندار با همان پایه و توانی برابر جمع توانها

پس می توانیم بنویسیم

$$7^4 \times 7^3 = 7^{4+3} = 7^7$$

همین طور

$$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 \quad \text{و} \quad 5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$$

کار در کلاس

۱- تساوی های زیر را کامل کنید

$$3^2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \quad 7^2 \times 7 \times 7 \times 7 \quad 4^2 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$(1/3)^2 \times (1/3) \times (1/3) \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

۲- تساوی های زیر را کامل کنید

$$2^3 \times 2^2 = 2^{\quad} \quad 7^2 \times 7^3 = 7^{\quad} \quad 5^2 \times 5^3 = 5^{\quad} \quad 1^2 \times 1^3 = 1^{\quad}$$

$$7^2 \times 7 = 7^{\quad} \quad 1^2 \times 1^3 \times 1 = 1^{\quad} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\quad}$$

فعالیت گروهی

کار در کلاس پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:



در کار در کلاس شماره ی ۱ هدف باز کردن اعداد تواندار است نه محاسبه ی آن ها. در کار در کلاس شماره ی ۲ و ۳ دقت شود که دانش آموزان قاعده ی ضرب با پایه های مساوی را به درستی به کار برند.

توصیه های آموزشی:



برخی از تمرین هایی که در ادامه ی کار در کلاس آمده است، احتیاج به تأمل بیش تر دارد. اجازه دهید هر دانش آموز به تنهایی روی آن ها فکر کند و در موارد لازم توضیحات را با بیان خودش بنویسد. حل مسائل این قسمت را نیز به عنوان تکلیف منزل به دانش آموزان توصیه کنید و در جلسه بعد به رفع اشکالات احتمالی بپردازید.

دانش آموزان برای حل مسئله ۳ باید حقوق هر ماه را حساب کنند. پاسخ به دست آمده می تواند آن ها را در درک بهتر مفهوم رشد توانی یاری دهد. در واقع هدف این مسئله صرفاً این نکته است که عددهای تواندار بسیار سریع رشد می کنند. در حل این مسئله هرگاه دانش آموزان احساس کردند که روش اول به علت رشد زیاد بهتر است محاسبات را می توان ختم کرد. همچنین برای حل این مسئله می توان از ماشین حساب برای ساده تر شدن عملیات استفاده کرد تا وقت کلاس بیهوده صرف نشود. توجه معلمان محترم فقط باید به مفهوم رشد توانی بوده و از تأکید کردن بر عملیات مسئله بپرهیزند.

در تمرین های کار در کلاس سؤال سوم یک نمونه از سؤالات واگرا دیده می شود. به تمرین $9^5 = 9^{\square} \times 9^{\square}$ پاسخ های متفاوتی می توان داد. طرح سؤالات واگرا به پرورش خلاقیت دانش آموزان کمک زیادی می کند. حل جدول مربوط به سرگرمی ریاضی این قسمت نیز در راستای مرور مباحث این قسمت از کتاب است.

اشتباهات رایج دانش آموزان:

تفاوت $(\frac{2}{3})^5$ و $\frac{2^5}{3}$ را در کلاس مورد توجه قرار دهید؛ زیرا برخی دانش آموزان تفاوتی بین این دو عبارت لحاظ نمی کنند. از آن ها بخواهید دو عدد را محاسبه کنند و دلیل تفاوت آن ها را بیان کنند.

فعالیت موازی:

7×7^4 ○ $(7) \times (7 \times 7 \times 7 \times 7)$ ○ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ ○ 7^5

$7^2 \times 7^3$ ○ $(7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7)$ ○ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ ○ 7^5

$7^3 \times 7^2$ ○ $(7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7)$ ○ ○

$7^4 \times 7^1$ ○ ○

۳- جای خالی را پر کنید.
 $4^5 = 4^{\square} \times 4^{\square}$ $7^{12} = 7^{\square} \times 7^{\square}$ $9^5 = 9^{\square} \times 9^{\square}$
 و دیگر پاسخ های درست

تکریم

۱- حاصل هر عبارت را حساب کنید.
 $16^2 \times 128$ 128^2 $128^2 \times 128$ $128^2 \times 128^2$
 $4^2 \times 2^8$ $2^8 \times 4^2$ $4^2 \times 2^8$ $2^8 \times 4^2$

۲- مقدار هر عبارت را پیدا کنید.
 $4^2 \times 4^8$ $5^2 \times 5^2$ $10^2 \times 10^2$ $(\frac{1}{2})^2 \times 2$ $5^2 \times 12^2$
 22^2 5^2 16×1000 $\frac{1}{2}$ 22^2

۳- حاصل هر عبارت را بصورت یک عدد تواندار بنویسید.
 $5^2 \times 5^2$ $3^2 \times 3^2$ $3^2 \times 3^2$ $3^2 \times 3^2$ $3^2 \times 3^2$ $3^2 \times 3^2$
 $5^2 \times 5^2$ $12^2 \times 12^2$ $4^2 \times 4^2$ $4^2 \times 4^2$ $4^2 \times 4^2$ $4^2 \times 4^2$

۴- کوچکترین ضرب مشترک هر جفت از عددهای زیر را حساب کنید.
 22^2 16×1000 5^2 22^2
 20×22 28×28 5×5 20×22

