

تعداد دانش‌آموزان کلاس بر ۳ بخش پذیر هستند؛ چون هر سه نفر روی یک نیمکت نشسته‌اند بحث کنید سپس از دانش‌آموزان بخواهید به کار در کلاس پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:



در تعیین بخش پذیری یک عدد، راه اصلی، تقسیم کردن است. این کار در کلاس بر تکرار این مفهوم در مثال‌های مختلف تأکید دارد. گاهی اوقات دانش‌آموزان در پاسخ به این سؤال که آیا $17/85$ بخش پذیر است می‌گویند: بخش پذیری بر ۱۷ را نخوانده‌ایم. این کار در کلاس از این بدفهمی جلوگیری می‌کند.

توصیه‌های آموزشی:



علت نادرستی جمله‌ها در کلاس بحث شود و تفاوت جمله‌ی ۶ بر ۲ بخش پذیر است و ۲ بر ۶ بخش پذیر است نیز در لابه‌لای این تمرین‌ها بررسی گردد. حل سرگرمی ریاضی طرح شده نیز می‌تواند به کلاس طراوت و شادابی بدهد ضمن آن که برای درس بعدی آمادگی ایجاد می‌کند.

توسعه:



می‌توانید با طرح فعالیت‌هایی درباره‌ی نتیجه‌گیری‌های زیر نیز در کلاس بحث کنید.

اگر عددی بر ۹ بخش پذیر باشد بر ۳ نیز بخش پذیر است؟
اگر عددی بر ۵ بخش پذیر باشد و بر ۴ نیز بخش پذیر باشد بر 2^0 نیز بخش پذیر است؟
به‌طور کلی موارد زیر را می‌توان مطرح کرد:

- اگر a بر b و b بر c بخش پذیر باشد، آیا a بر c بخش پذیر است؟
- اگر a بر b و b بر a بخش پذیر باشد، آیا $a = b$ است؟
- آیا هر عددی بر خودش بخش پذیر است؟
- اگر a بر b بخش پذیر باشد، آیا a بر $b \times c$ نیز بخش پذیر است؟
- اگر a بر b و b بر a بخش پذیر باشد، آیا $a + b$ بر $b + c$ بخش پذیر است؟

بخش پذیری



تعداد دانش‌آموزان این کلاس به چه عددی بخش‌پذیر است؟ دانش‌آموزان در گروه‌های ۳ نفره قرار دارند. اگر در یک تقسیم باقی‌مانده صفر باشد، می‌گوییم مقسوم‌بر مقسوم‌علیه بخش‌پذیر است؛ مثلاً 85 بر 5 بخش‌پذیر است و 95 بر 4 بخش‌پذیر نیست.

کار در کلاس

جمله‌ای درست را با شماره ۱ و جمله‌های نادرست را با شماره ۰ مشخص کنید.	۶ بر ۲ بخش‌پذیر است. ✓
۱۵ بر ۳ بخش‌پذیر است. ✓	۴۹ بر ۳ بخش‌پذیر است. ✗
۱۱ بر ۲ بخش‌پذیر است. ✗	۳۸۵ بر ۹ بخش‌پذیر است. ✗

درباره‌ی علت نادرستی بودن جمله‌ها در گروه با دوستان خود گفت‌وگو کنید.

سرگرمی ریاضی

بازی با اعداد

یک عدد سه رقمی را دربار به دنبال هم روی کاغذ بنویسید. عدد ۴ رقمی بدست آمده را به ۲ تقسیم کنید. می‌بیند که باقی‌مانده صفر می‌شود؛ یعنی، عدد بدست‌آمده بر ۲ بخش‌پذیر است.

خارج قسمت را به ۱۱ تقسیم کنید. اغلب بگوید باز هم باقی‌مانده صفر می‌شود. حالا خارج قسمت جدید را به ۱۲ تقسیم کنید. می‌بیند که باز هم باقی‌مانده صفر می‌شود. آخرین خارج قسمت چند است؟

حالا می‌بیند همان عدد سه رقمی که در ابتدا نوشته بودید، بدست آمده است! همین کار را با یک عدد سه رقمی دیگر امتحان کنید.

موسسه انجمن دانش‌آموزان

بخش پذیری

ایجاد انگیزه کنید:



دو بسته شکلات را از قبل طوری آماده کنید که شکلات‌های یک بسته بر تعداد دانش‌آموزان کلاس بخش پذیر باشد و دیگری بخش پذیر نباشد. تعداد هر بسته را روی آن بنویسید. با این دو بسته‌ی شکلات وارد کلاس شوید و با دقت، شکلات‌ها را بین دانش‌آموزان تقسیم کنید، باقی‌مانده‌ی شکلات‌ها را در جعبه‌ی مربوط به خود بریزید و روی میز بگذارید. تصویر و سؤال کنار آن در کتاب درسی نیز برای ایجاد انگیزه است. سؤال را در کلاس مطرح کنید.

شروع کنید:



با یک مثال، تعریف بخش‌پذیری را یادآوری کنید و از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی را طرح کنند. درباره‌ی تصویر بالای صفحه‌ی کتاب و راه تشخیص این که

و اجازه دادن به دانش‌آموزان برای استفاده از ماشین حساب
شور و حال خاصی به کلاس خود ببخشید. اگر مثال‌های شما
یک مسیر خاص مثلاً بخش‌پذیری بر ۵ را دنبال کند بعد از چند
تمرین می‌توانید نتیجه را از دانش‌آموزان سؤال کنید.

توصیه‌های آموزشی:



– سعی کنید راه‌حل‌های متفاوت دانش‌آموزان را در کلاس،
بسیار پراهمیت نشان دهید تا دانش‌آموزان به پیدا کردن راه‌حل‌های
جدید تشویق شوند.

– پیدا کردن علت اشتباه هر فرد در یادگیری او بسیار مؤثر
است.

– اگر a بر $b \times c$ بخش‌پذیر باشد، آیا بر b و c نیز بخش‌پذیر
است؟

توجه داشته باشید که دانش‌آموزان تنها می‌توانند با بیان
مثال‌هایی درستی یا نادرستی آن را تجربه کنند و هدف استدلال
برای درستی یا نادرستی آن‌ها نیست.

بهرتر است مثال‌ها طوری انتخاب شوند که حتماً یک مثال
نقض برای قواعد نادرست قابل طرح باشد تا دانش‌آموزان دچار
تصور نادرست نگردند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:



می‌توانید با طرح سؤالات بخش‌پذیری برای اعداد بزرگ

یادداشت معلم

شروع کنید:



چون قاعده‌های بخش پذیری ۲، ۳، ۵ و ۹ در دوره‌ی ابتدایی مطرح شده است، می‌توان از خود دانش‌آموزان خواست که این قواعد را توضیح دهند. سپس متن ابتدای درس خوانده شود. از دانش‌آموزان خواسته شود که کار در کلاس این قسمت نیز حل شود.

هدف کار در کلاس:



هدف از این تمرین‌ها به کار بردن قواعد بخش پذیری بر ۲، ۳، ۵ و ۹ است.

توصیه‌های آموزشی:



در سؤال ۳ دلیل نادرستی جمله‌های نادرست را بیان کنید. در سؤال ۵ بخش پذیری‌های ترکیبی مثل بیان قاعده‌ی بخش پذیری بر ۶ با توجه به بخش پذیری بر ۲ و ۳ را نتیجه‌گیری کنید.

توسعه:



پیدا کردن باقی‌مانده‌ی تقسیم بر اعداد ۲، ۳، ۵ و ۹ به کمک قواعد بخش پذیری می‌تواند مسیر توسعه‌ی این موضوع باشد. همچنین می‌توانید دلایل درستی قاعده‌های بخش پذیری را در کلاس بحث کنید.

در مورد بخش پذیری بر ۹ و ۳ می‌توان روش حذف کردن را نیز به‌جای جمع همه‌ی اعداد طرح کرد. برای مثال، در عدد ۳۶۷۴۵ از آن‌جا که ۳+۶ و ۴+۵ برابر ۹ هستند می‌توان آن‌ها را کنار گذاشت فقط عدد ۷ می‌ماند پس می‌توان نتیجه گرفت عدد فوق بر ۹ بخش پذیر نیست.

همچنین بحث بخش پذیری بر اعداد ترکیبی را می‌توان توسعه داد؛ برای مثال، آیا اگر عددی بر ۲ و ۶ بخش پذیر بود بر ۱۲ نیز بخش پذیر است؟

قاعده‌های بخش پذیری

در دوره‌ی ابتدایی قاعده‌های بخش پذیری ۲، ۳، ۵ و ۹ را آموختیم. همان‌طور که می‌دانید، عددی بر ۲ بخش پذیر است که زوج باشد؛ مثلاً، عدد ۳۸ بر ۲ بخش پذیر است و ۲۴ بر ۲ بخش پذیر است.
عددی بر ۳ بخش پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد؛ مثلاً ۷۲ بر ۳ بخش پذیر است؛ زیرا $7 + 2 = 9$ و ۹ بر ۳ بخش پذیر است. ۶۴ بر ۳ بخش پذیر نیست؛ زیرا $6 + 4 = 10$ است و ۸ بر ۳ بخش پذیر نیست.
عددی بر ۵ بخش پذیر است که یکان آن ۰ یا ۵ باشد؛ مثلاً ۳۵ و ۶۰ و ۵ بخش پذیرند و ۷۲ بر ۵ بخش پذیر نیست.
عددی بر ۹ بخش پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۹ بخش پذیر باشد. آیا عددی که بر ۹ بخش پذیر است و عدد ۳ نیز بخش پذیر است؟ مثال بزنید.

کار در کلاس

۱- زیر اعدادی که بر ۲ بخش پذیرند خط بکشید.
 $12, 25, 37, 42, 115, 27, 11, 14$

۲- زیر اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند خط بکشید.
 $1111, 227, 211, 105, 57, 55$

۳- جواب درست را با تیکه‌ی ۳ و نادرست را با X مشخص کنید.
الف- عددی که بر ۵ بخش پذیر است، ۹ با ۵ ختم می‌شود.
ب- عددی که بر ۷ بخش پذیر است، به ۰ یا ۴ ختم می‌شود.
ج- اعدادی را که بر ۳ بخش پذیرند مشخص کنید.
 $111, 276, 21, 27, 85$

۴- زیر اعدادی که هر ۲ و هر ۳ بخش پذیرند خط بکشید. با اعلام دادن عمل تقسیم، ببینید که عددهای مشخص شده بر ۶ نیز بخش پذیرند یا نه.
 $127, 128, 22, 18, 24$

میانگین: $\frac{127}{11} = 11 \frac{6}{11}$
 $\frac{128}{11} = 11 \frac{7}{11}$
 $\frac{22}{11} = 2$
 $\frac{18}{11} = 1 \frac{7}{11}$
 $\frac{24}{11} = 2 \frac{2}{11}$

قاعده‌های بخش پذیری

ایجاد انگیزه کنید:



می‌توانید قاعده‌ی بخش پذیری بر عددی مثل ۴ را روی کاغذ نوشته (عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد) به چند دانش‌آموز در کلاس بدهید. از همه بخواهید بخش پذیری چند عدد بر ۴ را بررسی کنند. دانش‌آموزانی که قاعده‌ی بخش پذیری را دارند سریع پاسخ می‌دهند و بقیه باید تقسیم کنند. فاصله‌ی زمانی ایجاد شده، انگیزه‌ی خوبی ایجاد می‌کند تا قواعد بخش پذیری را یاد بگیرند.

مجموعه‌ی اعداد

ایجاد انگیزه کنید:



در هنگام ورود به کلاس، یک مجموعه (مثلاً یک آلبوم تمبر یا مجموعه‌ای مشابه) را با خود به کلاس ببرید و از بچه‌ها بخواهید آن را در یک کلمه نام ببرند. (احتمالاً از کلماتی مثل مجموعه استفاده خواهند کرد.)

شروع کنید:



متن ابتدای این درس در کلاس توسط یک دانش‌آموز خوانده می‌شود و معلم قسمت‌های مهم را توضیح می‌دهد، توجه داشته باشید مفاهیم عضو بودن، اعداد حسابی، اعداد طبیعی و نامتناهی بودن مجموعه کاملاً جدید است؛ ولی نباید در مورد آن‌ها تأکید بیش از حد شود. هدف این صفحه صرفاً آشنایی و کاربردی است که در دروس بعدی دارد.

تلفیق با سایر دروس:



توجه دانش‌آموزان را به مجموعه‌های دیگری که در دروسی مثل علوم و جغرافیا کاربرد ندارند جلب کنید؛ برای مثال مجموعه‌ی شهرهای بندری ایران یا مجموعه‌ی عناصر موجود در طبیعت و از آن‌ها بخواهید مجموعه‌های دیگری را از دروس مختلف مطرح و در مورد تعداد اعضای آن‌ها بحث کنند.

توصیه‌های آموزشی:



در نوشتن مجموعه‌ها باید توجه شود که در ابتدا و انتهای آن آکلاد $\{ \}$ آورده و بین اعضا نیز کاما (،) گذاشته شود. علامت سه نقطه (...) وقتی استفاده می‌شود که رابطه‌ی بین اعضا مشخص شده باشد.

ادامه دهید:



بعد از اتمام توضیحات درس مجموعه، برای موضوع حل مسئله زمینه‌سازی کنید. همان‌طور که ذکر شد هدف از بخش حل

فرد اعدادی را که بر ۹ بخش‌بندی مشخص کند

۲۷۹ - ۸۹ - ۱۰۸ - ۳۳ - ۱۶

مجموعه‌ی اعداد

اعددهای ۳، ۵، ۴ و ۷ عضوهای مجموعه‌ی مقابلند. در ریاضیات، مجموعه‌ی مقابل را به شکل زیر نشان می‌دهند: $\{۴، ۵، ۳، ۷\}$

عضوهای مجموعه را با نشانه \in از هم جدا می‌کنند. در دوره‌ی ابتدایی محاسبه با اعداد حسابی را آموختند. اعدادی $۱، ۲، ۳، ۴، \dots$ اعدادی حسابی هستند. مجموعه‌ی اعداد حسابی را به شکل زیر نشان می‌دهیم: $\{۱، ۲، ۳، ۴، \dots\}$

این اعدادها پایانی ندارند؛ زیرا در مقابل هر عددی که تصور کنید، عددی بزرگتر از آن وجود دارد.

علامت سه نقطه به این معنات که اعضای این مجموعه به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. هر یک از اعداد $۱، ۲، ۳، ۴، \dots$ را یک عدد طبیعی می‌نامیم. مجموعه‌ی اعداد طبیعی را به شکل زیر نشان می‌دهند.

$\{۱، ۲، ۳، \dots\}$ = مجموعه‌ی اعداد طبیعی

در دوره‌ی ابتدایی با مجموعه‌ی اعدادی زوج و فرد نیز آشنا شده‌اید.

$\{۲، ۴، ۶، ۸، \dots\}$ = مجموعه‌ی اعداد زوج (طبیعی)

$\{۱، ۳، ۵، ۷، \dots\}$ = مجموعه‌ی اعداد فرد (طبیعی)

منابع: اعداد طبیعی

مسئله در کتاب آموزش راهبردهای حل مسئله است.

دانش‌آموزان بعد از آشنایی با دو راهبرد رسم شکل و زیرمسئله می‌توانند مسائل این بخش را با یکی از این دو راهبرد حل کنند. تمرین‌ها و مسائل مطرح شده تکلیف منزل آن‌هاست. سعی کنید در هنگام حل مسائل از دانش‌آموزان بخواهید مسیر فکری خود را برای کلاس توضیح دهند و نقش راهبردها را در حل مسئله نمایان کنید.

الگوی چهار مرحله‌ای «پولیا» را به صورت طبیعی و بدون ذکر گام‌ها و مراحل در هنگام پاسخ‌گویی به مسائل به کار برید تا کم‌کم این چارچوب فکری در ذهن دانش‌آموزان شکل بگیرد.

یک مسئله ممکن است از دو راهبرد مختلف حل شود. در این خصوص، دانش‌آموزان از هر راهبردی که به ذهن آن‌ها مناسب است می‌توانند استفاده کنند.

آموزش دهید:



زمانی که فکر کردید همه‌ی گروه‌ها به یک درک مشترک و درست از مسئله رسیده‌اند عبارت «فهمیدن مسئله» را روی تخته بنویسید و با کمک دانش‌آموزان صورت مسئله را دوباره نویسی کنید. این دوباره‌نویسی می‌تواند به صورت زیر باشد:

اطلاعات داده شده: از تهران به کرج ۳ راه وجود دارد.

از کرج به قزوین ۲ راه.

خواسته‌ی مسئله: از تهران به قزوین چند راه وجود دارد؟

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید راه‌حلی را که برای مسئله به نظرشان می‌رسد در گروه مطرح کنند. صبر کنید تا دانش‌آموزان فرصت کافی برای یافتن راه‌حل‌های مختلف داشته باشند. اجازه دهید هر گروه راه‌حلی را که به نظرش رسیده است، در کلاس بیان کند. سعی کنید راهبردهایی را که دانش‌آموزان مطرح می‌کنند خلاصه کنید و دوباره بیان نمایید تا راهبردهای ظاهراً متفاوت اما یکسان مشخص شوند. در این قسمت، کلمه‌ی راهبرد را به کار ببرید تا دانش‌آموزان با نحوه‌ی به کار بردن این اصطلاح آشنا شوند.

آموزش دهید:



عبارت «انتخاب راهبرد» را روی تخته زیر عبارت «فهمیدن مسئله» بنویسید و راهبردهای مختلفی را که بچه‌ها پیشنهاد کرده‌اند به طور خلاصه جلوی آن بنویسید. (مثلاً ممکن است دانش‌آموزی گفته باشد: راه‌ها را می‌شماریم. از او بپرسید: از روی چه چیزی بشماریم؟ او خواهد گفت: از روی نقشه. شما ادامه دهید: بله از روی شکل، یعنی راهبرد رسم شکل را استفاده کنیم؛ یعنی یک شکل رسم کنیم که یک جور نقشه‌ی ساده شده باشد و تعداد راه‌ها را از روی آن شکل بشماریم.)
به دانش‌آموزان کمک کنید رسم شکل را به عنوان یک راهبرد حل مسئله بپذیرند.

حل مسئله

یک تصویر طرح‌انگلی به‌داده در گروه مسئله‌دار نوشته‌های یک‌سری تک‌سری و نکات پیچیده و مهم را از روی و نشان می‌دهد. در مسئله‌های ریاضی هر شکل به ما کمک می‌کند که قبل از حل مسئله آن را ببینیم.

۱- برای رفتن از شهر تهران به کرج سه راه وجود دارد: اتوبوس، جاده‌ی مخصوص و جاده‌ی قدیم. اگر شخصی بخواهد از شهر کرج به قزوین رود، از نورده اتوبوس و جاده‌ی قدیم می‌تواند استفاده کند. اگر مسافری بخواهد از شهر تهران به قزوین رود، از چند راه می‌تواند استفاده کند؟

فهمیدن مسئله: چه چیزی از شما خواسته شده است؟
رای رفتن از تهران به قزوین، چند راه وجود دارد؟
 - اطلاعات داده‌شده‌ی مسئله را مشخص کنید.
از تهران به کرج ۳ راه و از کرج به قزوین ۲ راه وجود دارد.

انتخاب راهبرد: شما برای حل این مسئله می‌توانید از رسم شکل استفاده کنید. شکل‌ها نماینده وضوح را به‌همین این سه شهر را نشان دهد. حالت‌های مختلف انتخاب راه را جداگانه بکشید.

حل مسئله: روی شکل، یکی از راه‌های ممکن، بزرگ و جداگانه رسم شده است. شما یکی از حالت‌های ممکن را رسم کنید و تعداد آن‌ها را بشمارید. **۲ راه** قزوین

برگشت به طلب: چگونه مطمئن می‌شوید که مسئله را درست حل کرده‌اید؟
از هر راهی به کرج رسیدن از ۳ راه مختلف می‌تواند به قزوین رفتن ۲ راه

رسم شکل

حل مسئله

مسئله‌ی ۱ را روی تخته بنویسید.

شروع کنید:



از گروه‌ها بخواهید آن را با دقت بخوانند و اطلاعات داده شده در مسئله را مشخص کنند. می‌توانید پیشنهاد کنید که مسئله را برای یکدیگر توضیح دهند و بگویند چه چیزی از آن‌ها خواسته شده است.

مشاهده کنید:



در زمانی که گروه‌ها این قسمت را انجام می‌دهند، آن‌ها را به دقت مورد توجه قرار دهید. آیا برای درک مسئله بحث و مشورت می‌کنند؟ آیا همه‌ی گروه در بحث شرکت می‌کنند؟ آیا مسئله را درست درک کرده‌اند؟ دانش‌آموزان را تشویق کنید که درک مسئله را جدی بگیرند!

ادامه دهید:

از گروه‌ها بخواهید با استفاده از راهبرد رسم شکل مسئله را حل کنند. یعنی یک شکل ساده رسم کنند و با استفاده از آن مسئله را حل کنند.

مشاهده کنید:

در حین حل مسئله توجه کنید که آیا گروه‌ها شکل مناسبی برای مسئله رسم می‌کنند؟ آیا از شکل صحیح، برای حل مسئله به‌درستی استفاده می‌کنند؟ تأمل کنید تا همه‌ی گروه‌ها مسئله را حل کنند در صورت لزوم گروه‌ها را هدایت کنید.

توصیه‌های آموزشی:

روش‌های شمردن راه‌های بین تهران و قزوین یا به‌دست آوردن حاصل ضرب تعداد راه‌های تهران به کرج در تعداد راه‌های کرج به قزوین هر دو صحیح است. هدف این قسمت از کتاب، به‌کارگیری راهبرد رسم شکل است و انتزاع اصل ضرب از روی شکل کشیده شده می‌تواند در این قسمت انجام نشود.

آموزش دهید:

روی تخته زیر عبارت «انتخاب راهبرد» بنویسید «حل مسئله» از یکی از گروه‌ها بخواهید راه‌حل خود را که با استفاده از راهبرد رسم شکل بوده، و به پاسخ صحیح رسیده است روی تخته بنویسد و آن را بیان کند.

توضیح دهید که این قسمت، یعنی حل مسئله تنها قسمتی از فرایند تفکری است که برای حل یک مسئله اتفاق می‌افتد و درستی پاسخ این قسمت، مستلزم تلاش فکری در قسمت‌های دیگر نیز هست.

بپرسید!

از دانش‌آموزان بپرسید که آیا مطمئن هستند که مسئله را

رسم شکل

۳ گنجایش ۲ کلمه، ۳ لیوان و ۱ بارج با گنجایش ۶ لیوان، ۱ کلمه و ۱ بارج و همچنین با گنجایش ۲ بارج، ۱ کلمه و ۱ لیوان برابرند. اگر بماند گنجایش ۱ لیوان ۲۵۰ سانتی‌متر مکعب است. گنجایش بارج و کلمه را پیدا کنید.

گنجایش مسئله: - اطلاعات مسئله را دسته‌بندی کنید.

- خوانندگی مسئله چیست؟ **گنجایش بارج و کلمه چقدر است!**

- دسته را یکبار به زبان خود بزرگو کنید.

انتخاب راهبرد: با کشیدن یک شکل، اطلاعات مسئله را خلاصه کنید.

در هر ردیف، یک از حالت‌ها را رسم کنید. در ردیف اول ۲ کلمه، ۳ لیوان و ۱ بارج بکشید. بین هر ردیف از شکل‌ها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ کدام قسمت تکراری است؟ مجموع گنجایش ظرف‌های هر ردیف با ردیف دیگر برابر است. در مطالعه‌ی هر دو ردیف با هم می‌توان قسمت‌های مشابه را حذف کرد.

تجزیه مسئله: در هر دو ردیف می‌توانید قسمت‌های مشابه را حذف کنید. برای مثال، در مطالعه‌ی دو ردیف اول و دوم می‌توانید از هر طرف ۱ کلمه، ۳ لیوان و ۱ بارج را حذف کنید. چه چیزی می‌ماند؟ با توجه به این که گنجایش ۱ لیوان ۲۵۰ سانتی‌متر مکعب است، گنجایش ۱ کلمه را پیدا کنید. برای پیدا کردن گنجایش بارج، می‌توانید ردیف اول و دوم را با هم مطالعه کنید. **گنجایش یک کلمه و ۲ لیوان، گنجایش یک بارج و ۲ لیوان، گنجایش یک کلمه و ۳ لیوان است. بنابراین، گنجایش یک کلمه و ۲ لیوان، گنجایش یک بارج و ۲ لیوان است.** ۲۵۰ سانتی‌متر مکعب است.