۵- اگر $4^2 = 10 \times 2^2$ باشد، مقدار عبارت 4^{12} چند است؟ $4^{12} = 2^{\square} \times 2^{\square}$
 ۶- برای عدد 3^2 برابر با چه عبارتی است؟ آن را بصورت تواندار بنویسید.
 3^2 3^2 3^2 3^2 3^2 3^2

۷- با محاسبه دو عبارت 2^5 و $(\frac{1}{2})^5$ ، تفاوت آن ها را نشان دهید.
 $\frac{2^5}{110}$ $\frac{2^5}{110}$ $\frac{2^5}{110}$ $\frac{2^5}{110}$

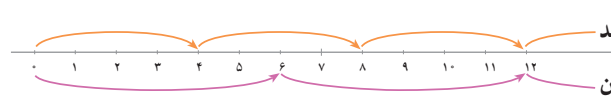
حل مسئله

۱- احمد و حسین روندهای مرتب برای ورزش دارند. احمد هر ۴ روز یک بار به زمین ورزش می رود و حسین هر ۶ روز یک بار. آن ها این روندها را از روز ۶ شهریور ماه شروع کرده اند یعنی اولین روز ورزش آن ها ۲۱ شهریور بوده است. تعیین کنید که آن ها در چه روزهایی از هم روزه یکدیگر را در زمین ورزش ملاقات می کنند. **۱۲ و ۲۴ شهریور**
 ۲- دو طرف به گنجایش ۸ لیتر و ۱۰ لیتر داریم. می خواهیم فقط با استفاده از یکی از پیمانه های ۱ لیتری، ۲ لیتری، ۳ لیتری، ۴ لیتری، ۵ لیتری تا ۱۰ لیتری، هر دو طرف را از مایع پر کنیم. به طوری که همدی محتوای هر پیمانه بر هر بار در طرفها حل شود. از کدام پیمانه ها می توانیم استفاده کنیم؟ **۱ و ۲** بزرگترین پیمانه ای که می توانیم از آن استفاده کنیم، کدام است؟ **۲ لیتری**

مشابهندگی

احمد
 حسین

برای حل مسائل ۱ و ۲ می توان از راهبردهای مختلفی استفاده کرد مثلاً در حل مسئله ۱ از راهبرد رسم شکل:



- یا در حل مسئله ۲ از راهبرد زیر مسئله به صورت تبدیل مسئله به چهار مرحله ی زیر استفاده کنند.
- ۱- پیمانه هایی که می توان برای پرکردن ظرف ۸ لیتری به کار برد؟ $\{1, 2, 4, 8\}$
 - ۲- پیمانه هایی که می توان برای پرکردن ظرف ۱۰ لیتری به کار برد؟ $\{1, 2, 5, 10\}$
 - ۳- پیمانه هایی که می توان برای پرکردن هر دو ظرف به کار برد؟ $\{1, 2\}$
 - ۴- بزرگ ترین آن ها ۲ لیتری

در دایره‌ها علامت = یا \neq قرار دهید. جای خالی را مانند ردیف‌های بالا پر کنید.
 آیا می‌توانید دستوری برای ضرب عددهای تواندار با پایه‌های مساوی بیان کنید؟ حدس خود را بنویسید.

۳- شرکتی برای انجام یک پروژه، شش ماهه آگهی استخدام داده است. این شرکت دو روش پرداخت حقوق را در آگهی خود اعلام کرده است:

روش اول: ماهانه ۳۰۰۰۰ تومان
 روش دوم: ماه اول ۳۰۰۰۰ تومان، ماه دوم دو برابر ماه اول، ماه سوم دو برابر ماه دوم، ماه چهارم دو برابر ماه سوم و به همین ترتیب تا پایان ماه ششم.
 اگر شما می‌خواستید در انجام این پروژه همکاری کنید کدام روش دریافت حقوقی را انتخاب می‌کردید؟ (چرا؟) روش دوم

سرگوشی ریاضی

جدول اعداد

۱	۲	۳	۴	۵	۶
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

اقتی

- ۱- مجذور عدد ۲۱ - دهگان این عدد دو برابر یکان آن است.
- ۲- در این عدد دهگان ۶ برابر یکان و صدگان ۴ برابر دهگان است.
- ۳- دهگان ۵ برابر یکان است - بزرگترین عدد اول دورقمی.
- ۴- اگر یکان را ۴ برابر کنیم و با دهگان جمع کنیم، خود عدد بدست می‌آید - یکی از مضرب‌های ۹.
- ۵- کوچکترین مضرب مشترک ۲۲ و ۳۶ - بزرگترین مضرب عمده مشترک ۷۲ و ۱۸.
- ۶- یکی از توان‌های ۱۳.
- ۷- عددی اول بین ۳۰ و ۴۰ - مجذور عددی اول بین ۲۰ و ۵۰.

شموی

- ۱- یکی از مضرب‌های ۱۶ - بزرگترین عدد اول سه‌رقمی.
- ۲- از مجذور ۷۰ تا پیش‌تر است - عددی که هر ۹ بخش‌پذیر است و هر ۷ بر ۳ عددی فرد که بر ۵ بخش‌پذیر است - مجموع هر سه رقم مساوی ۹ است.
- ۳- مجموع هر سه رقم ۱۶ است - تیردی محبوب همه.
- ۴- عددی با دو رقم مساوی - مضرب از ۲۳.
- ۷- عددی با سه رقم مساوی - کوچکترین مضرب مشترک ۲۲ و ۲۶.

کتاب اعداد طبیعی ۳۷

یادداشت معلم