بازگشت به عقب: پاسخ‌هایی را که پیدا کرده‌اید، در روی شکل و روی هر کدام از لیوان‌ها، کلمه‌ها و بارج‌ها بنویسید. آیا مجموع گنجایش هر سه ردیف با هر دو برابر است؟

آیا دسته را درست حل کرده‌اید؟

وای کشیدن شکل از طرح‌های ساده، استفاده کنید. برای مثال، در مسئله‌ی بالا از این استیکر یک خانم و یک کودک استفاده کنید. به جای آن‌ها می‌توانید از هر شکل یا نمادی استفاده کنید.

درست حل کرده‌اند؟ و آیا راه دیگری برای رفتن از تهران به قزوین وجود ندارد؟

آموزش دهید:

روی تخته، زیر عبارت «حل مسئله» بنویسید «بازگشت به عقب». پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات بالا را در کلاس مورد بحث قرار دهید^۱ و به‌طور خلاصه جلوی عبارت «بازگشت به عقب» بنویسید.

توضیح دهید که برای حل یک مسئله چهار مرحله‌ی نوشته شده روی تخته طی شده است.

ادامه دهید:

چهار مرحله‌ی حل یک مسئله را، که شما به‌صورت چهار

۱- در این جا می‌توانید، در صورتی که جو کلاستان اجازه می‌دهد، چالش ایجاد کنید؛ مثلاً بپرسید آیا ممکن نیست یک نفر از تهران به چالوس سپس به رشت و سپس به قزوین برود؟ آیا فقط ۶ راه برای رفتن از تهران به قزوین وجود دارد؟ چه فرضی در مسئله باید اضافه شود تا راه‌حل ما درست باشد؟ جواب می‌تواند این باشد که اگر مسافر بخواهد از تهران مستقیماً به کرج و سپس، باز هم مستقیماً، از کرج به قزوین برود؟

را کمک کنید که اشکال شکل خود را بیابند. اگر شکلی که رسم کرده‌اند صحیح است، آن‌ها را یاری کنید که دلایل صحت شکل خود را بیان کنند و چگونگی استفاده از این شکل برای حل مسئله را بیابند. از آن‌ها بخواهید سؤالات مطرح شده در قسمت «انتخاب راهبرد» را پاسخ دهند.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان:

یکی از مشکلات رایج در این مبحث این است که دانش‌آموزان در درک مسئله و انتخاب راهبرد دقت نمی‌کنند و مرحله‌ی سوم، یعنی حل مسئله را به سرعت شروع می‌کنند. برای تمرین خوب است در ابتدای مرحله‌ی سوم کمی توقف کنید و مطمئن شوید که دانش‌آموزان با تأمل در سؤالات مطرح شده‌ی دو مرحله‌ی بالا پاسخ داده‌اند. برای حصول اطمینان سؤالات را از روی کتاب بخوانید و با کمک دانش‌آموزان پاسخ آن‌ها را در جای خود روی تخته بنویسید.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید حالا که درک خوبی از مسئله و راهبرد حل آن دارند مسئله را حل کنند، قسمت حل مسئله‌ی کتاب را بخوانند و به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند. صبر کنید تا همه‌ی گروه‌ها به نتیجه برسند. سپس مرحله‌ی چهارم را با استفاده از کتاب ادامه دهند. متن و سؤالات مطرح شده در دو قسمت اخیر، یعنی حل مسئله و برگشت به عقب را از روی کتاب بخوانید و با کمک دانش‌آموزان پاسخ سؤالات را در جای خود روی تخته بنویسید.

مسئله موازی:

۱- بالگردی پس از برخاستن از زمین، از نقطه‌ی A مأموریت پروازی خود را شروع می‌کند. برای انجام اولین مأموریت خود 50° km به سمت شرق حرکت می‌کند سپس برای انجام دومین مأموریت 20° km به سمت شمال و 70° km به سمت غرب می‌رود. برای انجام مأموریت سوم 40° km به سمت جنوب و 20° کیلومتر به سمت شرق می‌رود. کوتاه‌ترین مسیر این بالگرد برای بازگشت به نقطه‌ی A چیست؟

حل مسئله

مسئله‌ی زیر را با استفاده از روش‌های مناسب حل کنید. و اگر مسئله‌های ساده و کوچک حل نماند، مسئله اصلی نیز که پیچیده به نظر می‌رسد، حل می‌نماید. این راهبرد برای حل کردن بسیاری از مسئله‌ها کارایی دارد.

۱- احمد ۲۰۰۰ تومان پول دارد. او می‌خواهد ۸ دفترچه بخرد و با هزینه باقی‌مانده‌ی پولش ۳۰ مداد بخرد. قیمت هر دفترچه ۲۵۰ تومان و قیمت هر مداد ۳۰۰ تومان است. او چند مداد می‌تواند بخرد و چه قدر برایش می‌ماند؟

فهمیدن مسئله - اطلاعات داده شده را بیان کنید.
- مسئله از شما چه چیزی خواسته است؟
تعداد مدادهایی که احمد می‌تواند بخرد:

انتخاب راهبرد - این مسئله از چند مسئله‌ی ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آن‌ها را مشخص کنید، حل مسئله برایتان آسان می‌شود. مسئله‌های کوچک عبارتند از:
۱- برای خرید ۸ دفترچه چه قدر پول لازم است؟
۲- بعد از خرید ۸ دفترچه، چه قدر پول باقی می‌ماند؟
۳- با پول باقی‌مانده چند مداد ۳۰۰ تومانی می‌توان خرید و چه قدر باقی می‌ماند؟

حل مسئله - مسئله‌های کوچک را به ترتیب حل می‌کنیم.

۱- قیمت دفترچه‌ها تومان $8 \times 250 = 2000$	۲- پول باقی‌مانده تومان $2000 - 2000 = 0$
۳- پس از خرید ۳۰ مداد می‌توان خرید و ۲۰۰ تومان باقی می‌ماند.	

بازگشت به عقب - آیا پاسخ بدست آمده، همان خواسته‌ی مسئله است؟
- راه حل‌ها و عملیات مسئله را امتحان و درستی آن‌ها را بررسی کنید.

عبارت روی تخته نوشته‌اید، نگاه دارید و بقیه‌ی تخته را پاک کنید. حالا به متن کتاب مراجعه کنید و مسئله را دوباره بررسی کنید. سپس از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقت بخوانند و سؤالات مطرح شده در قسمت فهمیدن مسئله را پاسخ دهند. در این قسمت، با مشورت و هم‌فکری و استفاده از مطالب کتاب اطلاعات مسئله را خلاصه کنند.

با توجه به این که این مسئله برای تمرین راهبرد رسم شکل مطرح شده است برای مسئله‌ی خلاصه شده یک شکل رسم کنند و برای یکدیگر توضیح دهند که این شکل چه کمکی به حل مسئله می‌کند.

هدایت کنید:

ممکن است دانش‌آموزان توصیه‌ی درستی برای شکل‌هایشان نداشته باشند یا نتوانند منظور خود را بیان کنند. اگر شکلی که کشیده‌اند برای حل این مسئله مناسب نیست آن‌ها

۲- تویی پس از زمین خوردن تا نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌رود، این توپ را از ارتفاع ۱۶ متری رها کرده‌ایم. پس از سه بار زمین خوردن چه مسیری را طی کرده است؟

حل مسئله

زیر مسئله

شروع کنید:



از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۱ را بخوانند و آن را در چند جمله خلاصه کنند. یعنی بنویسند که چه اطلاعاتی در مسئله داده شده و چه چیزی خواسته شده است. روی تخته بنویسید. «فهمیدن مسئله»: از یک گروه بخواهید مسئله‌ی خلاصه شده را جلوی عبارت فهمیدن مسئله روی تخته بنویسند. از گروه‌های دیگر نیز بخواهید در صورتی که پاسخشان با گروه مورد نظر متفاوت است، این تفاوت را بیان و در صورت لزوم متن نوشته شده روی تخته را تغییر دهند. از گروه‌ها بخواهید مسئله را حل کنند و چگونگی حل آن را در چند جمله بنویسند.

مشاهده کنید:



هنگامی که دانش‌آموزان مشغول حل مسئله هستند دقت کنید که آیا در گروه به بحث و تبادل نظر می‌پردازند؟ آیا می‌توانند روشی را که برای حل مسئله به کار برده‌اند توضیح دهند؟ آیا روش درستی را برای حل مسئله به کار می‌برند؟ آیا مسئله را درست حل می‌کنند؟ می‌توانید در هر گروه، با طرح پرسش‌هایی نظیر «در مرحله‌ی اول چه عملیاتی انجام دادید؟» آن‌ها را در نوشتن راهبرد حل مسئله یاری دهند.

ادامه دهید:



از یکی از گروه‌ها بخواهید راهبردی را که برای حل مسئله به کار برده‌اند، توضیح دهند. از گروه‌های دیگر نیز بخواهید راهبردها را به صورت خلاصه شرح دهند با تکرار کردن خلاصه‌ی آنچه هر گروه می‌گویند می‌توانید به کار بردن صحیح عبارات راهبرد «مسئله‌ی کوچک» و «زیر مسئله» را به دانش‌آموزان نشان دهید. دانش‌آموزان را تشویق کنید تا از این عبارات استفاده کنند. روی تخته زیر عبارت «فهمیدن مسئله» بنویسید «انتخاب

زیر مسئله

۱- صاحب یک کوزه، جوراب‌های روز گذشته ۱۸/۳۵۰ کیلوگرم نخ و امروز ۱۷/۶۵۰ کیلوگرم نخ خریده است. اگر برای هر جفت جوراب ۱۲۰ گرم نخ مصرف شود، با این مقدار نخ چند جفت جوراب تهیه می‌شود؟

فهمیدن مسئله - اطلاعات مسئله را بیان کنید.
- چه چیزی از شما پرسیده شده است؟ چند جفت جوراب تهیه می‌شود؟
- مسئله را خلاصه کنید.

انتخاب راهبردها - مسئله را به مسئله‌های ساده و کوچک تقسیم کنید. زیرمسئله‌ها را بنویسید.
۱- در مجموع ۱ در این دو روز چند کیلوگرم نخ خریداری شده است؟
۲- این مقدار نخ چند گرم است؟
۳- با این مقدار نخ چند جوراب تهیه می‌شود؟

حل مسئله - هر یک از سؤال‌های بالا را به ترتیب پاسخ دهید.

۱- کیلوگرم ۲۶ = ۱۸/۳۵۰ + ۱۷/۶۵۰	۲- گرم ۲۶۰۰۰ = ۲۶ × ۱۰۰۰۰
۳- جفت جوراب ۴۰۰ = ۲۶۰۰۰ ÷ ۶۵	

بازگشت به سؤال - آیا جوابی که به دست آورده‌اید همان خوانندگی مسئله است؟
درستی را چک و صحت مسئله را بررسی کنید.

مطمئن شوید که مسئله‌ها را درست حل کرده‌اید. پس قبل از حل کردن هر مسئله فهرستی از مسئله‌های آن تهیه کنید. این کار به فکر شما کمک می‌کند و حل مسئله را آسان‌تر می‌کند.

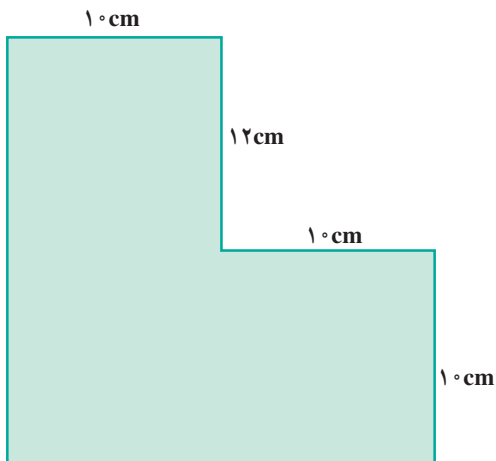
راهبرد» و جلوی آن عبارت «زیر مسئله» را بنویسید. برای دانش‌آموزان توضیح دهید که راهبرد «زیر مسئله» یعنی تقسیم مسئله به مسائل کوچک‌تر و ساده‌تر. زیر عبارت «انتخاب راهبرد» عبارت «حل مسئله» را بنویسید و از یکی از گروه‌ها بخواهید با استفاده از راهبرد زیر مسئله و بیان مسئله‌های کوچک‌تری که حل کرده‌اند، حل مسئله را روی تخته بنویسند. از دانش‌آموزان بپرسید: آیا پاسخی که روی تخته نوشته شده درست است؟ آیا حل مسئله صحیح انجام شده؟ از آن‌ها بخواهید درستی راه‌حل‌ها و عملیات انجام شده برای حل مسئله را بررسی کنند. می‌توانید پیشنهاد کنید که آن‌ها مجموع پولی را که احمد خرج کرده و پولی را که برای او باقی مانده است جمع کنند و بگویند آیا حاصل جمع با پولی که احمد در ابتدا داشته برابر هست یا نه! برای حل این مسئله‌ی جدید نیز راهبرد زیر مسئله را باید به کار برد. روی تخته زیر عبارت «حل مسئله» بنویسید «بازگشت به

مینا می پرسد: با این حساب، چند لیوان می توانیم بخریم؟ شما به مینا کمک کنید تا سریع تر به مادرش پاسخ دهد.

مسئله تلفیقی

برای حل بعضی از مسئله‌ها می توان از دو راهبرد به صورت تلفیقی استفاده کرد. ما می توانیم برای مسئله‌ی زیر ابتدا از راهبرد «رسم شکل» استفاده و سپس با استفاده از راهبرد «زیرمسئله» آن را حل کنیم:

می خواهیم دور استخری به شکل زیر را با فاصله‌ی یک متر از هر ضلع نرده بکشیم قیمت هر متر نرده، 15000 تومان است. هزینه‌ی این کار را برآورد کنید.



توصیه‌های آموزشی:

- همان طور که قبلاً گفته شد هدف هر یک از الگوهای ۲ صفحه‌ای حل مسئله آموزش یک «راهبرد» است. راهبرد، یعنی یک راه حل عام که برای تعداد زیادی از مسائل کاربرد دارد. وقتی درس امروز آموزش راهبرد «رسم شکل» است باید به دو هدف اصلی دست یابیم: ۱- بسیاری از مسائل با این راهبرد حل می شدند؛ ۲- چگونه با کشیدن شکل می توانیم مسئله را حل یا راه حل را کوتاه تر کنیم. حل مسئله‌ی اول در این الگوی دو صفحه‌ای برای رسیدن به هدف اول است. مسئله‌ی دوم زمانی مطرح می شود که دانش آموزان می دانند آن را باید با راهبرد رسم شکل حل کنند لذا چگونگی به کار بردن این راهبرد برای حل مسئله اهمیت دارد و نقطه‌ی تمرکز آموزش است.
- وقتی هدف آموزش راهبرد زیرمسئله است در مسئله

تکثیر

۱- حاصل ضربهای زیر را بدست آورید.

۲- زیر اعدادی که ۳ بخش دارند خط بکشید.

۳- زیر اعدادی که ۹ بخش دارند خط بکشید.

۴- عددهای ۳۱۵ و ۴۵۰۵ و ۲۰۰۲ و ۵۰۲ و ۹ بخش دارند.

۵- کدام یک از عددهای ۲۰۰۵، ۳۱۵، ۴۵۰۵، ۲۰۰۲، ۵۰۲، ۹ بخش دارند؟

حل مسئله

۱- زهرا غلغلی مقلان را کشیده است. او می خواهد دستور پسر کلاس، فرزند آن بابوش و برهن او را رسم. زهرا با قلم رنگ کند. او به چند صورت می تواند این غلغلی را رنگ کند؟ $3 \times 4 = 12$

۲- چند عدد ۲ رقمی می تواند بنویسد که رقم یکان آنها یکی از عددهای ۲، ۴ یا ۶ و رقم دهگان آنها یکی از عددهای ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد این اعداد را بنویسد. $3 \times 2 = 6$

۳- قرار است یک مسابقه دوستانه‌ی تیس روی زمین تیم کلاس اول و تیم کلاس دوم برگزار شود. تیم کلاس اول ۷ نفر و تیم کلاس دوم ۵ نفر است. هر یک از افراد تیم کلاس اول با هر یک از افراد تیم کلاس دوم بازی می کند و بعد با محاسبه‌ی امتیازها تیم برنده اعلام می شود. چند بازی باید انجام شود؟ $7 \times 5 = 35$

۴- مطولی لسمو نرکتا را به شکل مربعی به ضلع ۸ سانتی متر در آورده ایم. اکنون آنرا بزرگ می کنیم و به شکل یک مستطیل به عرض ۳ سانتی متر در می آوریم. طول این مستطیل چه قدر است؟ ۱۲

مسئله‌های هفتگی

عقب» و در مورد درستی و نادرستی مسئله‌ی حل شده در کلاس بحث کنید در صورت لزوم حل نوشته شده روی تخته را تغییر دهید. از گروه‌ها بخواهید مسئله‌ی ۲ را با دقت بخوانند و سؤالات مربوط به قسمت فهمیدن مسئله را پاسخ دهند. برای آن‌ها توضیح دهید که بعضی از مسائل ممکن است زیر مسئله‌های زیادی داشته باشند بنابراین قبل از حل مسئله، بهتر است فهرستی از زیرمسئله‌ها تهیه کرد و سپس با استفاده از آن به حل مسئله پرداخت. در قسمت انتخاب راهبرد فهرست زیرمسئله‌های مربوط به مسئله‌ی ۲ آمده است. از گروه‌ها بخواهید با استفاده از آن مسئله را حل کنند و سپس از درستی راه حل و عملیات مسئله اطمینان حاصل کنند.

مسئله موازی:

مادر مینا می خواهد با 6000 تومان بیشترین تعداد لیوان که می تواند، خریداری کند. روی شیشه‌ی مغازه نوشته شده: «لیوان هر دست 700 تومان و هر دانه 150 تومان»، مادر مینا از

اول به این هدف دست می‌یابیم که بسیاری از مسئله‌ها با راهبرد زیر مسئله حل می‌شوند. در مسئله دوم چگونگی تبدیل یک مسئله به مسائل کوچک و ساده‌تر تمرین می‌شود.

۲- بعد از این که آموزش این دو راهبرد تمام شد در صفحه‌ی ۱۰ بعد از حل تمرین‌ها چند مسئله مطرح شده است. در مستطیل سبز رنگ نام دو راهبرد پررنگ شده است؛ یعنی دانش‌آموزان برای حل این ۴ مسئله می‌توانند این دو راهبرد را به کار برند.

نوشتن ۴ گام حل مسئله برای این تمرین‌ها لازم نیست بلکه در هنگام حل مسئله در کلاس درس به‌طور طبیعی این ۴ مرحله را با سؤال و جواب مناسب طی کنید. در گام دوم برای هر

مسئله از دانش‌آموزان سؤال می‌کنیم که مسئله را با کدام راهبرد حل کرده‌اند. پس از شنیدن پاسخ از آن‌ها می‌خواهیم حل خود را بیان کند. در این جا وظیفه‌ی معلم تصحیح ذهنیت دانش‌آموز است. این امکان وجود دارد که دانش‌آموز نام راهبرد رسم شکل را بگوید ولی در عمل از راهبرد زیرمسئله استفاده کند و یا برعکس. تصحیح این اشتباه به عهده‌ی معلم است.

۳- حل کردن فقط یک مسئله با توجه به این مراحل و راهبردها، شنیدن و مقایسه‌ی راهبردهای مختلف و بحث کلاسی بسیار با ارزش‌تر از حل کردن ۴ مسئله توسط معلم و نوشتن پاسخ آن‌ها روی تخته است. بهتر است به کیفیت حل مسائل فکر کنید نه کمیت آن‌ها.

یادداشت معلم

مقسوم‌علیه

موضوعات در یک نگاه

در این درس ابتدا، با استفاده از یک تقسیم با باقی‌مانده‌ی صفر، مفهوم مقسوم‌علیه نتیجه گرفته می‌شود. با نوشتن مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عددهای مختلف، عدد اول تعریف شده و مقسوم‌علیه‌های اول یک عدد پیدا می‌شدند. با استفاده از مقسوم‌علیه یک عدد نمودار مقسوم‌علیه عددها رسم می‌شوند. مفهوم بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک و روش‌های پیدا کردن آن، آموزش داده می‌شود تا به کمک آن، دانش‌آموز مسائل مرتبط به این مفهوم را پاسخ دهد.

اهداف

در فرایند آموزش این دروس، انتظار می‌رود هر دانش‌آموز به هدف‌های زیر برسد:

- ۱- مقسوم‌علیه‌های یک عدد را تشخیص داده و ویژگی‌های مشترک مقسوم‌علیه‌های اعداد را کشف کند.
- ۲- تعریف عدد اول را بداند و عددهای اول را در بین اعداد تشخیص دهد.
- ۳- مقسوم‌علیه اول اعداد را پیدا کرده به کمک آن، نمودار مقسوم‌علیه‌های اعداد را رسم کند.
- ۴- از روی نمودار مقسوم‌علیه‌های اعداد روابط بین مقسوم‌علیه‌ها را پیدا کند.
- ۵- مفهوم بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد را توضیح دهد و با استفاده از روش‌های مختلف ب.م.م دو عدد را پیدا کند.
- ۶- مفاهیم مختلف این بخش را در حل مسائل به کار برد.

نمونه سؤال برای ارزش‌یابی

- کنید.
- ۱- ۴ و ۶ دو مقسوم‌علیه یک عدد هستند. ۶ مقسوم‌علیه دیگر آن را بنویسید.
 - ۲- آیا عدد ۲۷ مقسوم‌علیه ۴۳۷ است؟ چرا؟
 - ۳- آیا عدد ۱۴۳ اول است؟ چرا؟
 - ۴- عددهای اول بین 50° تا 70° را بنویسید.
 - ۵- نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۰۰ را رسم و با کمک آن نمودار و مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۲۵ را مشخص کنید.
 - ۶- آیا ۲۴ مقسوم‌علیه مشترک ۷۲ و ۱۰۸ است؟ چرا؟
 - ۷- ۴ مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۹۶ و ۱۰۸ را بنویسید.
 - ۸- عددهای ۶ و ۸ و ۱۵ مقسوم‌علیه‌های یک عدد هستند، مقسوم‌علیه‌های اول آن را تعیین کنید.
 - ۹- کوچک‌ترین عدد سه رقمی را بنویسید که مقسوم‌علیه‌های اول آن ۲ و ۷ باشد.

واژگان	پیش‌بینی امکانات	فعالیت‌ها	هدف‌ها	مفاهیم و محتوا	صفحات	درس‌ها
مقسوم علیه	– لوبیا یا شمار زنده‌های دیگر مثل دانه	– دسته‌بندی دانش‌آموزان کلاس به دسته‌ها و گروه‌های مساوی – پیدا کردن مقسوم‌علیه‌های یک عدد – صورت عملی و درست کردن دسته‌ها – پیدا کردن مقسوم‌علیه‌های یک عدد و کشف ویژگی‌های مقسوم‌علیه‌ها	– تشخیص دهد که آیا عددی مقسوم‌علیه عدد دیگر هست یا نه – مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد را بنویسد – ویژگی‌هایی مثل : هر عدد مقسوم‌علیه خودش است – یک مقسوم‌علیه تمام اعداد است – همه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد از خود عدد کوچک‌تر و یا مساوی هستند را کشف و درک کند	– مقسوم علیه – مجموعه‌ی مقسوم – علیه‌های یک عدد – ویژگی‌های مقسوم – علیه‌های یک عدد	۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴	مقسوم‌علیه‌های یک عدد
عدد اول مقسوم علیه اول	–	– ساختن عددهای مرکب با استفاده از عددهای اول – انجام کار در کلاس برای تشخیص مقسوم‌علیه اول – انجام فعالیت برای درک این مفهوم که مقسوم‌علیه اول عددهای اول خود عدد است – انجام کار در کلاس برای زمینه‌سازی درس نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد	– عدد اول را بشناسد و آن را در بین عددها تشخیص دهد. – با استفاده از عددهای اول، بتواند عددهای مرکب تولید کند – مقسوم علیه اول را درک کرده و مقسوم علیه اول اعداد را مشخص کند – درک کند که مقسوم علیه اول هر عدد اول خود عدد است	– تعریف عدد اول – مقسوم علیه اول – پیدا کردن مقسوم – علیه اول اعداد	۱۴ ۱۵ ۱۶	عدد اول
نمودار مقسوم‌علیه‌ها	– ماشین حساب	– خواندن متن درس و کامل کردن آن – انجام کار در کلاس برای تمرین رسم و کامل کردن نمودار و استفاده از آن	– نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد را رسم کند. (با ۲ مقسوم علیه اول) – با استفاده از نمودار، مقسوم‌علیه‌های عدد را بنویسد – با استفاده از نمودار، مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های سایر عددهای روی نمودار را مشخص کند.	– نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد – کاربردهای نمودار	۱۷ ۱۸ ۱۹	نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد

			<ul style="list-style-type: none"> - نمودار مقسوم علیه‌های داده شده را کامل کند. - با استفاده از نمودار رابطه‌های بین عددها را کشف و درک کند. 			
مقسوم علیه مشترک ب.م.م	—	<ul style="list-style-type: none"> - انجام فعالیت برای حل یک مسئله‌ی واقعی و تطبیق آن با مفهوم مقسوم علیه مشترک - انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن مقسوم علیه‌های مشترک - حل مسئله (در فعالیت) برای درک بهتر ب.م.م - انجام کار در کلاس برای تمرین پیدا کردن ب.م.م به روش مجموعه‌ها - انجام فعالیت برای پیدا کردن ب.م.م با استفاده از نمودار مقسوم علیه‌ها 	<ul style="list-style-type: none"> - مفهوم مقسوم علیه مشترک دو عدد را توضیح دهد. - مقسوم علیه مشترک دو عدد را ذهنی پیدا کند. - مفهوم بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد را درک کند و در مسائل به کار برد. - ب.م.م دو عدد را با روش مجموعه‌ها پیدا کند. - ب.م.م دو عدد را با استفاده از نمودار مقسوم علیه‌ها پیدا کند. 	<ul style="list-style-type: none"> - مقسوم علیه مشترک ب.م.م 	۲۰ ۲۱ ۲۲	بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد
تقسیم‌های متوالی روش نزدبانی	—	<ul style="list-style-type: none"> - انجام کار در کلاس برای تمرین روش تقسیم‌های متوالی - انجام کار در کلاس برای تمرین روش نزدبانی 	<ul style="list-style-type: none"> - با استفاده از روش تقسیم‌های متوالی ب.م.م دو عدد را پیدا کنند. - تقسیم‌های متوالی را در داخل نمودار نزدبانی قرار دهد با روش نزدبانی ب.م.م را پیدا کند. - مفهوم ب.م.م را در حل مسائل به کار برد. 	<ul style="list-style-type: none"> - تقسیم‌های متوالی روش نزدبانی برای پیدا کردن ب.م.م دو عدد 	۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵	روش تعیین بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد

دانستنی‌هایی برای معلم

مضرب و مقسوم‌علیه

$96 = 8 \times 12$ ؛ ۹۶ مضربی است از ۸، همچنین مضربی است از ۱۲.

۸ و ۱۲ مقسوم‌علیه‌ها یا بخش‌یاب‌های عدد ۹۶ هستند. مضرب‌های یک عدد از ضرب آن عدد در یک عدد طبیعی به دست می‌آیند. مضرب‌های یک عدد بی‌شمار است. مقسوم‌علیه یک عدد عددی است از تقسیم آن عدد بر آن به باقی‌مانده‌ی صفر برسیم. مقسوم‌علیه‌های ۱۲ عبارت‌اند از:

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

۱۲ دارای ۶ مقسوم‌علیه است که ۱۲ بزرگ‌ترین آن‌هاست. عدد ۶ هم این مقسوم‌علیه‌ها را دارد.

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۳۰، ۶۰

که ۶۰ بزرگ‌ترین آن‌هاست. دو عدد ۱۲ و ۶۰، مقسوم‌علیه‌های مشترکی دارند که عبارت‌اند از:

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

این‌ها را مقسوم‌علیه‌های مشترک ۱۲ و ۶۰ و عدد ۱۲ را بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۲ و ۶۰ گویند.

همچنین مضرب‌های ۸ که از ضرب عدد ۸ در عددهای طبیعی به دست می‌آیند عبارت‌اند از:

۸، ۲۴، ۳۲، ۴۰، ۴۸، ۵۶، ۶۴، ...، ۹۶، ۱۰۴، ...

مضرب‌های عدد ۱۲ همچنین‌اند:

۱۲، ۲۴، ۳۶، ۴۸، ...، ۹۶، ۱۱۸، ...

۸ و ۱۲ مضرب‌های مشترکی دارند که عبارت‌اند از:

۲۴، ۴۸، ۷۲، ۹۶، ...

که ۲۴ کوچک‌ترین آن‌هاست. ۲۴ را کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد ۸ و ۱۲ گویند.

اقلیدس که در سه سده پیش از میلاد می‌زیسته، در کتاب «مقدمات» خود راهی برای یافتن کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد و بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد داده است که به

آن تقسیم‌های متوالی گفته می‌شود و اساس استدلال آن بر این استوار است که اگر دو عدد بر عددی بخش‌پذیر باشند، تفاضل آن‌ها یا تفاضل چند برابر عدد کوچک‌تر از عدد بزرگ‌تر هم بر آن عدد بخش‌پذیر است. فرض کنید بخواهیم بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک را بین دو عدد ۷۷ و ۱۳۲ پیدا کنیم، به این ترتیب عمل می‌کنیم:

	۵	۱	۵	
۷۷۰	۱۳۲	۱۱۰	۲۲	۰
۶۶۰	۱۱۰	۱۱۰		

عدد بزرگ‌تر یعنی ۷۷۰ را بر عدد کوچک‌تر یعنی ۱۳۲ تقسیم کرده‌ایم، خارج‌قسمت یعنی ۵ را روی ۱۳۲ و حاصل‌ضرب خارج‌قسمت در ۱۳۲، یعنی ۶۶۰ را زیر ۷۷۰ نوشته‌ایم. باقی‌مانده را جلوی ۱۳۲ گذاشته‌ایم و دوباره همان عمل تقسیم را (تقسیم ۱۳۲ بر ۱۱۰) انجام داده‌ایم. این عمل را آن‌قدر ادامه می‌دهیم که به باقی‌مانده‌ی صفر برسیم. آخرین عدد در این تقسیم‌های متوالی، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۱۳۲ و ۷۷۰ است. برای یافتن کوچک‌ترین مضرب مشترک، یکی از دو عدد را بر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک تقسیم و خارج‌قسمت را در عدد دیگر ضرب می‌کنیم:

$$770 \times 6 = 4620 ; 132 \div 22 = 6$$

۴۶۲۰ کوچک‌ترین مضرب مشترک است.

اقلیدس که در حدود ۳۰۰ سال پیش از میلاد در اسکندریه در زمان بطلمیوس اول زندگی می‌کرد، کتاب «مقدمات» را که بیش‌تر درباره‌ی هندسه است، نوشت. در این کتاب، برای هندسه تعریف، «اصل» و «قضیه» قایل شد و با این که اصل‌های آن کامل نیست و احتیاج به اصلاحاتی دارد، هندسه‌ی مسطحه و هندسه‌ی فضایی را طوری تنظیم کرد که تا امروز هم قدرت خود را حفظ کرده است.

مقسوم علیه



مقسوم علیه های یک عدد



فعالیت



معلم ریاضی من خواهد دانش آموزان کلاس را در دسته های مساوی و برای کارهای مختلف گروه بندی کند. آیا برای این کار تعداد دانش آموزان کلاس اهمیت دارد؟ اگر تعداد دانش آموزان ۲۲ نفر باشد بهتر است یا ۲۷ نفر یا ۲۳ نفر یا ۲۱ نفر؟

می توان درست کرد



فعالیت



۱۲ لوبیا (یا هر چیز دیگری مثل آبله و...) و آن ها را به دسته های مساوی تقسیم کنید. به طوری که تعداد لوبیاهای همه دسته ها با هم مساوی باشد و هیچ لوبیایی باقی نماند. تا آنجا که می توانید، حالت های مختلف را به دست آورید و جدول زیر را تکمیل کنید.

تعداد لوبیاهای هر دسته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱۲
تعداد دسته ها	۱۲	۶	۴	۳	۲	۲	۱

همین کار را در مورد ۱۸ لوبیا انجام دهید و جدول مربوط به آن را تکمیل کنید.

تعداد لوبیاهای هر دسته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۹
تعداد دسته ها	۱۸	۹	۶	۴	۳	۳	۲

در مورد رابطه هایی که بین عددهای جدول و تعداد لوبیاهای جدول وجود دارد، فکر کنید.



در این مسئله موضوع تقسیم تعداد به دسته های مساوی بررسی می شود. کلاس درس به این دلیل انتخاب شده است که برای دانش آموزان ملموس و واقعی باشد.

شروع کنید:



از دانش آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند. از آن ها بپرسید اگر آن ها مدیر مدرسه بودند، تعداد دانش آموزان یک کلاس را چند نفر در نظر می گرفتند، چرا؟

توصیه های آموزشی:



قبل از شروع فعالیت، درباره ی نیاز به گروه بندی در کلاس برای انجام کارهای مختلف بحث کنید. ضمناً گروه بندی با دسته های مساوی را، بدون این که باقی مانده داشته باشیم، تأکید کنید.

ادامه دهید:



با بخش کردن تعدادی لوبیا یا هر شمردنی دیگر بین افراد (حداقل هر فرد ۱۸ عدد) از آن ها بخواهید فعالیت دوم را انجام دهند و جدول های مربوط به آن را کامل نمایند.

هدف فعالیت:



هدف از این فعالیت، پیدا کردن مقسوم علیه های عدد ۱۲ و ۱۸ با دست ورزی و تجربه ی عملی است بدون آن که نام مقسوم علیه مطرح شود البته خواندن جدول و سازمانده ی اعداد نیز جزء اهداف فرعی فعالیت به حساب می آید.

توصیه های آموزشی:



از دانش آموزان بخواهید الگوهایی را در جدول ها پیدا و آن را بیان کنند.

توجه داشته باشید که در جدول دوم، تعداد خانه های جدول مشخص نیست و دانش آموزان خود باید از درستی تعداد حالت های پیدا شده مطمئن شوند.

مهم ترین الگویی که وجود دارد رابطه ی بین تعداد دسته ها و عدد هر دسته است؛ یعنی اگر ۳ دسته ی ۴ تایی داشته باشیم حتماً ۴ دسته ی سه تایی هم خواهیم داشت بنابراین وقتی

مقسوم علیه های یک عدد

ایجاد انگیزه کنید:



در ابتدای کلاس اعلام کنید که اگر بخواهیم یک مسابقه ی گروهی طوری برگزار کنیم که همه در آن شرکت کنند و تعداد اعضای گروه ها کاملاً مساوی باشند، به چند طریق می توانیم کلاس را گروه بندی کنیم. بعد از بحث کلاسی درباره ی انواع حالت ها، یکی را انتخاب کرده و یک مسابقه از دروس گذشته برگزار نمایید. طرح نمودار مقسوم علیه های ۱۲ که در بالای صفحه کشیده شده نیز به نوعی ایجاد انگیزه می کند.

می توانید دانش آموز را به سؤال کردن در مورد آن تشویق کنید.

هدف فعالیت:



درس در واقع، با یک مسئله شروع شده است. با انجام این فعالیت دانش آموز به لزوم تعریف مفهوم مقسوم علیه پی می برد.

تقسیم $12 \div 3 = 4$ را می‌نویسیم هم ۳ مقسوم‌علیه ۱۲ می‌شود و هم ۴، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت با تقسیم‌های زیر تمام مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲ مشخص می‌شود.

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \overline{) 24} \\ \underline{24} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \overline{) 36} \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

آموزش دهید:



بعد از اطمینان از نتایج به‌دست آمده در گروه‌ها معرفی مقسوم‌علیه و تدریس متن کتاب را آغاز کنید. در این درس علاوه بر معرفی مفهوم مقسوم‌علیه، نوشتن تمام مقسوم‌علیه‌های یک عدد در مجموعه بیان می‌شود.

می‌توانید در این قسمت از دانش‌آموزان بخواهید با توجه به فعالیت قبل مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲ و ۱۸ را بنویسند. سپس کار در کلاس مربوط را پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:



هدف تمرین ۱ تشخیص مقسوم‌علیه‌های عدد ۹ و ۵ است. همچنین به‌صورت غیرمستقیم، مفهوم مقسوم‌علیه مشترک دو عدد بیان شده است.

هدف از تمرین دوم، ایجاد یک درک تصویری از رابطه‌ی بین اعداد است. به‌طور غیرمستقیم، مشخص می‌کند هر عدد مقسوم‌علیه خودش است و مقسوم‌علیه مشترک دو عدد نیز، موجب برقرار ارتباط بین آن‌ها می‌شود.

توصیه‌های آموزشی:



فهمیدن صورت مسئله در تمرین شماره ۲ خود جزئی از اهداف سؤال است؛ پس، از دانش‌آموزان بخواهید با دقت به صورت سؤال و خواندن آن با دقت، خواسته‌ی سؤال را درک و سپس به حل آن اقدام کنند.

هدف فعالیت:



در این فعالیت هدف، یافتن نظم و الگو در مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد است. البته خواندن و کامل کردن جدول نیز، از اهداف فرعی فعالیت است که باید به آن نیز توجه شود.

اگر ۶ را بر ۳ تقسیم کنید، باقی‌مانده صفر می‌شود. ۳ یک مقسوم‌علیه ۶ است. یک مقسوم‌علیه ۶ نیست؛ زیرا در تقسیم ۶ بر ۵ باقی‌مانده صفر نمی‌شود. مقسوم‌علیه‌های ۶ عبارتند از ۱، ۲، ۳ و ۶.

۱، ۲، ۳، ۶ = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۶

حالا عدد ۸ را در نظر می‌گیریم. مقسوم‌علیه‌های ۸ عبارتند از ۱، ۲، ۴ و ۸. هیچ‌کدام از عددهای ۳، ۵ و ۷ مقسوم‌علیه ۸ نیستند.

۱، ۲، ۴، ۸ = مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۸

کار در کلاس

۱- در شکل مقابل، دور مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۹ با ساد قرمز و دور مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۵ با ساد سیاه خط بکشید.

۲- به شکل مقابل توجه کنید.

۳- ۲ نشان می‌دهد که ۲ مقسوم‌علیه ۶ است. ۲ نشان می‌دهد که ۲ مقسوم‌علیه خودش نیز هست. همین‌طور برای سایر اعداد نیز بکنید.

ادامه دهید:



از دانش‌آموزان بخواهید که هر فرد به‌تنهایی جدول کتاب را کامل کرده و با توجه به نوشته‌های خود نتیجه‌گیری کند و بعد از پایان کار همه‌ی اعضای گروه در مورد نتایج به‌دست آمده بحث کنند و به نتیجه‌ی یکسان برسند. بعد از بررسی نتایج از آن‌ها بخواهید کار در کلاس مربوط را نیز با توجه به نتایج به‌دست آمده حل کنند.

توصیه‌های آموزشی:



۱- هدف از بحث گروهی، بررسی نتایج توسط همه‌ی افراد گروه است نه این‌که دانش‌آموزان جواب‌های خود را با قوی‌ترین فرد گروه یکسان کنند. بنابراین توجه داشته باشید که در گروه‌ها بحث صورت گیرد و هرکس برای جواب خود استدلال ارائه کند و بهترین جواب، انتخاب شود.

۲- ممکن است نتایجی غیر از جمله‌های کتاب نیز، توسط



مقسوم‌علیه‌های هر عدد را به ترتیب از کوچک به بزرگ در جدول بنویسید. با توجه به جدول، جمله‌های زیر را کمال کنید.

عدد	مقسوم‌علیه‌های عدد			
۹	۱	۳	۹	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۷	۱	۷		
۱۲	۱	۲	۳	۱۲
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

- ۱- عدد یک، مقسوم‌علیه همه‌ی عدد هفت است.
- ۲- کوچک‌ترین مقسوم‌علیه هر عدد یک است.
- ۳- هر عدد مقسوم‌علیه خودش بود و بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه هر عدد خودش است.
- ۴- جسی از عدد ۱۵ فقط دو مقسوم‌علیه دارند که عبارتند از: یک و خود آن عدد.
- ۵- در مورد نتایج دیگری که از جدول بالا می‌توان به دست آورد، با معلم ریاضی و هر کلاسی‌های خود گفتگو کنید.

کار در کلاس

- ۱- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۲۷ را بنویسید. (۱، ۳، ۹، ۲۷)
- ۲- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۲ را بنویسید. (۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲)
- ۳- آیا ۱ مقسوم‌علیه ۱۱ است؟ مقسوم‌علیه ۱۵ چه طور است؟
آیا ۱ مقسوم‌علیه هر عددی است؟
- ۴- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه ۸ چند است؟ در مورد ۱۲ چه طور است؟
آیا هر عدد مقسوم‌علیه خودش است؟
- ۵- دیدید که تنها مقسوم‌علیه‌های ۵، خود ۵ و ۱ هستند. آیا ۲ نیز از خودش



ممکن است فرضیه‌ی مطرح شده توسط یک دانش‌آموز نادرست باشد اما آنچه اهمیت دارد این است که آن دانش‌آموز توانسته فرضیه‌ای بسازد و آن را بیان کند.

هدف کار در کلاس:



هدف از تمرین‌های این کار در کلاس، نوشتن مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد و به کار بردن و تمرین نتایجی است که از فعالیت قبل به دست آمده‌اند. همچنین برای تعریف عدد اول، زمینه‌سازی می‌کند.

فعالیت موازی:



۱- در یک پادگان سه گروه ۲۴ نفره، ۲۳ نفره و ۲۷ نفره وجود دارد، در یک نمایش نظامی، هر کدام از این گروه‌ها باید رژه بروند. رژه باید به صورت مستطیلی باشد و همه‌ی افراد گروه‌ها در رژه شرکت داشته باشند. حالت‌های رژه را برای هر گروه تعیین کنید، برای کدام یک از گروه‌ها حالت‌های بیشتری اتفاق می‌افتد؟
۲- تعدادی دایره که هر کدام به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند تهیه کنید.

دایره‌های ۱۲ قسمتی را به دانش‌آموزان داده از آن‌ها بخواهید با استفاده از مداد رنگی و الگوی یک در میان دایره‌ها را رنگ کنند. برای مثال، اگر سه رنگ انتخاب شد، سه قسمت پشت هم رنگ شده و دوباره همین الگو تکرار شود. تعداد رنگ‌هایی قابل قبول است که در صورت چرخاندن دایره، الگو در تمام جهت‌ها رعایت شده باشد و با تغییر نقطه‌ی شروع از بین نرود.
دایره‌های رنگ شده قابل قبول هر فرد را مشخص و تعداد رنگ‌های به کار رفته شده در آن را اعلام کنید.

توجه داشته باشید که برای انجام این فعالیت، صورت مسئله باید به نحوی به دانش‌آموزان گفته شود که کاملاً برای آن‌ها ملموس باشد تا انجام فعالیت شما را به هدف مورد نظر نزدیک کند.

۳- از عدد ۱ تا n (تعداد دانش‌آموزان) را روی کاغذ بنویسید و به صورت تصادفی هر کاغذ را به یک نفر بدهید و سپس از آن‌ها بخواهید که مقسوم‌علیه‌های هر عدد را روی کاغذهای جدا بنویسند. بعد از اطمینان از درستی کار همه‌ی دانش‌آموزان مقسوم‌علیه‌های شبیه به هم را جدا کنید و با کمک جدول نتایج

دانش‌آموزان به دست آید برای مثال، تمام مقسوم‌علیه‌های عدد از خود عدد کوچک‌تر و یا مساوی‌اند. تعداد مقسوم‌علیه‌ها هم فرد است و هم زوج.

۳- با توجه به این که این فعالیت، چهارمین فعالیت کتاب درسی است و دانش‌آموزان کم‌کم با روش‌های فعال سعی می‌کنند مفاهیم مورد نظر را با حل فعالیت‌ها کشف و درک کنند یا حداقل تا حدودی به آن نزدیک شوند تعدادی از فرضیه‌هایی که از جدول استخراج می‌شوند به صورت جمله‌هایی با جای خالی نوشته شده است.

توجه داشته باشید که دانش‌آموزان ممکن است نتوانند فرضیه‌سازی کنند. در این فعالیت، هدف این است که دانش‌آموزان فرضیه‌سازی را یاد بگیرند به طوری که اگر در فعالیت‌های بعدی گفته شد از تکمیل کردن جدول چه نتایجی می‌گیرند آن‌ها بتوانند نتایج یا فرضیه‌های مورد نظر را به صورت جمله‌ها و گزاره‌های درست بیان کنند.

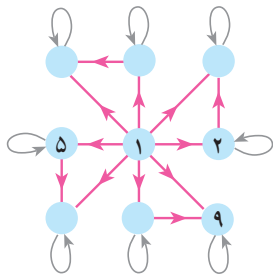
توسعه:

برورش نتایج به دست آمده از فعالیت کار با تکنولوژی، می تواند مسیر خوبی برای توسعه ی این مفهوم باشد. تعیین مقسوم علیه های عددهای کوچک به صورت ذهنی و پیدا کردن مسئله و ارتباط دادن مسائل زندگی روزمره با مفاهیم مقسوم علیه نیز مورد تأکید است.

– بحث درباره ی زوج و فرد بودن تعداد مقسوم علیه های یک عدد (در صورتی که عدد مربع کامل باشد تعداد مقسوم علیه ها فرد است) و توضیح این مطلب که چرا تعداد مقسوم علیه ها زوج یا فرد می شود نیز، می تواند مطرح شود.

– تمرین هایی مانند نمونه ی زیر می تواند دانش آموزان را به کشف روابطی بین اعداد سوق دهد.

$6 \rightarrow 2$ یعنی ۲ مقسوم علیه ۶ است. در هر دایره یک عدد بنویسید به طوری که عدد تکراری نداشته باشیم. نتایج به دست آمده را بنویسید. سعی کنید برای مسئله چند جواب بیابید.



یادداشت معلم

به دست آمده را در حین جمع آوری روی تخته بنویسید. بعد از پایان این کار، از دانش آموزان بخواهید نتایج کسب شده را مطرح کنند و درباره ی درستی آن در کلاس بحث کنید.

تلفیق با سایر دروس:

در صورت اجرای فعالیت موازی ۲ می توانید از دانش آموزان بخواهید کلاس را با دایره های رنگ شده تزیین کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی:

در کلاس می توانید یک عدد بزرگ را که خودتان حاصل ضرب یک سری اعداد مثل $13 \times 32 \times 25 = ?$ به دست آورده اید روی تخته بنویسید و از دانش آموزان بخواهید مقسوم علیه های آن را به کمک ماشین حساب پیدا کنند. هر مقسوم علیه که پیدا شد، روی تخته یادداشت کنید.

سعی کنید دانش آموزان را به این سمت هدایت کنید که
۱- از قوانین بخش پذیری استفاده کنند.
۲- از نتایج به دست آمده ی دیگران برای پیدا کردن عددهای بعدی استفاده کنند.

نحوه ی پیدا کردن مقسوم علیه ها توسط هر فردی که آن را اعلام می کند بیان شود.

بخش پذیر است» تا تفاوت عدد اول با سایر اعداد مشخص شود. سپس از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند.

هدف فعالیت:

هدف این فعالیت ایجاد یک حس یا درک درست از مفهوم مقسوم‌علیه اول یا عامل‌های یک عدد است. به صورت شهودی دانش‌آموز یاد می‌گیرد که چگونه با عامل‌های اول می‌توان بی‌شمار عدد مرکب تولید کرد. سؤال‌های این فعالیت واگرا هستند و لذا دانش‌آموزان می‌توانند پاسخ‌های متفاوتی ارائه کنند.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید هر کس به تنهایی عددهای خواسته شده را تولید کنند. برای تولید عددهای جدید می‌توانند از ماشین حساب هم کمک بگیرند، سپس جواب‌های خود را با سایر اعضای گروه مقایسه و دلیل متفاوت بودن جواب‌ها را کشف کنند. به کمک ماشین حساب می‌توانند عددهای بزرگ‌تری هم بسازند.

آموزش دهید:

بعد از پایان فعالیت تعریف مقسوم‌علیه اول را بیان کرده و از دانش‌آموزان بخواهید به صورت ذهنی مقسوم‌علیه اول عددهای ۱۵۰، ۲۰ و... را بیان کنند. سپس این بحث را مطرح کنید که مقسوم‌علیه‌های اول اعداد به دست آمده در فعالیت بالا چه اعدادی هستند؟ پاسخ این سؤال می‌تواند فهم خوبی از مقسوم‌علیه اول در ذهن دانش‌آموزان ایجاد کند. از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:

هدف تمرین ۱: حدس زدن مقسوم‌علیه اول عددها به صورت ذهنی است. عملیات مورد نیاز مثل تقسیم کردن باید به صورت ذهنی انجام شود.
هدف تمرین ۲: تشخیص و تعیین مقسوم‌علیه اول در بین مقسوم‌علیه‌های یک عدد است.

عدد اول

ایجاد انگیزه کنید:

به هنگام ورود به کلاس با خود تابلویی که جملات زیر روی آن نوشته شده بیاورید. (یا جمله‌های مشابه آن)
– مواد شیمیایی از ترکیب چه چیزهایی به دست می‌آید؟
– عددها چگونه تولید می‌شوند؟
تصویر صفحه‌ی ۱۶ و سؤال آن نیز، برای ایجاد انگیزه است. تعداد دانش‌آموزان ۲۹ (یک عدد اول) است.

شروع کنید:

با اشاره به کار در کلاس قبل تدریس عدد اول را با بیان تعریف آن آغاز کنید. با معرفی عدد اول کوچک‌تر از ۵۰ از دانش‌آموزان بخواهید که دلیل اول نبودن دیگر اعداد را بعد از شمارش شما بگویند؛ مثلاً وقتی شما می‌گویید «۴ بگویند» ۲ بر

هدف تمرین ۳: پیدا کردن مقسوم‌علیه‌های یک عدد به کمک ضرب و ساختن نمودار درختی است.

آموزش نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد به این علت است که بتوانیم از یک راه سریع و مطمئن تمام مقسوم‌علیه‌های یک عدد (مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد) را بنویسیم. اما برای رسم نمودار نیاز به مقسوم‌علیه اول داریم. این کار که ابتدا مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد را بنویسیم سپس مقسوم‌علیه اول را پیدا کنیم و به کمک آن نمودار بکشیم اشتباه و نقض غرض است.

پس باید راهی برای پیدا کردن مقسوم‌علیه اول پیدا کنیم. یکی از راه‌ها این است که عدد موردنظر را بر عددهای اول کوچک‌تر از خود امتحان کنیم؛ برای مثال، اگر مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۶۵ موردنظر باشد باید تقسیم‌های زیر را انجام دهیم تا مقسوم‌علیه‌های اول پیدا شود.

$$65 \begin{array}{|l} \hline 2 \\ \hline \end{array} \quad 65 \begin{array}{|l} \hline 3 \\ \hline \end{array} \quad 65 \begin{array}{|l} \hline 5 \\ \hline \end{array}$$

$$65 \begin{array}{|l} \hline 7 \\ \hline \end{array} \quad 65 \begin{array}{|l} \hline 11 \\ \hline \end{array} \quad 65 \begin{array}{|l} \hline 13 \\ \hline \end{array}$$

راه دیگر این است که به کمک نمودار درختی مانند نمونه‌های عمل شده در تمرین سوم کار در کلاس به مقسوم‌علیه‌های اول یک عدد دست یابیم.

توصیه‌های آموزشی:

توجه به این نکته که عدد «یک» عدد اول نیست بسیار مهم است؛ زیرا دانش‌آموزان اکثراً یک را به عنوان عدد اول در نظر می‌گیرند. علت اول نبودن عدد یک می‌تواند بحث خوبی را در کلاس ایجاد کند. جواب‌هایی چون: عدد یک فقط یک مقسوم‌علیه دارد (عددهای اول باید ۲ مقسوم‌علیه داشته باشند)، یا عدد یک، مولد هیچ عدد دیگری نیست. (با ضرب عدد یک در عددهای دیگر عدد جدیدی تولید نمی‌شود) و... قابل بررسی است.

– در پاسخ دادن به تمرین‌های ۲ و ۴ استفاده‌ی درست از نمادهای مجموعه لازم است.

– در تمرین ۳ روش‌های مختلفی برای حل وجود دارد؛ برای مثال،

عدد ۱۲ عدد اول نیست. مقسوم‌علیه‌های ۱۲ عبارتند از: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶ و ۱۲. در بین این عددها، ۲ و ۳ اعداد اول هستند. ۴ و ۶ مقسوم‌علیه‌های اول ۱۲ هستند.

کار در کلاس

۱- مقسوم‌علیه اول هر یک از این عددها را حتماً بنویسید.

۲- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۸ را بنویسید و زیر مقسوم‌علیه‌های اول آن خط بکشید. (۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸)

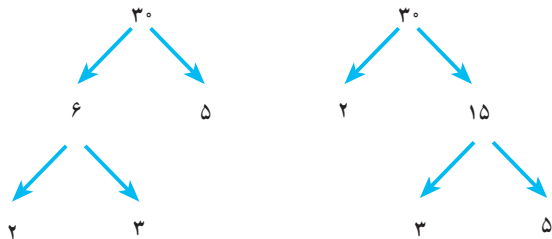
۳- مانند نمونه عمل کنید تا به مقسوم‌علیه اول عددها برسید.

فعالیت

کدام یک از اعداد زیر اول هستند؟ زیر آن‌ها خط بکشید.

یک مقسوم‌علیه اول برای هر یک از اعداد بالا، در ماورد زیر آن بنویسید. با توجه به شکل‌های بالا، یک ویژگی برای عددهای اول بیان کنید. مقسوم‌علیه اول هر عدد اول، خود آن عدد است.

اصول اعداد طبیعی ۱۵



که همگی آن‌ها صحیح است و بیان راه‌های مختلف در کلاس، باعث درک بهتر نیز خواهد شد.

هدف فعالیت:

یافتن این ویژگی اعداد اول که مقسوم‌علیه اول هر عدد اول، خود آن است یا به عبارت دیگر عددی که مقسوم‌علیه اول آن خودش باشد، یک عدد اول است. هدف اصلی این فعالیت است. برای عددهایی مثل ۱۵ هم می‌توان عدد ۵ و هم می‌توان عدد ۳ را نوشت.

نظم موجود بین این عددها را پیدا کنند.
هدف تمرین ۳: آمادگی برای کامل کردن یک نمودار است تا در درس بعد با این عمل ناآشنا نباشند.
 کامل کردن این نمودار در این قسمت از کتاب به این علت است که:

- ۱- دانش آموز با نحوه‌ی تکمیل یک نمودار عددی با استفاده از قاعده‌ی داده شده آشنا شود.
- ۲- دانش آموز بررسی کند آیا می‌توان نمودارهای عددی دیگری درست کرد که رابطه‌ی بین آن‌ها ضرب و تقسیم نبوده و عددها با استفاده از جمع و یا تفریق به هم مربوط شوند.

فعالیت‌های موازی:

۱- اعداد ۱ تا n (تعداد دانش‌آموزان کلاس) را روی کاغذهای کوچک نوشته بین دانش‌آموزان توزیع کنید. از آن‌ها بخواهید مقسوم‌علیه‌های عدد خود را بنویسند و تعداد مقسوم‌علیه‌ها را مشخص کنند. سپس گروه‌بندی شوند به طوری که در هر گروه افرادی قرار بگیرند که تعداد مقسوم‌علیه‌های آن‌ها برابر است و دانش‌آموزان باید برای عددها یک طبقه‌بندی ارائه کنند یا الگوهایی را کشف کنند.

سپس گروهی را که تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد آن‌ها ۲ است به عنوان اعداد اول معرفی کنید.
 ۲- برای به خاطر سپردن اعداد اول توسط دانش‌آموزان می‌توانید بازی هپ را برای عددهای اول اجرا کنید به گونه‌ای که دانش‌آموزان از یک گوشه‌ی کلاس شمارش را آغاز کنند. هر فرد که به یک عدد اول رسید به جای بیان عدد اول «هپ» خواهد گفت، در صورت اشتباه، فرد از بازی خارج می‌شود این بازی می‌تواند تا باقی ماندن فقط یک نفر ادامه پیدا کند.

فعالیت خارج از کلاس:

تحقیق درباره‌ی تاریخچه‌ی معرفی اعداد اول یک فعالیت خوب خارج از کلاس خواهد بود و همچنین طراحی تمرین‌هایی مشابه تمرین ۳ کار در کلاس هم باعث بروز خلاقیت‌هایی از طرف دانش‌آموزان خواهد شد. (طراحی نمودارها با قانون‌ها و دستورات عمل‌های متفاوت)

کار در کلاس

۱- کدامیک از جمله‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟ هر جمله‌ی درست را با \checkmark و هر جمله‌ی غلط را با \times مشخص کنید و علت نادرستی آن را توضیح دهید.

- الف- تعداد عدد ۲۹ اول است.
- ب- هر عدد اول از ۱ بزرگتر است.
- ج- ۱ عددی اول نیست.
- د- ۱ مقسوم‌علیه اول ندارد.
- ه- هر عدد دست کم یک مقسوم‌علیه اول دارد.
- ح- هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱ دست کم یک مقسوم‌علیه اول دارد.
- خ- اگر عددی زوج باشد، اول نیست.
- ط- عدد ۳۰ دارای سه مقسوم‌علیه اول است.

۲- دانش‌آموزی مقسوم‌علیه‌های ۲۴ را در جدول مقابل نوشته است. آیا می‌توانید حسی زنده آن‌ها را جگانه بدست آورده است؟

۲۴	۱۶	۸	۴
۱۲	۶	۳	۱

۳- نمودار را کامل کنید.

بکار آن جمع به انتهای ۹ را نشان می‌دهد.
 یکای فرس، تفریق میوه‌ای ۳ را نشان می‌دهد.

ادامه دهید:

از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت را انجام دهند و نتایج به دست آمده را در گروه خود بحث و بعد از اتفاق نظر درباره‌ی نتیجه، آن‌را به کلاس اعلام کنند. بعد از پایان بررسی نتیجه‌ها در کلاس، از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس این قسمت را پاسخ دهند.

هدف کار در کلاس:

هدف تمرین ۱: بررسی جمله‌های طرح شده و مقایسه‌ی آن با نتیجه‌گیری‌های گذشته است تا به کمک نتایج، دلیل قابل قبولی برای درستی یا نادرستی جمله‌ها به دست آید. استدلال کردن و بیان دلیل در این تمرین، بسیار مورد تأکید است. مثلاً برای نشان دادن نادرستی جمله‌ی $3 \times 5 = 15$ بیان مثال نقض (عدد یک) کافی است.

هدف تمرین ۲: آمادگی برای درس نمودار مقسوم‌علیه‌ها است. پیش‌بینی می‌شود برخی از دانش‌آموزان بتوانند الگو و



طرح عبارت‌ها و معادلاتی که عددهای اول را تولید می‌کنند و پیدا کردن اشکالات آن‌ها و همچنین نامتناهی بودن مجموعه‌ی اعداد اول و پیدا کردن عدد اول بزرگ مثل ۴ یا ۵ رقمی از جمله مواردی است که می‌توان در کلاس بررسی کرد. انجام فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان را به سمت تشخیص و تعیین اول بودن یک عدد هدایت کند، مفاهیم این درس را تعمیق می‌بخشد؛ (مثل فعالیت طرح شده در کار با تکنولوژی).



۱- دانش‌آموزان از ماشین حساب می‌توانند در انجام

فعالیت ۱ برای تولید اعداد بزرگ استفاده کنند.

۲- از دانش‌آموزان خواسته شود با کمترین تعداد تقسیم، به کمک ماشین حساب، در مورد اول بودن یا نبودن اعداد مثلاً ۱۴۳ یا ۲۵۷ اظهار نظر نمایند. استدلال‌های مطرح شده توسط دانش‌آموزان بسیار پراهمیت و بررسی آن مورد تأکید است.



طرح پیشنهاد شده در قسمت ایجاد انگیزه می‌تواند در کلاس به بحث گذاشته شود و تشابه عدد اول در ریاضی با عناصر در شیمی با حروف در فارسی و... بررسی شود؛ مثال‌های دیگر توسط خود دانش‌آموزان بیان گردد.

یادداشت معلم

شروع کنید:



از دانش‌آموزان بخواهید مقسوم‌علیه اول عدد ۸ را بگویند، سپس روی تخته شروع به رسم نمودار مقسوم‌علیه‌های عدد ۸ کنید و روش آن را توضیح دهید.

می‌توانید بعد از توضیح از تمام دانش‌آموزان کلاس بخواهید نمودار ۱۶ یا ۲۵ را به همین ترتیب رسم کنند، سپس از آن‌ها بخواهید متن درس را به دقت مطالعه کنند و به سؤالات مطرح شده در آن پاسخ دهند، بعد از بحث در مورد این سؤالات از آن‌ها بخواهید نمودار چند عدد مثلاً ۳۲، ۲۵، ۵۰ و... را رسم و پس از آن کار در کلاس مربوط را به دقت حل کنند.

هدف کار در کلاس:



در سؤال ۴ هدف استفاده از نمودارهای سؤال قبلی است لذا حتماً در پاسخ دادن به این سؤال از دانش‌آموزان خواسته شود که در این مورد توضیح دهند. همچنین به استفاده‌ی درست از نمادهای مجموعه در نوشتن پاسخ توجه کنید.

پیدا کردن نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد از روی نمودار عددی دیگر در این کار در کلاس آموزش داده می‌شود. همچنین در این قسمت می‌توان به مقسوم‌علیه‌های مشترک دو عدد روی نمودار اشاره کرد تا برای درس بعد زمینه‌سازی شود.

فعالیت خارج از کلاس:



رسم نمودار اعداد بزرگ به کمک ماشین حساب و نصب آن بر دیوار کلاس، می‌تواند نکات جالبی را در ذهن دانش‌آموزان ایجاد کند این فعالیت را به دانش‌آموزان خود پیشنهاد کنید. ساخت نمودار مقسوم‌علیه اعداد به سه مقسوم‌علیه اول علاوه بر جذابیت یک کاردستی خوب برای به تفکر وادار کردن دانش‌آموزان است و تصور ذهنی خوبی به آن‌ها خواهد داد.

توسعه:



بررسی نمودار سه‌بُعدی (نمودار عددی) که سه مقسوم‌علیه

نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد

می‌خواهیم مقسوم‌علیه‌های عدد ۸ را به دست آوریم. عدد ۲ مقسوم‌علیه اول ۸ است و ۸ مقسوم‌علیه اول دیگری ندارد. برای یافتن مقسوم‌علیه‌های ۸، ابتدا آن را به ۲ تقسیم می‌کنیم: عدد ۴ به دست می‌آید که یک مقسوم‌علیه ۸ است. مجدداً ۴ را به ۲ تقسیم می‌کنیم و این کار را ادامه می‌دهیم. شکل مقابل، روش انجام دادن این کار را نشان می‌دهد. این شکل، نمودار مقسوم‌علیه‌های ۸ است.

عدد ۹ نیز تنها یک مقسوم‌علیه اول دارد. نمودار مقسوم‌علیه‌های ۹ را در شکل مقابل کامل کنید.

مقسوم‌علیه‌های اول ۱۵ عبارت‌اند از: ۳ و ۵. مقسوم‌علیه‌های ۱۵ را به کمک تقسیم بر ۳ و تقسیم بر ۵ به دست می‌آوریم. شکل مقابل، روش انجام دادن این کار را نشان می‌دهد.

نمودار مقسوم‌علیه‌های ۱۵ بصورت روبه‌روست. پاره‌خط‌های آبی، تقسیم به ۳ و پاره‌خط‌های قرمز، تقسیم به ۵ را نشان می‌دهند.

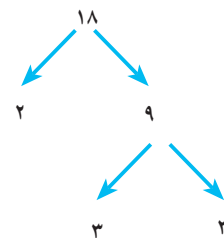
عدد ۱۲ دو مقسوم‌علیه اول دارد که ۲ و ۳ هستند. در شکل مقابل، روش به دست آوردن مقسوم‌علیه‌های ۱۲ را می‌بینید. نمودار آن را با رسم خط‌های قرمز و آبی کامل کنید.

نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد

ایجاد انگیزه کنید:



۱- می‌توانید با یک نمودار درختی وارد کلاس شوید و درباره‌ی اطلاعات جدیدی که می‌توان از آن به دست آورد با دانش‌آموزان بحث کنید. نموداری مثل



نشان می‌دهد که مقسوم‌علیه‌های اول ۱۸ عددهای ۲ و ۳ هستند. ۲- از دانش‌آموزان بخواهید تمام مقسوم‌علیه‌های عدد ۷۲ را بنویسند و در گروه خود، بررسی کنند. احتمالاً اعدادی از قلم خواهند افتاد که همین امر نیاز به روشی برای پیدا کردن همه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد را نشان می‌دهد.

کار در کلاس

۱- در نمودار مثلثی، بارمطهای قرمز تقسیم به ۳ و بارمطهای آبی تقسیم به ۲ را نشان می‌دهند. نمودار را کامل کنید.

۲- با استفاده از نمودار مثلثی، مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۸ را بنویسید.

۳- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۱۸: { } =

۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.

۵- با استفاده از نمودارهای بالا، ابتدا نمودار مقسوم‌علیه‌های ۶ و ۱۰ را مشخص کنید. سپس، مجموعه‌های زیر را با اعضایشان بنویسید.

۶- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۶۰: { } =

۷- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۶: { } =

۸- مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۱۵ را بنویسید. مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۲۵ را بنویسید.

۹- نمودار مقسوم‌علیه‌های ۱۵ را رسم کنید. نمودار مقسوم‌علیه‌های ۲۵ را رسم کنید.

۱۰- مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۱۶ را بنویسید و نمودار مقسوم‌علیه‌های آن را رسم کنید.

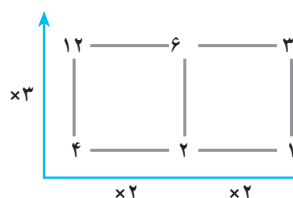
تکونین

مسئله‌های آسان ۱۸

اول دارند)، پیش‌بینی ابعاد نمودار مقسوم‌علیه یک عدد قبل از رسم به کمک استدلال پیش‌بینی تعداد مقسوم‌علیه‌های یک عدد، کشف روابط و الگوهای موجود در اعداد یک نمودار و پیش‌بینی محل قرار گرفتن یک عدد در نمودار عدد دیگر، مثلاً محل قرار گرفتن ۱۰۰ در نمودار ۱۰۰۰۰ می‌تواند مسیرهای خوبی برای توسعه‌ی این مطلب باشد.

با استفاده از نمودار می‌توان عددها را تجزیه کرد. برای این کار می‌توان یک مسیر را از عدد یک برای رسیدن به عدد موردنظر، انتخاب کرد و ضرب‌های مربوط به آن را نوشت. به مثال زیر و مسیر انتخاب شده توجه کنید:

$$12 = 1 \times 2 \times 2 \times 3$$



استفاده از ابزار و تکنولوژی:



از دانش‌آموزان بخواهید به کمک ماشین حساب، یک عدد معرفی کنند که نمودار آن ۴ در ۵ باشد و مقسوم‌علیه‌های اول آن ۵ و ۷ باشند، (مسئله ۲ جواب دارد که بحث آن در کلاس شیرین خواهد بود). رسم نمودارهایی چنین در گروه به کمک ماشین حساب درک خوبی از این مطلب ایجاد خواهد کرد.

فعالیت موازی:



در صورت داشتن فرصت مناسب، می‌توانید دانش‌آموزان را به حیاط مدرسه برده و برای آن‌ها مسابقه‌ی زیر را برگزار کنید:

– تعداد زیادی از ارقام ۰ تا ۹ را روی کاغذ بریده و در گوشه‌ای مرتب قرار دهید.

– دانش‌آموزان را گروه‌بندی کنید و برای هر گروه، یک نفر رابط تعیین کنید.

– عددی را به کلاس معرفی کنید و از آن‌ها بخواهید نمودار آن را در مقابل گروه خود، روی زمین بدون خط‌های اتصال و به

کمک ارقام آماده شده ایجاد کنند.

– توجه داشته باشید که برای ایجاد یک نظم نسبی، خودتان در کنار بانک ارقام بایستید و دقت کنید که اولاً فقط رابطین گروه‌ها حق برداشت دارند و ثانیاً در هر برداشت فقط ۵ رقم می‌توان برداشت.


– گروهی که سریع‌ترین نمودار را آماده کند، برنده است. این بازی تصور عینی خوبی از نمودار مقسوم‌علیه در ذهن دانش‌آموز باقی می‌گذارد.

توصیه‌های آموزشی:



سعی کنید در حل مسئله‌ی اول راهبرد رسم شکل و در مسئله‌ی دوم راهبرد زیر مسئله برای دانش‌آموزان روشن گردد. از آن‌ها بخواهید مسیر فکری خود را برای حل این مسائل بازگو کنند.

روش‌های مختلف حل مسئله در صورت ارائه، جدی گرفته شود و مورد تشویق قرار گیرد.

در مسئله‌ی اول منظور از آرایش‌های مستطیل شکل این است که تعداد سربازان را با ضرب طول و عرض مستطیل بیان کرد لذا آرایش  در واقع، یک آرایش مستطیل شکل قابل قبول (1×6) می‌باشد. هم‌چنین در این مسئله قرار گرفتن سربازان به شکل زیر یک آرایش مطلوب محسوب نخواهد شد. چون تعداد سربازان از ضرب طول و عرض به دست نمی‌آید.



هدف این مسئله در واقع، رسیدن به مفهوم مقسوم‌علیه یک عدد از زاویه‌ای دیگر است.

۴- مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۲۱ را بنویسید و نمودار مقسوم‌علیه‌های آن را رسم کنید. ۲۰۷

۳- مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۲۲ را بنویسید و نمودار مقسوم‌علیه‌های آن را رسم کنید. ۲۰۴

۲- عدد ۲۶ را در نظر بگیرید. مقسوم‌علیه‌های اول ۲۶، عددهای ۲ و ۱۳ هستند. البته - مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های ۲۶ را بنویسید. $\{1, 2, 13, 26\}$

ب- نمودار مقسوم‌علیه‌های ۶ را در داخل نمودار پیدا کنید.

ب- نمودار مقسوم‌علیه‌های ۱۲ را در داخل نمودار پیدا کنید.

ت- نمودار مقسوم‌علیه‌های ۱۸ را در داخل نمودار پیدا کنید.

ت- نمودار مقسوم‌علیه‌های کدام عددها را می‌توانیم از این نمودار پیدا کنیم؟ **۶، ۱۸، ۱۲، ۲۶**

حل مسئله

۱- در یک پارک، فرمانده از سربازان خود می‌خواهد، برای رژه رفتن تعیین کند. شرط او برای یک گروه ۱۲ نفره از سربازان این است که ستون‌ها و ردیف‌های رژه را طوری طراحی کند که یک مستطیل درست شود. برای مثال در زیر یکی از آرایش‌های مستطیل شکل یک گروه ۶ نفره مشخص شده است.



این گروه ۱۲ نفره در چند نوع آرایش مستطیل شکل می‌توانند تعیین کنند؟ **۳ نوع**

۲- در کلاسی ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۲ نفره وجود دارد. دانش‌آموزان این کلاس را در چند حالت می‌توانیم به گروه‌هایی با اعداد اعضای برابر و بیش‌تر از ۲ نفر و کمتر از ۷ نفر تقسیم کنیم؟ **۳ حالت**

مسئله‌های ریاضی ۱۱

یادداشت معلم

